



Problema 1 (5 valores)

Uma certa indústria do ramo metalomecânico tirou de produção uma certa linha de produto não lucrativo. Isso criou um considerável excedente na capacidade de produção. A gerência está considerando dedicar essa capacidade excedente a um ou mais produtos, identificados como produtos 1, 2 e 3. A capacidade disponível das máquinas que poderia limitar a produção está resumida na tabela a seguir:

| Tipo de máquina | Tempo disponível (horas de máquinas) |
|------------------------|---|
| A | 500 |
| B | 350 |
| C | 150 |

O número de horas de máquina requerido por unidade dos respectivos produtos é conhecido como coeficiente de produtividade (em horas de máquina por unidade), conforme representado a seguir:

| Tipo de máquina | Produto 1 | Produto 2 | Produto 3 |
|------------------------|------------------|------------------|------------------|
| A | 9 | 3 | 5 |
| B | 5 | 4 | 0 |
| C | 3 | 0 | 2 |

O lucro unitário estimado é de \$ 30, \$ 12 e \$ 15, respectivamente, para os produtos 1, 2 e 3.

Determine a quantidade de cada produto que a firma deve produzir para maximizar o seu lucro.

$$\text{Max } Z = 30x_1 + 12x_2 + 15x_3$$

s.a :

$$9x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 500$$

$$5x_1 + 4x_2 + 0x_3 \leq 350$$

$$3x_1 + 0x_2 + 2x_3 \leq 150$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$\text{Max } Z = 30x_1 + 12x_2 + 15x_3$$

s.a :

$$9x_1 + 3x_2 + 5x_3 + x_4 = 500$$

$$5x_1 + 4x_2 + 0x_3 + x_5 = 350$$

$$3x_1 + 0x_2 + 2x_3 + x_6 = 150$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$$

| | C_j | 30 | 12 | 15 | 0 | 0 | 0 | | |
|-------|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|-------|
| C_B | X_B | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_6 | b | |
| 0 | x_4 | 9 | 3 | 5 | 1 | 0 | 0 | 500 | 55.56 |
| 0 | x_5 | 5 | 4 | 0 | 0 | 1 | 0 | 350 | 70 |
| 0 | x_6 | 3 | 0 | 2 | 0 | 0 | 1 | 150 | 50 |
| | z_j | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| | $c_j - z_j$ | 30 | 12 | 15 | 0 | 0 | 0 | | |

| | C_j | 30 | 12 | 15 | 0 | 0 | 0 | | |
|-------|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------------|-------|
| C_B | X_B | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_6 | b | |
| 0 | x_4 | 0 | 3 | -1 | 1 | 0 | -3 | 50 | 16.67 |
| 0 | x_5 | 0 | 4 | -3.33 | 0 | 1 | -1.67 | 100 | 25 |
| 30 | x_1 | 1 | 0 | 0.67 | 0 | 0 | 0.33 | 50 | |
| | z_j | 30 | 0 | 20 | 0 | 0 | 10 | 1500 | |
| | $c_j - z_j$ | 0 | 12 | -5 | 0 | 0 | -10 | | |

| C_B | C_j | 30 | 12 | 15 | 0 | 0 | 0 | | |
|-------|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------------|--------|
| C_B | X_B | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_6 | b | |
| 12 | x_2 | 0 | 1 | -0.33 | 0.33 | 0 | -1 | 16.67 | -16.67 |
| 0 | x_5 | 0 | 0 | -2 | -1.33 | 1 | 2.33 | 33.33 | 14.286 |
| 30 | x_1 | 1 | 0 | 0.67 | 0 | 0 | 0.33 | 50 | 150 |
| | z_j | 30 | 12 | 16 | 4 | 0 | -2 | 1700 | |
| | $c_j - z_j$ | 0 | 0 | -1 | -4 | 0 | 2 | | |

| | C_j | 30 | 12 | 15 | 0 | 0 | 0 | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|--------|
| C_B | X_B | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_6 | b | |
| 12 | x_2 | 0 | 1 | -1.19 | -0.23 | 0.43 | 0 | 30.96 | -26 |
| 0 | x_6 | 0 | 0 | -0.86 | -0.57 | 0.43 | 1 | 14.29 | -16.67 |



| | | | | | | | | | |
|----|-------------|----|----|-------|-------|-------|---|-----------------|------|
| 30 | x_1 | 1 | 0 | 0.95 | 0.19 | -0.14 | 0 | 45.24 | 47.5 |
| | z_j | 30 | 12 | 14.29 | 2.86 | 0.86 | 0 | 1728.571 | |
| | $c_j - z_j$ | 0 | 0 | 0.71 | -2.86 | -0.86 | 0 | | |

| | C_j | 30 | 12 | 15 | 0 | 0 | 0 | |
|-------|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---------------|
| C_B | X_B | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_6 | b |
| 12 | x_2 | 1.25 | 1 | 0 | 0 | 0.25 | 0 | 87.5 |
| 0 | x_6 | 0.9 | 0 | 0 | -0.4 | 0.3 | 1 | 55 |
| 15 | x_3 | 1.05 | 0 | 1 | 0.2 | -0.15 | 0 | 47.5 |
| | z_j | 30.75 | 12 | 15 | 3 | 0.75 | 0 | 1762.5 |
| | $c_j - z_j$ | -0.75 | 0 | 0 | -3 | -0.75 | 0 | |

Deve-se produzir 87,5 do Produto 2, 47,5 do Produto 3, nenhum Produto 1, com o lucro de \$1762,5

Problema 2 (5 valores)

Para o seguinte problema de Programação Linear construa o primeiro quadro Simplex resolvendo pelo método das Duas Fases, escolha a coluna e a linha Pivot.

$$\text{Max } Z = 20x_1 + 25x_2 - 30x_3 + 20x_4$$

s.a :

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 50$$

$$3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 200$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 100$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

$$\text{Max } Z = 20x_1 + 25x_2 - 30x_3 + 20x_4$$

s.a :

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_5 = 50$$

$$3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 200$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 - x_6 + x_7 = 100$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 \geq 0$$

$$\text{Min } Z' = x_7$$

s.a :

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_5 = 50$$

$$3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 200$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 - x_6 + x_7 = 100$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 \geq 0$$

| | C_j | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | | |
|---|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|----------|
| | X_B | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_6 | x_7 | b | |
| 0 | x_5 | 2 | 3 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 50 | 16.66667 |
| 0 | x_4 | 3 | 2 | -1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 200 | 100 |
| 1 | x_7 | 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | -1 | 1 | 100 | 50 |
| | z_j | 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | -1 | 1 | 100 | |
| | $z_j - C_j$ | 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | -1 | 0 | | |

Problema 3 (5 valores)

A empresa Mauro e Filhos produz três tipos de peças (P1,P2 e P3) que vende pelo preço de 5000 Mt, 4500 Mt e 4000 Mt respectivamente. A empresa funciona em turnos de oito horas, durante todo o dia.

É sabido que para produzir os Produtos P1, P2 e P3 é necessário o tempo em horas homem de 4, 2 e 1 horas por produto, respectivamente, e o tempo em horas máquina é de 2, 4, 2 respectivamente.

Devido à exigência do mercado é necessário produzir-se pelo menos 10 unidades de produtos por dia.

Dado o seguinte quadro final determine as soluções primal e dual

$$\text{Max } Z = 5000P_1 + 4500P_2 + 4000P_3$$

s.a :

$$4P_1 + 2P_2 + P_3 \leq 24$$

$$2P_1 + 4P_2 + 2P_3 \leq 24$$

$$P_1 + P_2 + P_3 \geq 10$$

$$P_1, P_2, P_3 \geq 0$$



$$\text{Max } Z = 5000P_1 + 4500P_2 + 4000P_3$$

s.a :

$$4P_1 + 2P_2 + P_3 + P_4 = 24$$

$$2P_1 + 4P_2 + 2P_3 + P_5 = 24$$

$$P_1 + P_2 + P_3 - P_6 + P_7 = 10$$

$$P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7 \geq 0$$

| | 5 | 4.5 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
|--------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|---|
| | P ₁ | P ₂ | P ₃ | P ₄ | P ₅ | P ₆ | P ₇ | b |
| | 1 | 0 | 0 | 0.33 | -0.167 | 0 | 0 | 4 |
| | 0 | 1 | 0 | 0 | 0.5 | 1 | -1 | 2 |
| | 0 | 2 | 1 | -0.33 | 0.67 | 0 | 0 | 8 |
| c _j -z _j | 0 | -3.5 | 0 | -0.33 | -1.83 | 0 | 0 | |

| | | 5 | 4.5 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
|---|--------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----|
| | C _B | P ₁ | P ₂ | P ₃ | P ₄ | P ₅ | P ₆ | P ₇ | b |
| 5 | P ₁ | 1 | 0 | 0 | 0.33 | -0.167 | 0 | 0 | 4 |
| 0 | P ₆ | 0 | 1 | 0 | 0 | 0.5 | 1 | -1 | 2 |
| 4 | P ₃ | 0 | 2 | 1 | -0.33 | 0.67 | 0 | 0 | 8 |
| | z _j | 5 | 8 | 4 | 0.33 | 1.83 | 0 | 0 | 52 |
| | c _j -z _j | 0 | -3.5 | 0 | -0.33 | -1.83 | 0 | 0 | |

$$W=Z=52$$

| P ₁ | P ₂ | P ₃ | P ₄ | P ₅ | P ₆ |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 4 | 0 | 8 | 0 | 0 | 2 |
| 0 | 3.5 | 0 | 0.333 | 1.833 | 0 |
| Y ₄ | Y ₅ | Y ₆ | Y ₁ | Y ₂ | Y ₃ |

Problema 4 (5 valores)

Resolva o seguinte problema introduzindo somente duas variáveis

$$\text{Minimizar } z = 100x_1 + 100x_2 + 400x_3$$

s.a :

$$2x_1 + 3x_2 + 5x_3 \geq 45000$$

$$4x_1 + 2x_2 + 4x_3 \geq 75000$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$\text{Minimizar } z = 100x_1 + 100x_2 + 400x_3$$

s.a :

$$-2x_1 - 3x_2 - 5x_3 + x_4 = -45000$$

$$-4x_1 - 2x_2 - 4x_3 + x_5 = -75000$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

| | C_j | 1 | 1 | 4 | 0 | 0 | |
|-------|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| C_B | X_B | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | b |
| 0 | x_4 | -2 | -3 | -5 | 1 | 0 | -45000 |
| 0 | x_5 | -4 | -2 | -4 | 0 | 1 | -75000 |
| | z_j | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $z_j - C_j$ | -1 | -1 | -4 | 0 | 0 | |
| | | 0.25 | 0.5 | 1 | | | |

| | C_j | 1 | 1 | 4 | 0 | 0 | |
|-------|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| C_B | X_B | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | b |
| 0 | x_4 | 0 | -2 | -3 | 1 | -0.5 | -7500 |
| 1 | x_1 | 1 | 0.5 | 1 | 0 | -0.25 | 18750 |
| | z_j | 1 | 0.5 | 1 | 0 | -0.25 | 18750 |
| | $z_j - C_j$ | 0 | -0.5 | -3 | 0 | -0.25 | |
| | | 0 | 0.25 | 1 | | 0.5 | |

| | C_j | 1 | 1 | 4 | 0 | 0 | |
|-------|-------------|-------|-------|-------|-------|--------|----------|
| C_B | X_B | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | b |
| 1 | x_2 | 0 | 1 | 1.5 | -0.5 | 0.25 | 3750 |
| 1 | x_1 | 1 | 0 | 0.25 | 0.25 | -0.375 | 16875 |
| | z_j | 1 | 1 | 1.75 | -0.25 | -0.125 | 20625 |
| | $z_j - C_j$ | 0 | 0 | -2.25 | -0.25 | -0.125 | |

$$x_1=16875, x_2=3750, x_3=0, x_4=0, x_5=0 \quad z^{\text{optimo}}=20625$$