



---

# Transmissão de calor

---

## Aula prática Nº 11

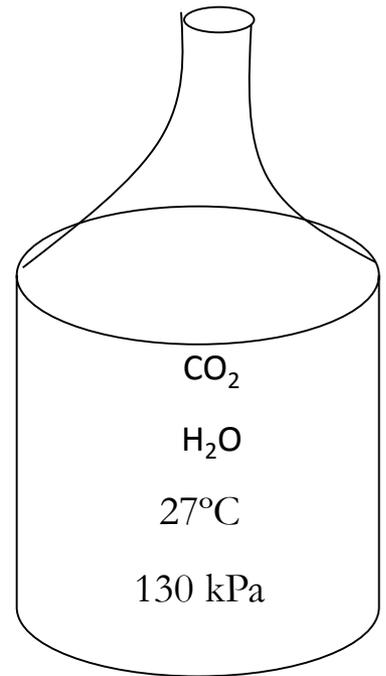
---

# Aula Prática-11

## □ Transferência de Massa

## Problema -28.1 (I)

Um recipiente contém um refrigerante gaseificado a temperatura de  $27^{\circ}\text{C}$  e pressão de  $130\text{ kPa}$ . Considere o refrigerante um líquido constituído por uma mistura de  $\text{CO}_2$  e vapor água. Determine a fracção molar de vapor de água no gás carbonico  $\text{CO}_2$  e a massa dissolvida de  $\text{CO}_2$  em  $200\text{ ml}$  do refrigerante quando o vapor de água e o dióxido de carbono estão na fase de equilíbrio.



# Problema -28.1 (Resolução I)

## Assume-se:

1. O refrigerante considera-se um líquido do tipo água;
2. Tanto o  $\text{CO}_2$  como o vapor de água são gases ideais;
3. Os dois formam uma mistura saturada;
4. O  $\text{CO}_2$  é solúvel em água e portanto pode-se aplicar a lei de Henry.

## Propriedades:

A pressão de saturação da água a  $27^\circ\text{C}$  é de 3,6 kPa (Tabela A-9).

A constante de Henry para  $\text{CO}_2$  dissolvido em água a  $27^\circ\text{C} = 300\text{ K}$  é  $H = 1710$  (Tabela 13-4). As massas molares de  $\text{CO}_2$  e água são 44 e 18 kg/kmol respectivamente (Tabela A-1).

# Problema -28.1 (Resolução II)

## Tabela 13.4 Constante de Henry

Henry's constant  $H$  (in bars) for selected gases in water at low to moderate pressures (for gas  $i$ ,  $H = P_{i, \text{gas side}}/y_{i, \text{water side}}$ )  
(from Mills, Ref. 13, Table A.21, p. 874)

Solute	290 K	300 K	310 K	320 K	330 K	340 K
H <sub>2</sub> S	440	560	700	830	980	1140
CO <sub>2</sub>	1280	1710	2170	2720	3220	—
O <sub>2</sub>	38,000	45,000	52,000	57,000	61,000	65,000
H <sub>2</sub>	67,000	72,000	75,000	76,000	77,000	76,000
CO	51,000	60,000	67,000	74,000	80,000	84,000
Air	62,000	74,000	84,000	92,000	99,000	104,000
N <sub>2</sub>	76,000	89,000	101,000	110,000	118,000	124,000

## Problema -28.1 (Resolução III)

### Análise:

Estando o CO<sub>2</sub> saturado no recipiente, a pressão parcial do vapor de água no ar será a igual à pressão de da água a 27°C, portanto:

$$P_{\text{vapor}} = P_{\text{sat}@27^{\circ}\text{C}} = 3,60 \text{ kPa}$$

Assumindo que tanto o vapor de água como o dióxido de carbono são gases ideais, a fração molar de vapor de água no gás carbônico calcula-se de:

$$y_{\text{vapor}} = \frac{P_{\text{vapor}}}{P} = \frac{3,60 \text{ kPa}}{130 \text{ kPa}} = \mathbf{0,0277}$$

## Problema -28.1 (Resolução IV)

Sendo a pressão total de 130 kPa, a pressão parcial de CO<sub>2</sub> será:

$$P_{\text{CO}_2 \text{ gas}} = P - P_{\text{vapor}} = 130 - 3,60 = 126,4 \text{ kPa} = 1,264 \text{ bar}$$

Da lei de Henry a fracção molar de CO<sub>2</sub> no refrigerante será:

$$y_{\text{CO}_2, \text{ lado do líquido}} = \frac{P_{\text{CO}_2, \text{ lado do gas}}}{H} = \frac{1,264 \text{ bar}}{1710 \text{ bar}} = 7,39 \times 10^{-4}$$

E portanto a fracção molar de água no refrigerante será:

$$y_{\text{água, lado do líquido}} = 1 - y_{\text{CO}_2, \text{ lado do líquido}} = 1 - 7,39 \times 10^{-4} = 0,9993$$

A massa e a fracção molar da mistura se relacionam pela seguinte expressão:

$$w_i = \frac{m_i}{m_m} = \frac{N_i M_i}{N_m M_m} = y_i \frac{M_i}{M_m}$$

## Problema -28.1 (Resolução V)

Onde a massa molar aparente da mistura água - CO<sub>2</sub> será:

$$M_m = \sum y_i M_i = y_{\text{água líquido}} M_{\text{água}} + y_{\text{CO}_2} M_{\text{CO}_2} = 0,9993 \times 18,0 + (7,39 \times 10^{-4}) \times 18,0 \\ = 18,02 \text{ kg/kmol}$$

A fracção mássica de CO<sub>2</sub> dissolvido na água determina-se de:

$$w_{\text{CO}_2, \text{ lado do liquido}} = y_{\text{CO}_2, \text{ lado do liquido}} (0) \frac{M_{\text{CO}_2}}{M_m} = 7,39 \times 10^{-4} \frac{44}{18,02} \\ = 0,00180$$

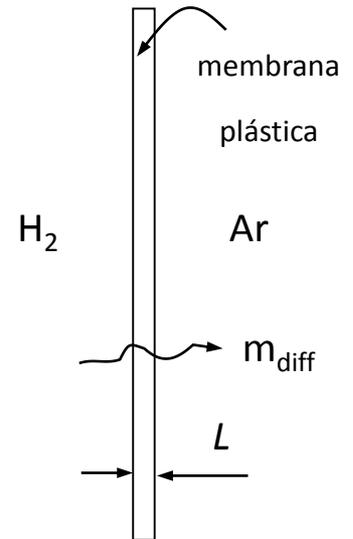
E portanto a massa de CO<sub>2</sub> dissolvido nos 200 ml do refrigerantes será:

$$m_{\text{CO}_2} = w_{\text{CO}_2} m_m = 0,00180(200 \text{ g}) = \mathbf{0,360 \text{ g}}$$

## Problema -28.2 (I)

Uma membrana plástica separa o hidrogénio do ar. O coeficiente de difusão binária do hidrogénio é de  $5,3 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$ . Determine a taxa de difusão do hidrogénio através da membrana considerando o regime estacionário e espessura da membrana igual a:

- a) 2 mm
- b) 0,5 mm



# Problema -28.2 (Resolução I)

## Assume-se:

1. Regime estacionário;
2. A transferência de massa é unidirecional;
3. A concentração de hidrogénio em ambos lados da membrana mantém-se constante;
4. Portanto existe simetria relativamente ao eixo da membrana;
5. Não existem reacções químicas na membrana.

A massa molar de hidrogénio é  $M = 2 \text{ kg/kmol}$  (Tabela A-1).

## Problema -28.2 (Resolução II)

Considere a concentração molar total constante ( $C = C_A + C_B \cong C_B = \text{constante}$ , a membrana estacionária, isto é, sem difusão da suas moléculas ( $N_B = 0$ ) e a concentração de hidrogénio na membrana infinitamente pequena ( $C_A \ll 1$ ).

O fluxo molar de hidrogénio através da membrana por unidade de área determina-se de:

$$\begin{aligned}\bar{j}_{\text{diff}} &= \frac{\dot{N}_{\text{diff}}}{A} = D_{AB} \frac{C_{A,1} - C_{A,2}}{L} \\ &= (5,3 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}) \frac{(0,065 - 0,003) \text{ kmol/m}^3}{2 \times 10^{-3} \text{ m}} \\ &= 1,64 \times 10^{-8} \text{ kmol/m}^2 \cdot \text{s}\end{aligned}$$

## Problema -26.2 (Resolução II)

O fluxo mássico determina-se multiplicando o fluxo molar pela massa molar do hidrogénio.

$$\begin{aligned}\dot{m}_{\text{diff}} &= M \bar{j}_{\text{diff}} = (2 \text{ kg/kmol})(1,64 \times 10^{-8} \text{ kmol/m}^2 \cdot \text{s}) \\ &= \mathbf{3,29 \times 10^{-8} \text{ kg / m}^2 \cdot \text{s}}\end{aligned}$$

Recalculando para uma espessura de 0.5 mm obtem-se:

$$\begin{aligned}\bar{j}_{\text{diff}} &= \frac{\dot{N}_{\text{diff}}}{A} = D_{AB} \frac{C_{A,1} - C_{A,2}}{L} \\ &= (5,3 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}) \frac{(0,065 - 0,003) \text{ kmol/m}^3}{0,5 \times 10^{-3} \text{ m}} \\ &= 6,57 \times 10^{-8} \text{ kmol/m}^2 \cdot \text{s}\end{aligned}$$

e

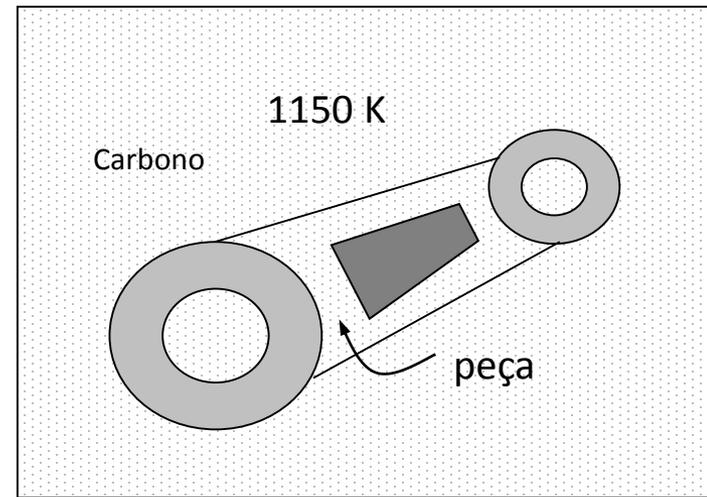
$$\dot{m}_{\text{diff}} = M \bar{j}_{\text{diff}} = (2 \text{ kg/kmol})(6,57 \times 10^{-8} \text{ kmol/m}^2 \cdot \text{s}) = \mathbf{1,31 \times 10^{-7} \text{ kg / m}^2 \cdot \text{s}}$$

## Problema -28.3 (I)

Uma peça de aço cujo teor de carbono inicial em massa é de 0,12 por cento deve ser endurecida num forno a 1150 K expondo-a a um gás de cementação. O coeficiente de difusão do carbono no aço é fortemente dependente da temperatura, e à temperatura do forno é de  $D_{AB}=7,2 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{s}$ . Além disso, a fração de massa de carbono na superfície exposta da peça de aço é mantida a 0,011 pelo ambiente do forno rico em carbono.

## Problema -28.3 (II)

Se o processo de endurecimento continuar até que a fração de massa de carbono a uma profundidade de 0,7 milímetros passar a ser de 0,32 por cento, determine quanto tempo a peça deve ser mantida no forno.



# Problema -28.3 (Resolução I)

## Assume-se:

1. A concentração inicial de carbono na peça é uniforme;
2. A concentração de carbono na superfície se mantém constante.

## Análise:

Este problema é similar ao de transferência de calor por condução unidirecional, regime transiente.

Usando a fracção, mássica para a concentração e de acordo com os dados, a solução pode ser expressa como:

$$\frac{w_A(x,t) - w_{A,i}}{w_{A,s} - w_{A,i}} = \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{D_{AB}t}}\right)$$

# Tabela da Função Erro Complementar

**TABLE 4-3**

The complementary error function

$\xi$	erfc ( $\xi$ )										
0.00	1.00000	0.38	0.5910	0.76	0.2825	1.14	0.1069	1.52	0.03159	1.90	0.00721
0.02	0.9774	0.40	0.5716	0.78	0.2700	1.16	0.10090	1.54	0.02941	1.92	0.00662
0.04	0.9549	0.42	0.5525	0.80	0.2579	1.18	0.09516	1.56	0.02737	1.94	0.00608
0.06	0.9324	0.44	0.5338	0.82	0.2462	1.20	0.08969	1.58	0.02545	1.96	0.00557
0.08	0.9099	0.46	0.5153	0.84	0.2349	1.22	0.08447	1.60	0.02365	1.98	0.00511
0.10	0.8875	0.48	0.4973	0.86	0.2239	1.24	0.07950	1.62	0.02196	2.00	0.00468
0.12	0.8652	0.50	0.4795	0.88	0.2133	1.26	0.07476	1.64	0.02038	2.10	0.00298
0.14	0.8431	0.52	0.4621	0.90	0.2031	1.28	0.07027	1.66	0.01890	2.20	0.00186
0.16	0.8210	0.54	0.4451	0.92	0.1932	1.30	0.06599	1.68	0.01751	2.30	0.00114
0.18	0.7991	0.56	0.4284	0.94	0.1837	1.32	0.06194	1.70	0.01612	2.40	0.00069
0.20	0.7773	0.58	0.4121	0.96	0.1746	1.34	0.05809	1.72	0.01500	2.50	0.00041
0.22	0.7557	0.60	0.3961	0.98	0.1658	1.36	0.05444	1.74	0.01387	2.60	0.00024
0.24	0.7343	0.62	0.3806	1.00	0.1573	1.38	0.05098	1.76	0.01281	2.70	0.00013
0.26	0.7131	0.64	0.3654	1.02	0.1492	1.40	0.04772	1.78	0.01183	2.80	0.00008
0.28	0.6921	0.66	0.3506	1.04	0.1413	1.42	0.04462	1.80	0.01091	2.90	0.00004
0.30	0.6714	0.68	0.3362	1.06	0.1339	1.44	0.04170	1.82	0.01006	3.00	0.00002
0.32	0.6509	0.70	0.3222	1.08	0.1267	1.46	0.03895	1.84	0.00926	3.20	0.00001
0.34	0.6306	0.72	0.3086	1.10	0.1198	1.48	0.03635	1.86	0.00853	3.40	0.00000
0.36	0.6107	0.74	0.2953	1.12	0.1132	1.50	0.03390	1.88	0.00784	3.60	0.00000

## Problema -28.3 (Resolução II)

Substituindo as quantidades dadas:

$$\frac{0,0032 - 0,0012}{0,011 - 0,0012} = 0,204 = \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{D_{AB} t}}\right)$$

Com o valor calculado de 0,204, da Tabela 4-3 le-se o valor correspondente do argumento que é 0,742

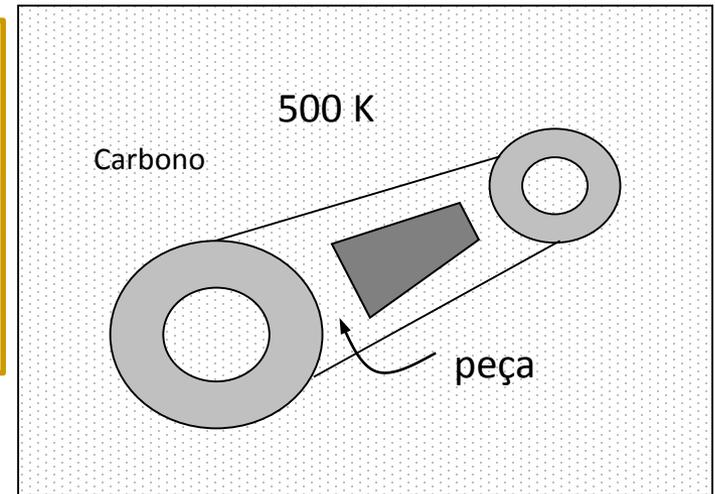
$$\frac{x}{2\sqrt{D_{AB} t}} = 0,742$$

Resolvendo a equação resulta que:

$$t = \frac{x^2}{4D_{AB}(0,742)^2} = \frac{(0,0007 \text{ m})^2}{4 \times (7,2 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{s})(0,742)^2} = 32458 \text{ s} \cong \mathbf{9 \text{ h}}$$

# Problema -28.4 (I)

Repita o problema anterior considerando que o coeficiente de difusão no forno passa a ser de  $D_{AB}=2,1 \times 10^{-20} \text{ m}^2/\text{s}$ .



## Problema -28.4 (Resolução I)

Considerando o coeficiente de  $2,1 \times 10^{-20}$  resulta:

$$\frac{w_A(x,t) - w_{A,i}}{w_{A,s} - w_{A,i}} = \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{D_{AB}t}}\right)$$

$$\frac{0,0032 - 0,0012}{0,011 - 0,0012} = 0,204 = \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{D_{AB}t}}\right)$$

$$\frac{x}{2\sqrt{D_{AB}t}} = 0,742$$

E o tempo será:

$$t = \frac{x^2}{4D_{AB}(0,742)^2} = \frac{(0,0007 \text{ m})^2}{4 \times (2,1 \times 10^{-20} \text{ m}^2/\text{s})(0,742)^2} = \mathbf{1,06 \times 10^{13} \text{ s} = 336,000 \text{ anos}}$$

---

## Problema -28.4 (Resolução II)

Portanto a peça deve permanecer muito tempo para se conseguir atingir a camada de cementação necessário.

**Conclusão:** para acelerar o processo de difusão, deve-se elevar a temperatura.



# Trabalho Para Casa 10

Uma peça de aço cujo teor de carbono inicial em massa é de 0,15 por cento, deve ser endurecida num forno expondo-a a um gás de cementação. O coeficiente de difusão do carbono no aço é fortemente dependente da temperatura, e à temperatura de 1150K é de  $D_{AB}=7,2 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{s}$ . A fração de massa de carbono na superfície exposta da peça de aço é mantida a 0,012 pelo ambiente do forno rico em carbono.

Trace a curva da variação da concentração de carbono (em %) a uma profundidade de 0,6 milímetros para a variação de temperatura entre 500 K e 1500 K com um passo de 50 K, mantendo a peça no forno durante 10 horas em cada temperatura.