



Optimização

Aula 11



Aula 11. Aula Prática (PL)

- O método Simplex,
- Método das Duas Fases
- Método do Big M



Problema 11.1

Resolver pelo método das Duas fazes e pelo Big M

$$\textit{Minimizar } z = x_1 + 4x_2$$

s.a.

$$x_1 + 2x_2 \leq 5$$

$$2x_1 + x_2 = 4$$

$$x_1 - x_2 \geq 3$$

com

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$



Problema 11.1 Reduzir à forma padrão

Minimizar $z = x_1 + 4x_2$

s.a.

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$$

$$2x_1 + x_2 + x_5 = 4$$

$$x_1 - x_2 - x_4 + x_6 = 3$$

com

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0, \quad x_4 \geq 0, \quad x_5 \geq 0, \quad x_6 \geq 0$$



Problema 11.1 Construir o Problema Auxiliar

Minimizar $z' = x_5 + x_6$

s.a.

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$$

$$2x_1 + x_2 + x_5 = 4$$

$$x_1 - x_2 - x_4 + x_6 = 3$$

com

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0, \quad x_4 \geq 0, \quad x_5 \geq 0, \quad x_6 \geq 0$$



1ª Tabela Simplex (1ª fase)

C_j		0	0	0	0	1	1		
C_B	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b	
0	x_3	1	2	1	0	0	0	5	5
1	x_5	2	1	0	0	1	0	4	2
1	x_6	1	-1	0	-1	0	1	3	3
	z_j	3	0	0	-1	1	1	7	
	$z_j - c_j$	3	0	0	-1	0	0		

A SBA $X^0 = (0, 0, 5, 0, 4, 3)$



2ª Tabela Simplex (1ª fase) Fim

C_j		0	0	0	0	1	1		
C_B	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b	
0	x_3	0	1,5	1	0	-0,5	0	3	
0	x_1	1	0,5	0	0	0,5	0	2	
1	x_6	0	-1,5	0	-1	-0,5	1	1	
	z_j	0	-1,5	0	-1	-0,5	1	1	
	$z_j - c_j$	0	-1,5	0	-1	-1,5	0		

A SBA $X^1 = (2, 0, 3, 0, 0, 1)$



1ª Tabela Simplex (2ª fase) Fim

C_j		1	4	0	0	0	0		
C_B	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b	
0	x_3	0	1,5	1	0	-0,5	0	3	
1	x_1	1	0,5	0	0	0,5	0	2	
0	x_6	0	-1,5	0	-1	-0,5	1	1	
	z_j	1	0,5	0	0	0,5	0	2	
	$z_j - c_j$	0	-3,5	0	0	0,5	0		

A SBA $X^1 = (2, 0, 3, 0, 0, 1)$ $Z=2$



1ª Tabela Simplex

C_j		1	4	0	0	M	M		
C_B	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b	
0	x_3	1	2	1	0	0	0	5	5
M	x_5	2	1	0	0	1	0	4	2
M	x_6	1	-1	0	-1	0	1	3	3
	z_j	3M	0	0	-1M	1M	1M	7M	
	$z_j - c_j$	3M-1	-4	0	-1M	0	0		

A SBA $X^0 = (0, 0, 5, 0, 4, 3)$



2ª Tabela Simplex

C_j		1	4	0	0	M	M	
C_B	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b
0	x_3	0	3/2	1	0	-1/2	0	3
1	x_1	1	1/2	0	0	1/2	0	2
M	x_6	0	-1/2	0	-1	-1/2	1	1
	z_j	1	$-(M-1)/2$	0	$-1M$	$-(M-1)/2$	$1M$	$M+2$
	$z_j - c_j$	0	$-(M+7)/2$	0	$-1M$	$-(3M-1)/2$	0	

A SBA $X^1 = (2, 0, 3, 0, 0, 1)$



Problema 11.2

$$\textit{Maximizar } z = 3x_1 - 2x_2$$

s.a.

$$x_1 - x_2 \geq 0$$

$$x_1 + x_2 \geq 2$$

com

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$



Problema 11.2 Reduzir à Forma Padrão

$$\text{Maximizar } z = 3x_1 - 2x_2$$

s.a.

$$-x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

$$x_1 + x_2 - x_4 + x_5 = 2$$

com

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0, \quad x_4 \geq 0, \quad x_5 \geq 0$$



Problema 11.2 Construir o Problema Auxiliar

Minimizar $z' = x_5$

s.a.

$$-x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

$$x_1 + x_2 - x_4 + x_5 = 2$$

com

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0, \quad x_4 \geq 0, \quad x_5 \geq 0$$



1ª Tabela Simplex (1ª fase)

C_j		0	0	0	0	1		
x_B		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b	
0	x_3	-1	1	1	0	0	0	
1	x_5	1	1	0	-1	1	2	2
z_j		1	1	0	-1	1	2	
$z_j - C_j$		1	1	0	-1	0		

A SBA $X^0 = (0, 0, 0, 0, 0, 2)$



2ª Tabela Simplex (1ª fase) Fim

C_j		0	0	0	0	1	
x_B		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b
0	x_3	0	2	1	-1	1	2
0	x_1	1	1	0	-1	1	2
z_j		0	0	0	0	0	0
$z_j - C_j$		0	0	0	0	-1	

A SBA $X^1 = (2, 0, 2, 0, 0, 0)$



1ª Tabela Simplex (2ª fase) Fim

C_j		3	-2	0	0	0		
x_B		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b	
0	x_3	0	2	1	-1	1	2	
3	x_1	1	1	0	-1	1	2	
z_j		3	3	0	-3	3	6	
$c_j - z_j$		0	-5	0	3	-3		

A SBA $X^2 = (2, 0, 2, 0, 0, 0)$



Problema 11.3

$$\text{Maximizar } z = x_1 + 4x_2$$

s.a.

$$x_1 + 2x_2 \leq 5$$

$$2x_1 + x_2 \leq 4$$

$$2x_1 + x_2 \geq 4$$

$$x_1 - x_2 \geq 1$$

com

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$



Problema 11.3 Reduzir à Forma Padrão

$$\text{Maximizar } Z = x_1 + 4x_2$$

s.a.

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$$

$$2x_1 + x_2 + x_4 = 4$$

$$2x_1 + x_2 - x_5 + x_7 = 4$$

$$x_1 - x_2 - x_6 + x_8 = 1$$

com

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0, \quad x_4 \geq 0, \quad x_5 \geq 0, \quad x_6 \geq 0, \quad x_7 \geq 0, \quad x_8 \geq 0$$



Problema 11.3 Construir o Problema Auxiliar

$$\text{Minimizar } z' = x_7 + x_8$$

s.a.

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 5$$

$$2x_1 + x_2 + x_4 = 4$$

$$2x_1 + x_2 - x_5 + x_7 = 4$$

$$x_1 - x_2 - x_6 + x_8 = 1$$

com

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0, \quad x_4 \geq 0, \quad x_5 \geq 0, \quad x_6 \geq 0, \quad x_7 \geq 0, \quad x_8 \geq 0$$



1ª Tabela Simplex

C_j		0	0	0	0	0	0	1	1	
x_B		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	b
0	x_3	1	2	1	0	0	0	0	0	5
0	x_4	2	1	0	1	0	0	0	0	4
1	x_7	2	1	0	0	-1	0	1	0	4
1	x_8	1	-1	0	0	0	-1	0	1	1
z_j		3	0	0	0	-1	-1	1	1	5
$z_j - C_j$		3	0	0	0	-1	-1	0	0	

A SBA $X^0 = (0, 0, 5, 4, 0, 0, 4, 1)$; $Z = 5$



2ª Tabela Simplex

C_j		0	0	0	0	0	0	1	1	
	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	b
0	x_3	0	3	1	0	0	1	0	-1	4
0	x_4	0	3	0	1	0	2	0	-2	2
1	x_7	0	3	0	0	-1	2	1	-2	2
0	x_1	1	-1	0	0	0	-1	0	1	1
	z_j	0	3	0	0	-1	2	1	-2	2
	$z_j - c_j$	0	3	0	0	-1	2	0	-3	

1,33

0,67

0,67

-1,00

A SBA $X^1 = (1, 0, 4, 0, 0, 0, 2, 0)$ $Z = 2$



3ª Tabela Simplex (Fim da 1ª Fase)

C_j		0	0	0	0	0	0	1	1	
	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	b
0	x_3	0	0	1	0	1	-1	-1	1	2
0	x_4	0	0	0	1	1	0	-1	0	0
0	x_2	0	1	0	0	-0,33	0,67	0,33	-0,67	0,67
0	x_1	1	0	0	0	-0,33	-0,33	0,33	0,33	1,67
	z_j	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	$z_j - C_j$	0	0	0	0	0	0	-1	-1	

A SBA $X^2 = (1,67, 0,67, 2, 0, 0, 0, 0, 0)$; $Z = 0$



1ª Tabela Simplex (Fim da 2ª fase)

c_j		1	4	0	0	0	0	0	0	
x_B		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	b
0	x_3	0,00	0,00	1,00	-1,00	0,00	-1,00	0,00	1,00	2,00
0	x_4	0,00	0,00	0,00	1,00	1,00	0,00	-1,00	0,00	0,00
4	x_2	0,00	1,00	0,00	0,33	0,00	0,67	0,00	-0,67	0,67
1	x_1	1,00	0,00	0,00	0,33	0,00	-0,33	0,00	0,33	1,67
	z_j	1,00	4,00	0,00	1,67	0,00	2,33	0,00	-2,33	4,33
	$c_j - z_j$	0,00	0,00	0,00	-1,67	0,00	-2,33	0,00	2,33	

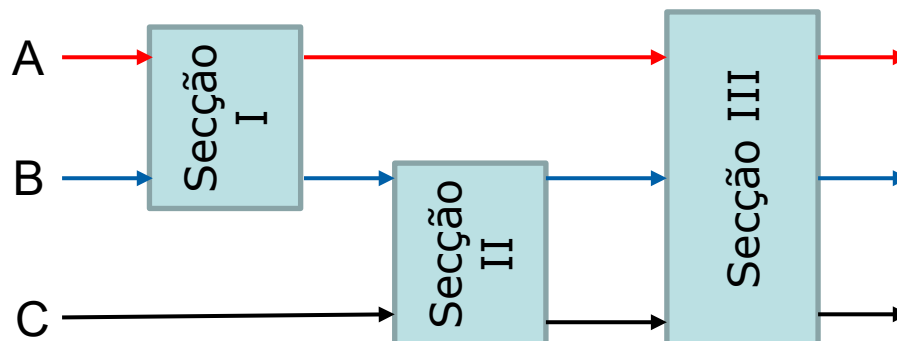
A SBA $X^3 = (1,6, 0,6, 2, 0, 0, 0, 0, 0)$; é óptima $Z = 4,3$



Trabalho para Casa Nº 4

Uma linha de produção de uma fabrica de aparelhos electrónicos é constituída por três secções e pode produzir três produtos de acordo com o diagrama abaixo.

As Secções 1, 2 e 3 têm uma capacidade de tratamento diária de 100, 200 e 400 unidades, respectivamente. Cada produto, utiliza uma unidade de capacidade de cada secção interveniente no processo de fabrico.





Trabalho para Casa Nº 4

Sabe-se que o mercado necessita de no mínimo 300 produtos A e C. Sabendo que as margens brutas por produto produzido dos produtos A, B e C são de 3000, 4000 e 2000 Mt, respectivamente, estabeleça um modelo matemático de programação linear que lhe permita planear a produção diária.

Resolva este problema pelo método do Big M e das duas fases,
Enviar até a 0 hora de sexta-feira dia 15 de Setembro, com o
“subject”: TPC04