Optimização

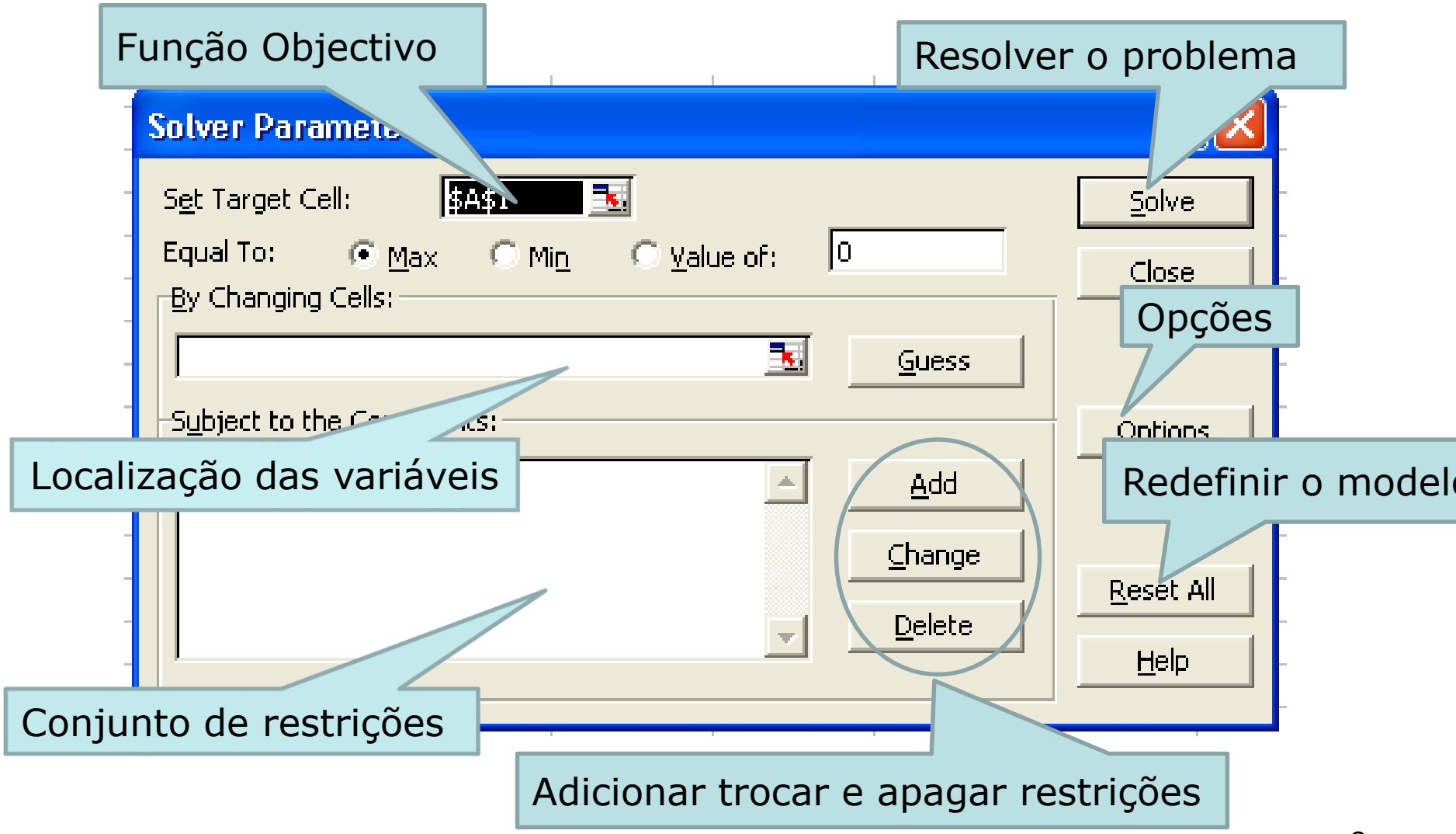
Aula 7

Prof. Doutor Engº Jorge Nhambiu

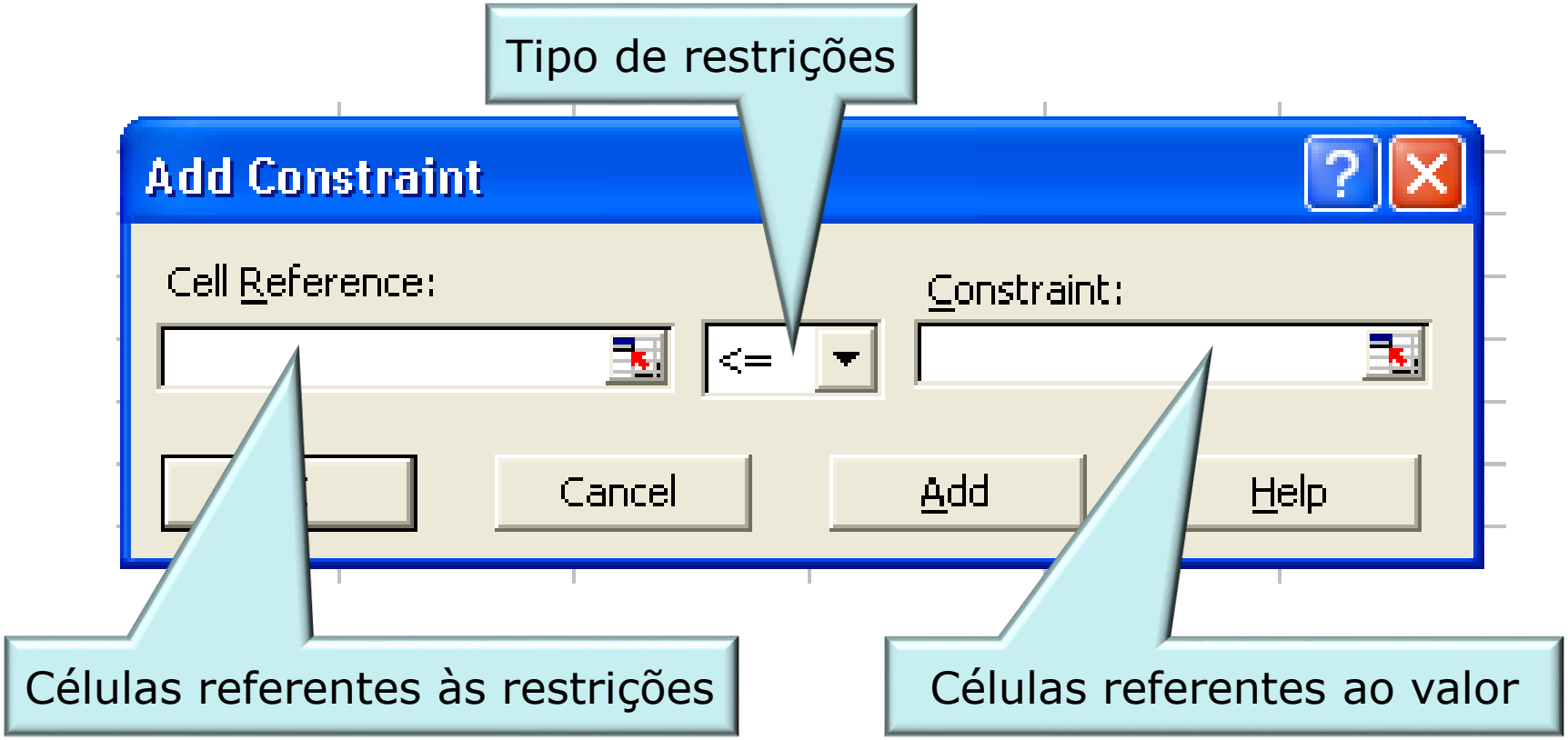
Aula 7. Solver

- Pode ser usado para resolver problemas de Programação Linear e Programação não Linear.
- Pode resolver problemas:
  - com até 200 variáveis de decisão e
  - com até 100 restrições explicitas.

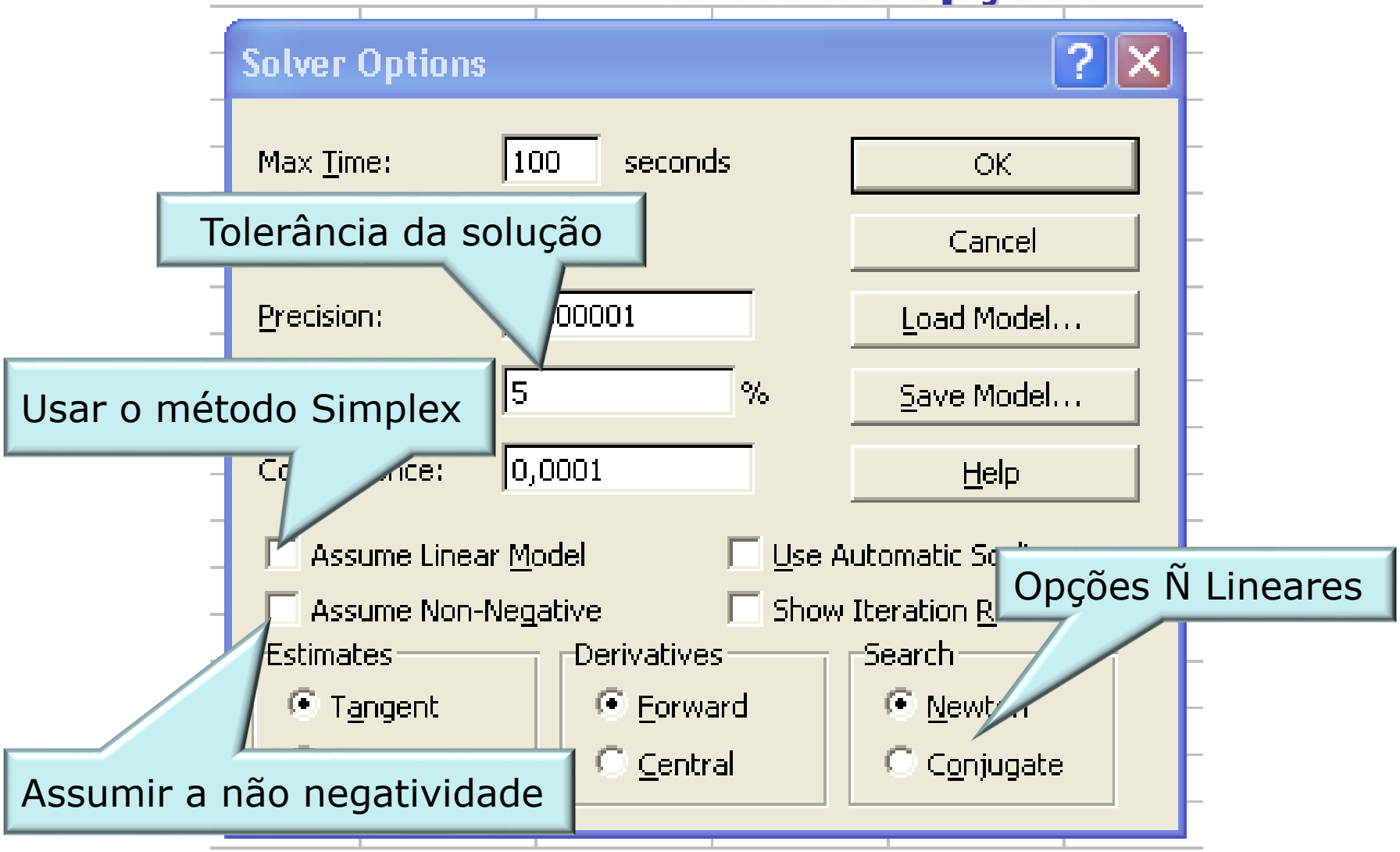
Caixa com os parâmetros do Solver



Caixa dos parâmetros das restrições



Caixa de opções



Exemplo

A União Geral de Cooperativas pode comprar três tipos de ingredientes para produzir rações para criadores de animais. A companhia esta sujeita a certos tipos de exigências nutricionais em relação a gordura, proteínas cálcio e ferro. Cada vaca requer no mínimo 10 unidades de cálcio, não mais de 7,5 unidades de gordura, no mínimo 12 unidades de ferro e também no mínimo 15 unidades de proteínas por dia. A tabela seguinte mostra a quantidade de gordura, proteínas, cálcio e ferro em cada quilograma dos três tipos de ingredientes. O ingrediente do Tipo I custa $0,25; o do Tipo II; $0,10 e o do Tipo III; $0,08 por quilograma. A companhia pode fazer a mistura dos três tipos de ingredientes de forma a satisfazer a procura. A UGC precisa de fazer a ração de forma a minimizar os custos. Formular e resolver o problema.

Ingredientes Unidades por Kg

	Tipo I	Tipo II	Tipo III
Cálcio	0,7	0,8	0
Ferro	0,9	0,8	0,8
Proteínas	0,8	1,5	0,9
Gordura	0,5	0,6	0,4

Sejam as variáveis:

Tipo 1 - quantidade em quilogramas do ingrediente do Tipo I, usado por dia para abastecer as vacas;

Tipo 2 - quantidade em quilogramas do ingrediente do Tipo II, usado por dia para abastecer as vacas;

Tipo 3 - quantidade em quilogramas do ingrediente do Tipo III, usado por dia para abastecer as vacas.

- **Minimize:**

  $Z = 0{,}25 \cdot TipoI + 0{,}1 \cdot TipoII + 0{,}08 \cdot TipoIII$

- **Sujeito a:**

  - $0{,}7 \cdot TipoI + 0{,}8 \cdot TipoII + 0 \cdot TipoIII \geq 10$
  - $0{,}9 \cdot TipoI + 0{,}8 \cdot TipoII + 0{,}8 \cdot TipoIII \geq 12$
  - $0{,}8 \cdot TipoI + 1{,}5 \cdot TipoII + 0{,}9 \cdot TipoIII \geq 15$
  - $0{,}5 \cdot TipoI + 0{,}6 \cdot TipoII + 0{,}4 \cdot TipoIII \leq 7{,}5$

- **Com:**

  - $TipoI, TipoII, TipoIII \geq 0$

A função SUMPRODUCT tem a seguinte característica:

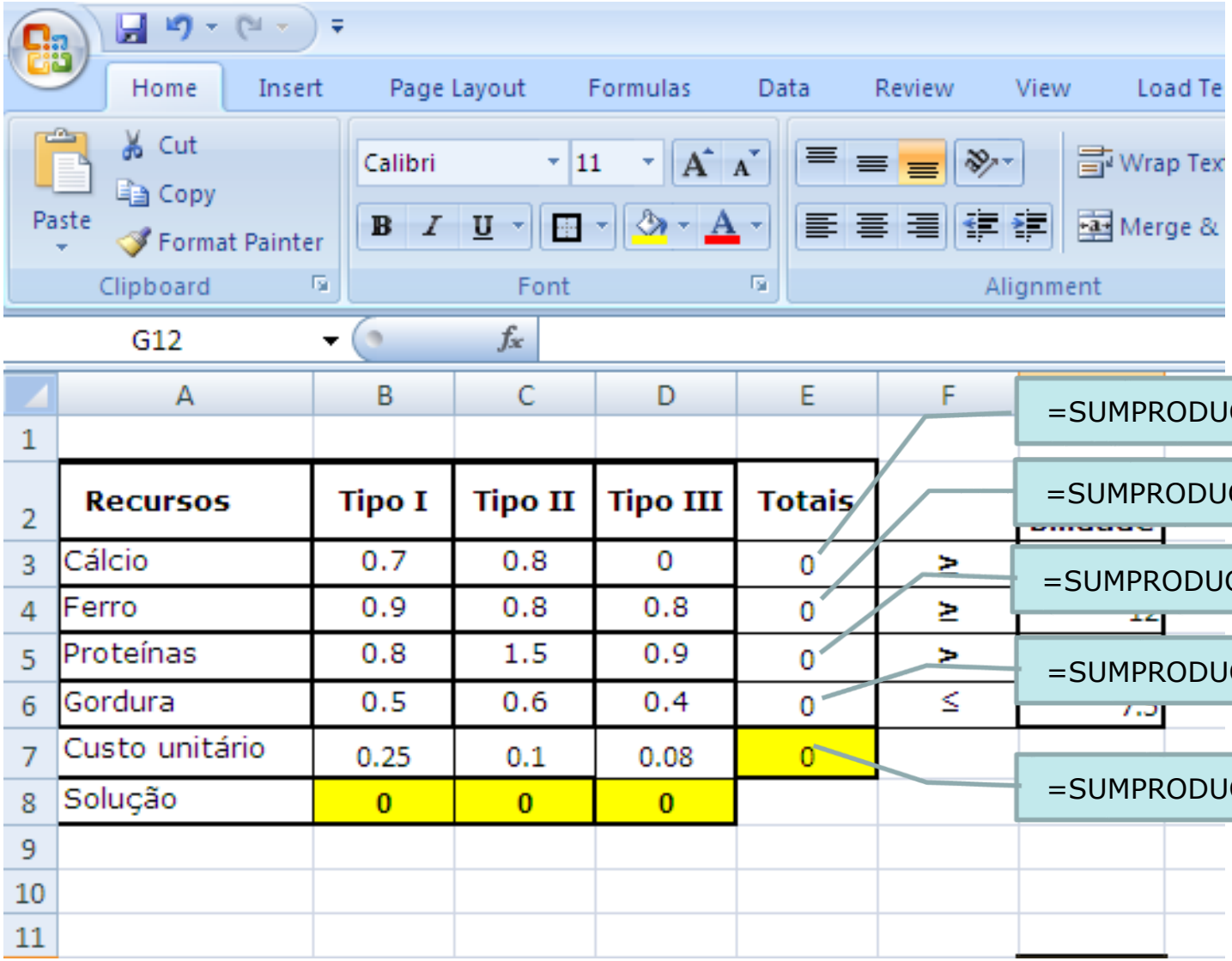
=SUMPRODUCT(B3:D3,$B$8:$D$8)

SUMPRODUCT(B3:D3;B8:D8) = (B3*B8+C3*C8+D3*D8)

A sintaxe da função SUMPRODUCT tem os seguintes argumentos :

Vector 1 Obrigatório. Argumentos do primeiro vector cujos componentes se deseja multiplicar e depois adicionar.

Vector 2, Vector 3, ... Opcionais. Argumentos do vector de 2 a 255 cujos componentes se deseja multiplicar e depois adicionar.



=SUMPRODUCT(B3:D3,$B$8:$D$8)

=SUMPRODUCT(B4:D4,$B$8:$D$8)

=SUMPRODUCT(B5:D5,$B$8:$D$8)

=SUMPRODUCT(B6:D6,$B$8:$D$8)

=SUMPRODUCT(B7:D7,$B$8:$D$8)

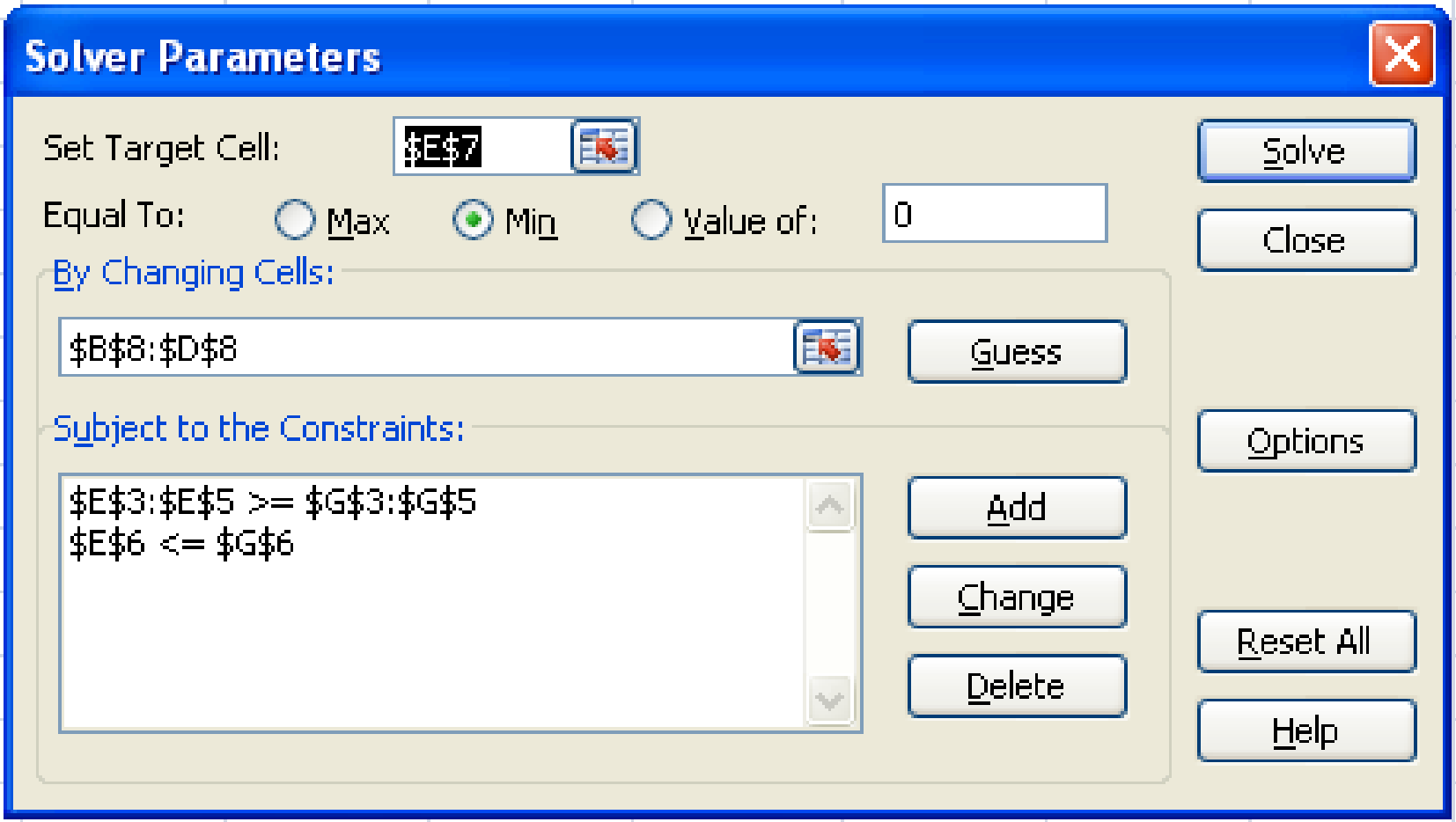
1. Seleccionar nos *Tools* o Solver;

2. *Click* no *Set Target Cell* e escrever E7;

3. *Click* no Min;

4. *Click* no *By Changing Cell* e na folha de cálculo *Click* e arraste o rato desde B8 até D8 (ou escrever B8:D8);

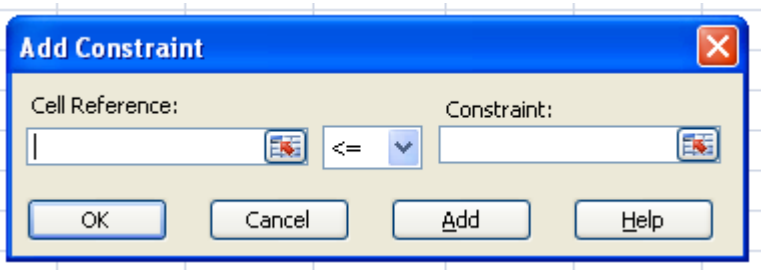
O modelo completo no Solver fica como se apresenta na figura



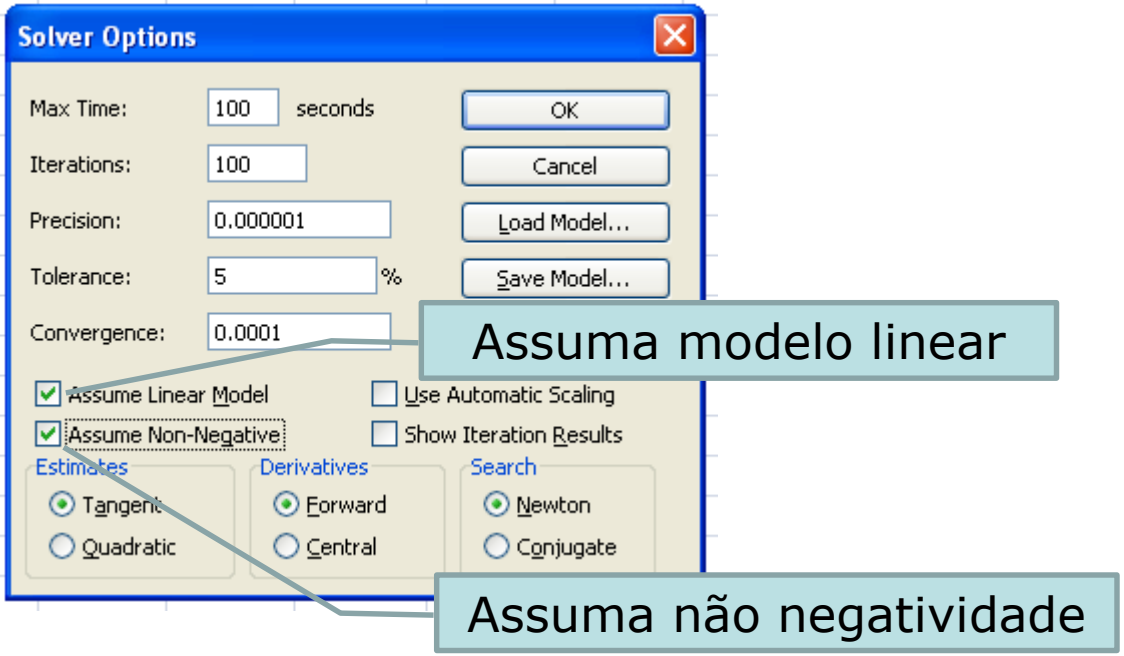
5. *Click* o botão *Add* para adicionar as restrições:

6. Para adicionar as restrições do tipo mínimo: Na caixa *Cell Reference* introduza E3:E5, seleccione >= depois na caixa das restrições introduza G3:G5. depois *click Add;*

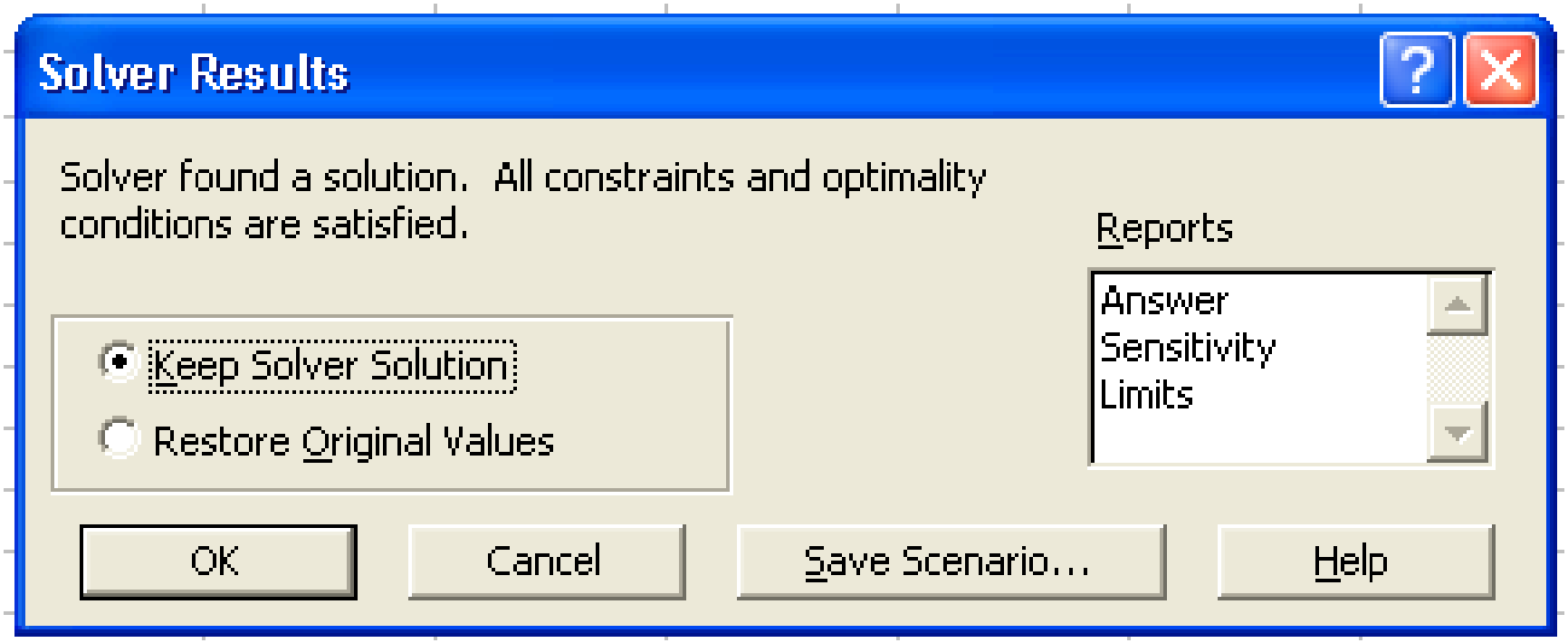
7. Para adicionar as restrições do tipo máximo: Na caixa *Cell Reference* introduza E6, seleccione <= depois na caixa das restrições introduza G6. Depois *click Ok;*

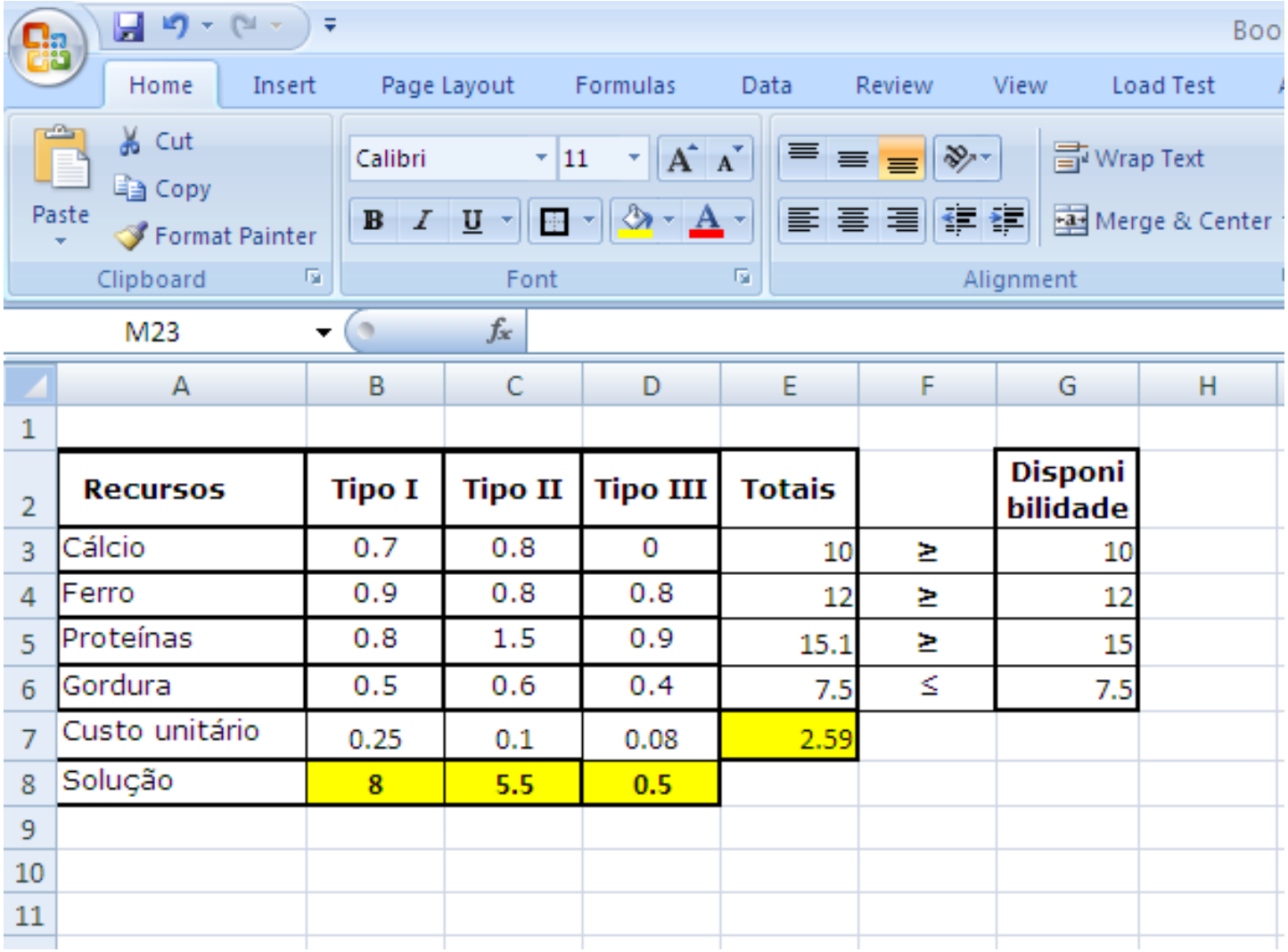


8. Finalmente Seleccione *Options*, Assuma a *Non-negativity* e *Linear Model*.



Para se resolver o modelo carrega-se no botão Solve e antes dele ser resolvido aparece a seguinte caixa de diálogo:

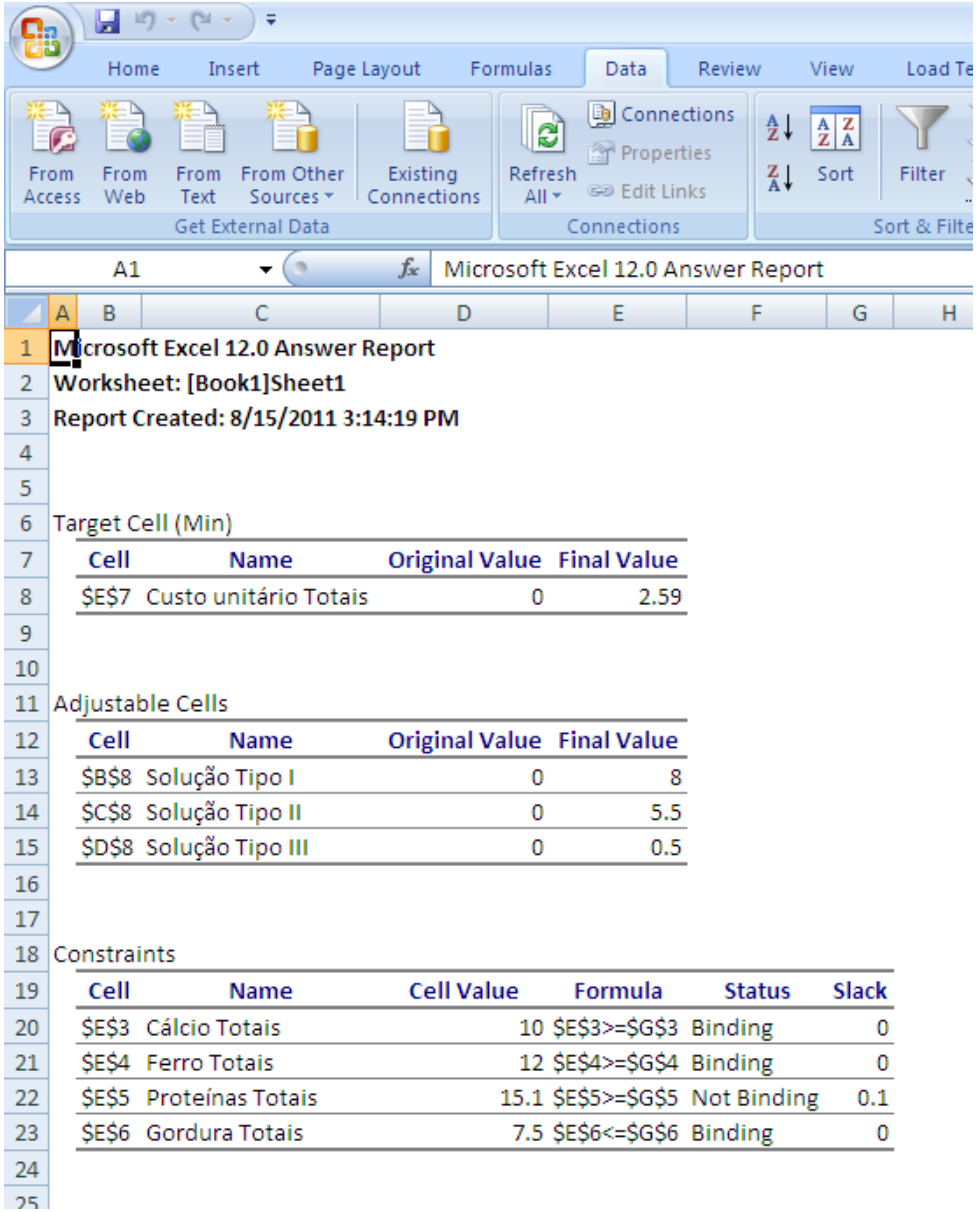




	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2	**Recursos**	**Tipo I**	**Tipo II**	**Tipo III**	**Totais**		**Disponibilidade**	
3	Cálcio	0.7	0.8	0	10	≥	10	
4	Ferro	0.9	0.8	0.8	12	≥	12	
5	Proteínas	0.8	1.5	0.9	15.1	≥	15	
6	Gordura	0.5	0.6	0.4	7.5	≤	7.5	
7	Custo unitário	0.25	0.1	0.08	2.59			
8	Solução	**8**	**5.5**	**0.5**				
9								
10								
11								

Reportes do Solver

- Answer Report
- Este *reporte* dá:
  - O valor original e final da F.O.
  - Valores original e final das células ajustáveis
  - O valor das variáveis de folga e de excesso
  - Neste caso a solução óptima (células ajustáveis) é TipoI=8,TipoII =5,5 e TipoIII = 0,5, e o valor óptimo da função objectivo (Célula de destino). F.O. = 2,59



Microsoft Excel 12.0 Answer Report
Worksheet: [Book1]Sheet1
Report Created: 8/15/2011 3:14:19 PM

Target Cell (Min)

Cell	Name	Original Value	Final Value
$E$7	Custo unitário Totais	0	2.59

Adjustable Cells

Cell	Name	Original Value	Final Value
$B$8	Solução Tipo I	0	8
$C$8	Solução Tipo II	0	5.5
$D$8	Solução Tipo III	0	0.5

Constraints

Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack
$E$3	Cálcio Totais	10	$E$3>=$G$3	Binding	0
$E$4	Ferro Totais	12	$E$4>=$G$4	Binding	0
$E$5	Proteínas Totais	15.1	$E$5>=$G$5	Not Binding	0.1
$E$6	Gordura Totais	7.5	$E$6<=$G$6	Binding	0

Reportes do Solver

- Sensitivity Report
- Este reporte da:
  - O valor óptimo de todas as células ajustáveis;
  - Os seus custos reduzidos;
  - Os coeficientes para os quais mesmo alteradas as restrições a função objectivo se mantém óptima.

A1 | Microsoft Excel 12.0 Sensitivity Report

Microsoft Excel 12.0 Sensitivity Report
Worksheet: [Book1]Sheet1
Report Created: 8/15/2011 3:14:19 PM

Adjustable Cells

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
$B$8	Solução Tipo I	8	0	0.25	1E+30	0.1425
$C$8	Solução Tipo II	5.5	0	0.1	0.162857143	1E+30
$D$8	Solução Tipo III	0.5	0	0.08	0.177142857	2.68

Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
$E$3	Cálcio Totais	10	0.31	10	0.137931034	4
$E$4	Ferro Totais	12	0.67	12	0.054794521	2
$E$5	Proteínas Totais	15.1	0	15	0.1	1E+30
$E$6	Gordura Totais	7.5	-1.14	7.5	1	0.016949153

Reportes do Solver

- Limits Report
- Este reporte da:
  - O limite superior e inferior para cada célula ajustável.

Get External Data | Connections | Sort & F

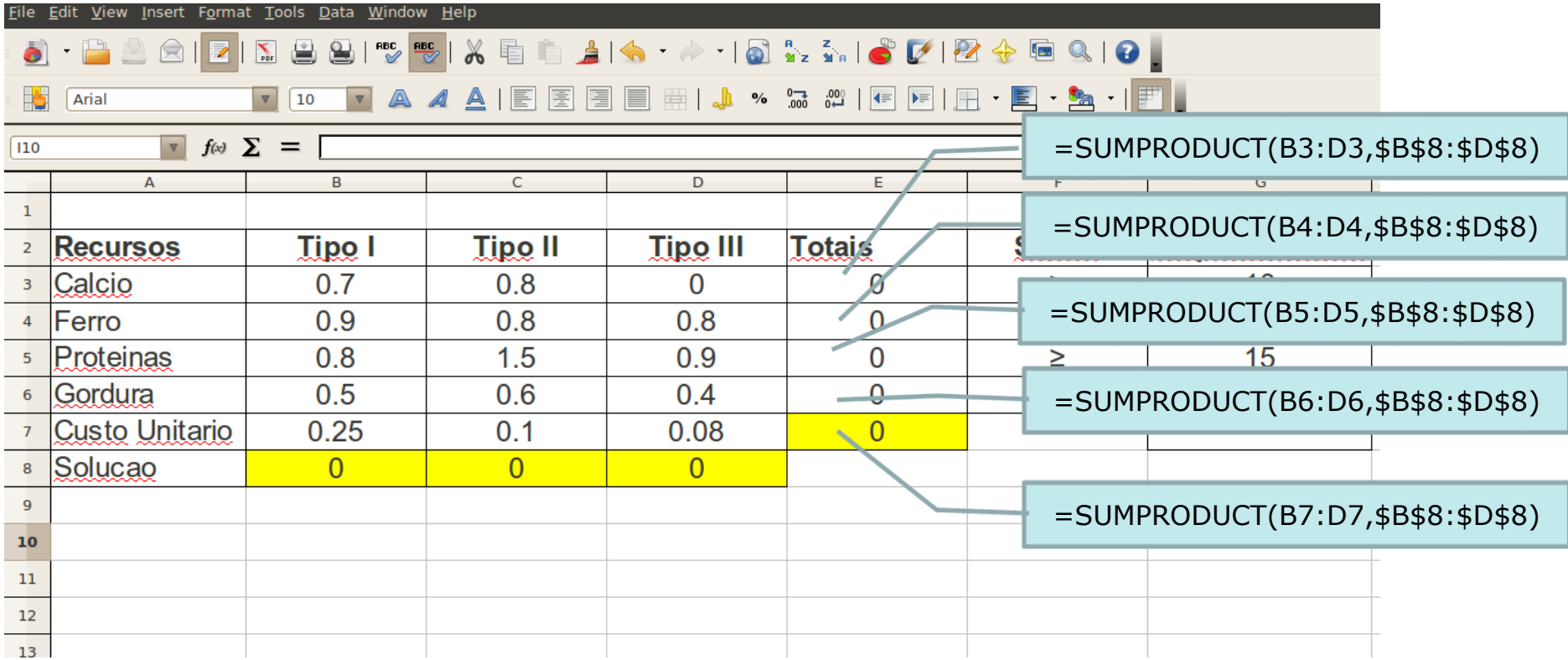
A1 | Microsoft Excel 12.0 Limits Report

Microsoft Excel 12.0 Limits Report
Worksheet: [Book1]Limits Report 1
Report Created: 8/15/2011 3:14:19 PM

Cell	Target Name	Value
$E$7	Custo unitário Totais	2.59

Cell	Adjustable Name	Value	Lower Limit	Target Result	Upper Limit	Target Result
$B$8	Solução Tipo I	8	8	2.59	8	2.59
$C$8	Solução Tipo II	5.5	5.5	2.59	5.5	2.59
$D$8	Solução Tipo III	0.5	0.5	2.59	0.5	2.59

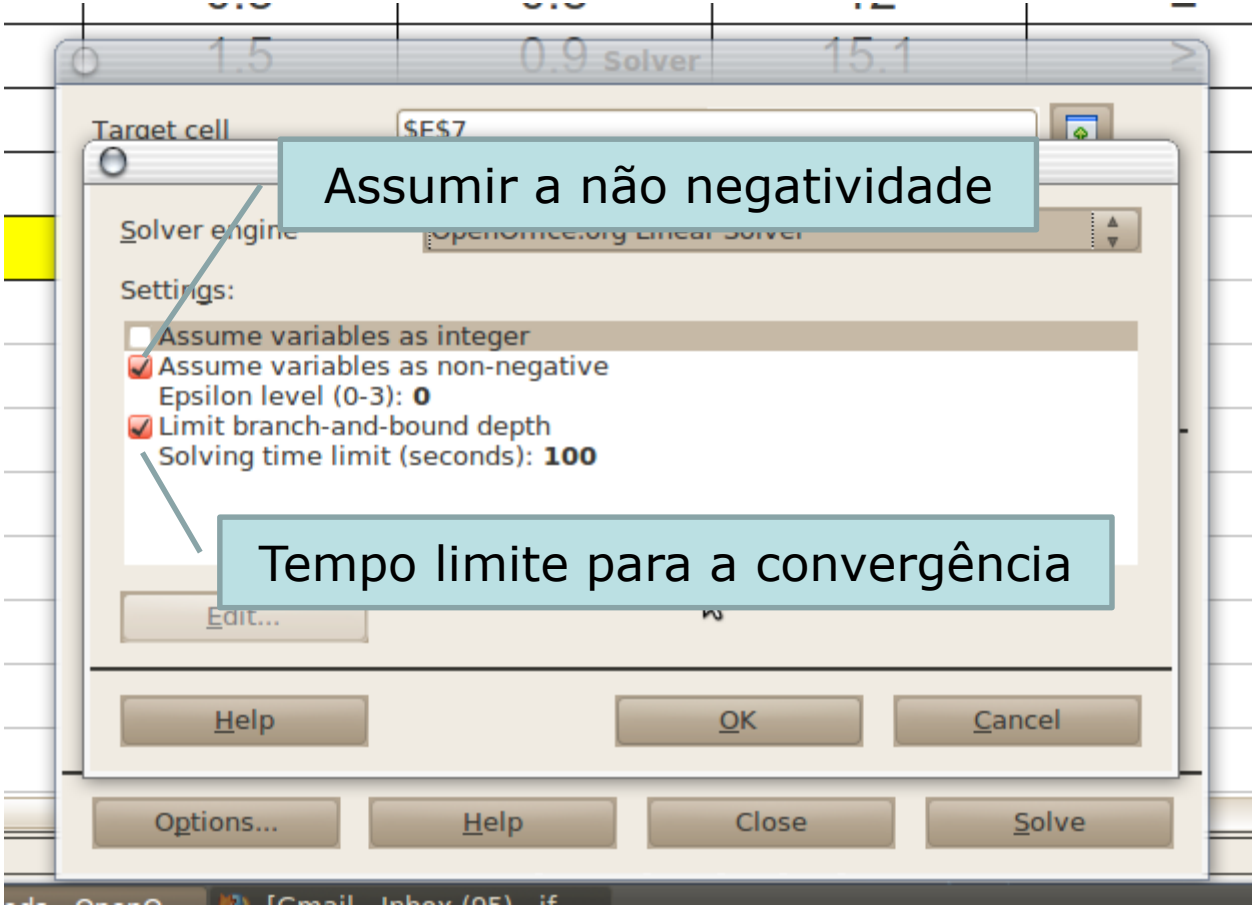
Solver do OpenOffice.org Spreadsheet



Recursos	Tipo I	Tipo II	Tipo III	Totais		
Calcio	0.7	0.8	0	0		
Ferro	0.9	0.8	0.8	0		
Proteinas	0.8	1.5	0.9	0	≥	15
Gordura	0.5	0.6	0.4	0		
Custo Unitario	0.25	0.1	0.08	0		
Solucao	0	0	0			

Solver do OpenOffice.org Spreadsheet

Solver do OpenOffice.org Spreadsheet



Solver do OpenOffice.org Spreadsheet

1							
2	Recursos	Tipo I	Tipo II	Tipo III	Totais	Sinais	Disponibilidade
3	Calcio	0.7	0.8	0	10	≥	10
4	Ferro	0.9	0.8	0.8	12	≥	12
5	Proteinas	0.8	1.5	0.9	15.1	≥	15
6	Gordura	0.5	0.6	0.4	7.5	≤	7.5
7	Custo Unitario	0.25	0.1	0.08	2.59		
8	Solucao	8	5.5	0.500000000			
9							
10							

Valor da Função Objectivo

Valores das variáveis de decisão

Problema 7.1 (I)

Considere o seguinte problema:

Joice e Mervin dirigem uma creche para crianças em idade pré-escolar. Eles estão a tentar decidir o que servir ao almoço para essas crianças. Eles gostariam de manter custos baixos mas também precisam de atender às necessidades nutricionais das crianças. Eles já decidiram fornecer sanduiches de pasta de amendoim e geleia e alguma combinação de biscoitos integrais, leite e sumo de laranja. O conteúdo nutricional de cada elemento e o seu custo são dados na tabela a seguir:

Problema 7.1 (II)

Alimento	Calorias	Total de calorias	Vitamina C (mg)	Proteína (g)	Custo (cent)
Pão (1 fatia)	10	70	0	3	5
Pasta de amendoim (1 colher de sopa)	75	100	0	4	4
Geleia de morango (1 colher de sopa)	0	50	3	0	7
Biscoito integral (1 unidade)	20	60	0	1	8
Leite (1 copo)	70	150	2	8	15
Sumo (1 copo)	0	100	120	1	35

Problema 7.1 (III)

As necessidades nutricionais são as seguintes: cada criança deve receber entre 400 a 600 calorias. Não mais do que 30% do total de calorias deve provir de gorduras. Cada criança deve consumir pelo menos 60 mg de vitamina C e 12 g de proteínas. Além disso por razões práticas, cada criança precisa exactamente de duas fatias de pão (para fazer a sanduíche), pelo menos o dobro da pasta de amendoim em relação à geleia e ao menos um copo de líquido (leite e /ou sumo).

Problema 7.1 Solução(I)

- x_P – fatias de pão
- x_M – colheres de sopa de manteiga
- x_G – colheres de sopa de gelatina
- x_B – gramas de biscoitos
- x_L – copos de leite
- x_S – copos de sumo

Problema 7.1 Solução(II)

- **Maximizar**

$$Z=5x_P+4x_M+7x_G+8x_B+15x_L+35x_S$$

- **Sujeito a:**

$$70x_P+100x_M+50x_G+60x_B+150x_L+100x_S\geq 400$$

$$70x_P+100x_M+50x_G+60x_B+150x_L+100x_S\leq 600$$

$$10x_P+75x_M+20x_B+70x_L+\leq 0{,}3(70x_P+100x_M+50x_G+60x_B+150x_L+100x_S)$$

$$3x_G+2x_L+120x_S\geq 60$$

$$3x_P+4x_M+x_B+8x_L+x_S\geq 12$$

$$x_P=2$$

$$x_M\geq 2x_G$$

$$x_L+x_S\geq 1$$

$$x_P, x_M, x_G, x_B, x_L, x_S\geq 0$$

Problema 7.1 Solução(III)

Produtos	Fatias de pão	Colheres de manteiga	Colheres de Gelatina	Gramas de biscoitos	Copos de leite	Copos de sumo	Quantidade	Sinal	Disponível
Mínimo de Calorias	70	100	50	60	150	100	400	≥	400
Máximo de Calorias	70	100	50	60	150	100	400	≤	600
Gorduras das Proteínas	-11	45	-15	2	25	-30	-6.43919E-10	≤	0
Vitamina C	0	0	3	0	2	120	60	≥	60
Proteinas	3	4	0	1	8	1	13.94892027	≥	12
Sanduiches	1	0	0	0	0	0	2	=	2
Pasta de amendoim em relação a geleia	0	1	-2	0	0	0	0	≥	0
Copo de líquido	0	0	0	0	1	1	1	≥	1
Função Objectivo	**5**	**4**	**7**	**8**	**15**	**35**	47.31063123		
Quantidades	2	0.574750831	0.287375415	1.039451827	0.515780731	0.484219269			

Trabalho para Casa 03

Uma empresa tem de fornecer 100 toneladas de certa mistura a um dos seus clientes e pretende obter as matérias primas necessárias, ao custo mínimo. A referida mistura pode ser obtida a partir de três matérias primas M1,M2 e M3, adquiridas aos preços de 3000Mt, 4000Mt e 2000Mt por tonelada respectivamente. A mistura deve satisfazer determinados requisitos em relação a duas substâncias A e B, existentes nas matérias primas. Assim a mistura deve conter pelo menos 20% de substância A e 10% de substância B. A substância A constitui 50% de M1 e 10% de M3, enquanto a substância B existe em M2 e M3 , constituindo 20% de cada uma destas matérias primas.

a) Formule o problema de Programação Linear, explicando os passos seguidos.

b) Resolva o problema usando o solver do Excel.

Enviar até a 0 hora de quarta-feira dia 30 de Agosto com o "Subject": TPC03.