



UNIVERSIDADE EDUARDO MONDLANE

Departamento de Mecânica

Correcção do 2º Teste de Optimização

20 de Novembro de 2023

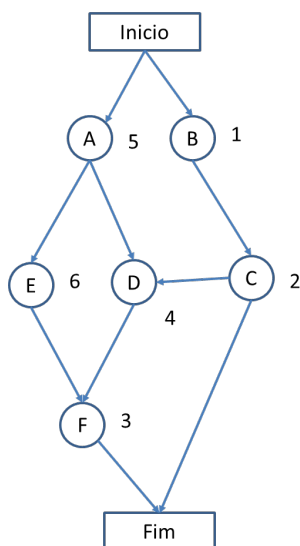
(120 minutos)

Problema 1 (5 valores)

Dinis Navagara, é gestor da empresa Frio Novo Ltd. Ele é o responsável do projecto de uma nova instalação de climatização num banco comercial. Ele conhece a informação que se apresenta na tabela sobre as seis etapas do projecto

Actividade	Predecessores Imediatos	Duração Estimada
A	-	5 semanas
B	-	1 semana
C	B	2 semanas
D	A, C	4 semanas
E	A	6 semanas
F	D, E	3 semanas

- Construa a rede para este projecto
- Apresente o caminho crítico para este projecto



Caminho	Comprimento
INÍCIO→A→E→F→FIM	5+6+3 =14 semanas
INÍCIO→A→D→F→ FIM	5+4+3 =12 semanas
INÍCIO→ B→C→D→F→ FIM	1+2+4+3 =10 semanas
INÍCIO→ B→C→ FIM	1+2 =3 semanas

O caminho Crítico é INÍCIO→A→E→F →FIM = 14 semanas

Problema 2 (5 valores)

Um gestor de uma imprensa universitária tem seis vendedores ambulantes para vender textos escolares em três regiões do país. Ele decidiu que para cada região do país deve ser destacado no mínimo um vendedor e que cada vendedor deve ser restrito a uma das regiões, então agora ele quer determinar quantos vendedores devem ser adstritos a cada região de forma a maximizar os lucros.

A seguinte tabela dá a estimativa do aumento de vendas (em unidades próprias) em cada região se forem adstritos vários vendedores.

Vendedores	Região		
	1	2	3
1	35	21	28
2	48	42	41
3	70	56	63
4	89	70	75

Use a programação dinâmica para resolver este problema.

s_3	$f_3^*(s_3)$	x_3^*
1	28	1
2	41	2
3	63	3
4	75	4

$s_2 \backslash x_2$	$f_2^*(s_2, x_2)$				$f_2^*(s_2)$	x_2^*
	1	2	3	4		
2	49				49	1
3	62	70			70	2
4	84	83	84		84	1,3
5	94	105	97	98	105	2

$s_1 \backslash x_1$	$f_1^*(s_1, x_1)$				$f_1^*(s_1)$	x_1^*
	1	2	3	4		
6	140	132	140	138	140	1,3

Solução Óptima	x_1^*	x_2^*	x_3^*
1	1	2	3
2	3	2	1

Problema 3 (5 valores)

Encontre os pontos estacionários, com as condições K-T, para a seguinte função:

$$f(x_1, x_2) = 2x_1^2 - 4x_1x_2 + 3x_2^3$$

s.a.

$$3x_1 + 9x_2 = 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$L(x_1, x_2, \nu) = 2x_1^2 - 4x_1x_2 + 3x_2^3 + \nu(3x_1 + 9x_2 - 6)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 4x_1 - 4x_2 + 3\nu$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = -4x_1 + 9x_2^2 + 9\nu$$

$$3x_1 + 9x_2 = 6$$

$$\begin{cases} 4x_1 - 4x_2 + 3v = 0 \\ -4x_1 + 9x_2^2 + 9v = 0 \\ 3x_1 + 9x_2 - 6 = 0 \end{cases} \begin{cases} 4(2 - 3x_2) - 4x_2 + 3v = 0 \\ -4(2 - 3x_2) + 9x_2^2 + 9v = 0 \\ x_1 = 2 - 3x_2 \end{cases} \begin{cases} 8 - 12x_2 - 4x_2 + 3v = 0 \\ -8 + 12x_2 + 9x_2^2 + 9v = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8 - 16x_2 + 3v = 0 \\ -8 + 12x_2 + 9x_2^2 + 9v = 0 \end{cases} \begin{cases} v = \frac{-8 + 16x_2}{3} \\ -32 + 60x_2 + 9x_2^2 = 0 \end{cases} \begin{cases} x_1 = 0,5108 \\ x_2 = 0,4963 \\ v = -0,0193 \end{cases}$$

Problema 4 (5 valores)

Pretende-se acoplar uma bomba de água a um motor de combustão interna, cujo Momento Torsor é dado pela função $M_t = -0,0001N^2 + 0,3651N + 347,37$ Nm. Onde N refere-se à rotação da cambota do motor em RPM. A rotação da cambota do motor deve estar entre as 1500 e as 2000 RPM. Determinar qual a rotação ótima da cambota do motor para este acoplamento e o Momento Torsor a ela associado.

$$\text{Maximizar } -0,0001N^2 + 0,3651N + 347,37$$

s.a :

$$N \geq 1500$$

$$N \leq 2000$$

Forma padrão:

$$\text{Minimizar } 0,0001N^2 - 0,3651N - 347,37$$

s.a :

$$1500 - N \leq 0$$

$$N - 2000 \leq 0$$

As condições K-T tornam-se:

$$L(N, u_1, u_2) = 0,0001N^2 - 0,3651N - 347,37 + u_1(1500 - N + s_1^2) + u_2(N - 2000 + s_2^2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial N} = 0,0002N - 0,3651 - u_1 + u_2 = 0$$

$$1500 - N + s_1^2 = 0$$

$$N - 2000 + s_2^2 = 0$$

$$u_1 s_1 = 0$$

$$u_2 s_2 = 0$$

$$u_1, u_2 \geq 0$$

Fazendo $u_1 s_2 = 0$

$$\begin{cases} 0,0002N - 0,3651 + u_2 = 0 \\ 1500 - N + s_1^2 = 0 \\ N - 2000 = 0 \end{cases} \begin{cases} 0,0002 \cdot 2000 - 0,3651 + u_2 = 0 \\ 1500 - 2000 + s_1^2 = 0 \\ N = 2000 \end{cases} \begin{cases} u_2 = -0,0349 \\ s_1^2 = 500 \\ N = 2000 \end{cases}$$

É um caso impossível, $u_2 < 0$

Fazendo $s_1 s_2 = 0$

$$\begin{cases} 0,0002N - 0,3651 - u_1 + u_2 = 0 \\ 1500 - N = 0 \\ N - 2000 = 0 \end{cases} \begin{cases} 0,0002N - 0,3651 - u_1 + u_2 = 0 \\ N = 1500 \\ N = 2000 \end{cases}$$

É um caso impossível $N=1500$ e $N=2000$

Fazendo $s_1 u_2 = 0$

$$\begin{cases} 0,0002N - 0,3651 - u_1 = 0 \\ 1500 - N = 0 \\ N - 2000 + s_2^2 = 0 \end{cases} \begin{cases} -0,0651 - u_1 = 0 \Rightarrow u_1 = -0,0651 \\ N = 1500 \\ 1500 - 2000 + s_2^2 = 0 \end{cases}$$

É um caso impossível, $u_1 < 0$

Fazendo $u_1 u_2 = 0$

$$\begin{cases} 0,0002N - 0,3651 = 0 \\ 1500 - N + s_1^2 = 0 \\ N - 2000 + s_2^2 = 0 \end{cases} \begin{cases} N = \frac{0,3651}{0,0002} = 1825,5 \text{ RPM} \\ s_1^2 = 325,5 \\ s_2^2 = 174,5 \end{cases}$$

$\partial f / \partial N^2 \geq 0$, $g_1(x)$ e $g_2(x)$ são lineares, então o ótimo é $M_t = 680,62 \text{ Nm}$, em $N = 1825 \text{ RPM}$

Os Docentes

Prof. Doutor Engº Jorge Nhambiu & Engº Isaura Tobela