Transmissão de calor

3º Ano

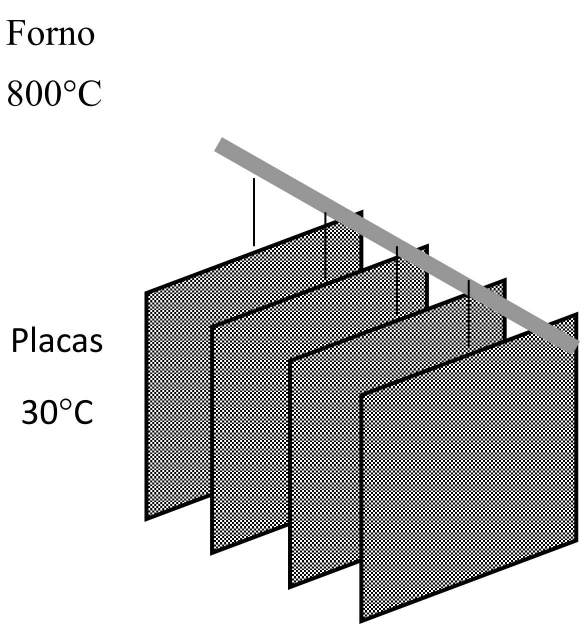
Prof. Dr. Engº Jorge Nhambiu

Aula 10 ▫ Aula Prática 4

- Regime transiente

Problema -10.1

Placas de latão de 20 mm de espessura são aquecidas durante 15 minutos num forno onde o coeficiente de troca de calor por convecção é de 75 $W/m^2.°C$. Determine a temperatura da superfície das placas ao sair do forno, sabendo que as propriedades das placas à temperatura do forno são k = 98 $W/m·°C$, α = 32×10^{-6} m^2/s. Utilize, se possível, os 3 métodos estudados para a solução deste problema.



Problema -10.1 (Resolução I)

Assume-se:

1.Condução de calor na placa é unidimensional uma vez que a placa é grande em relação à sua espessura e não há simetria térmica em relação ao plano central;

2.As propriedades térmicas da placa são constantes;

3.O coeficiente de transferência de calor é constante e uniforme em toda a superfície;

4.Se o número de Fourier é $\tau > 0,2$ uma solução aproximada pode se obtida usando as cartas de temperatura transiente.

Problema -10.1 (Resolução II)

O número de Biot determina-se de:

$$Bi = \frac{hL}{k} = \frac{(75\ \text{W/m}^2.°\text{C})(0,02\ \text{m})}{(98\ \text{W/m.°C})} = 0,015$$

As constantes λ_1 e A_1 correspondentes ao número de Biot são retiradas da tabela abaixo.

$$\lambda_1 = 0,1204 \quad \text{e} \quad A_1 = 1,002$$

Problema -10.1 (Resolução II)

Bi	Parede Plana		Cilindro		Esfera	
	λ_1	A_1	λ_1	A_1	λ_1	A_1
0,01	0,0998	1,0017	0,1412	1,0025	0,1730	1,0030
0,02	0,1410	1,0033	0,1995	1,0050	0,2445	1,0060
0,04	0,1987	1,0066	0,2814	1,0099	0,3450	1,0120
0,06	0,2425	1,0098	0,3438	1,0148	0,4217	1,0179
0,08	0,2791	1,0130	0,3960	1,0197	0,4860	1,0239
0,1	0,3111	1,0161	0,4417	1,0246	0,5423	1,0298
0,2	0,4328	1,0311	0,6170	1,0483	0,7593	1,0592
0,3	0,5218	1,0450	0,7465	1,0712	0,9208	1,0880
0,4	0,5932	1,0580	0,8516	1,0931	1,0528	1,1164
0,5	0,6533	1,0701	0,9408	1,1143	1,1656	1,1441
0,6	0,7051	1,0814	1,0184	1,1345	1,2644	1,1713
0,7	0,7506	1,0918	1,0873	1,1539	1,3525	1,1978
0,8	0,7910	1,1016	1,1490	1,1724	1,4320	1,2236
0,9	0,8274	1,1107	1,2048	1,1902	1,5044	1,2488
1,0	0,8603	1,1191	1,2558	1,2071	1,5708	1,2732

Problema -10.1 (Resolução III)

O número de Fourier será:

$$\tau = \frac{\alpha t}{L^2} = \frac{(32\times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s})(15\ \text{min}\times 60\ \text{s/min})}{(0,02\ \text{m})^2} = 72 > 0,2$$

Portanto, a curto prazo uma solução aproximada (ou as cartas de temperatura transiente) é aplicável. Em seguida, a temperatura na superfície das placas, torna-se:

$$\theta(L,t)_{wall} = \frac{T(x,t)-T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2\tau}\cos(\lambda_1 L/L) = (1,002)e^{-(0,1204)^2(72)}\cos(0,1204) = 0,349$$

$$\frac{T(L,t)-800}{30-800} = 0,349 \longrightarrow T(L,t) = 530,55\ °\mathbf{C}$$

Problema -10.1 (Resolução IV)

Este problema pode ser resolvido facilmente utilizando o sistema de análise concentrada visto que Bi <0,1.

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_p} \quad \rightarrow \quad \rho C_p = \frac{k}{\alpha} = \frac{98 \text{ W/m}\cdot°\text{C}}{32\times10^{-6} \text{ m}^2/s} = 3,06\times10^{6} \text{ W}\cdot\text{s/m}^3\cdot°\text{C}$$

$$b = \frac{hA}{\rho V C_p} = \frac{hA}{\rho(LA)C_p} = \frac{h}{L\rho C_p} = \frac{75 \text{ W/m}^2\cdot°\text{C}}{(0,02 \text{ m})(3,06\times10^{6} \text{ W}\cdot\text{s/m}^3\cdot°\text{C})} = 0,0012 \text{ s}^{-1}$$

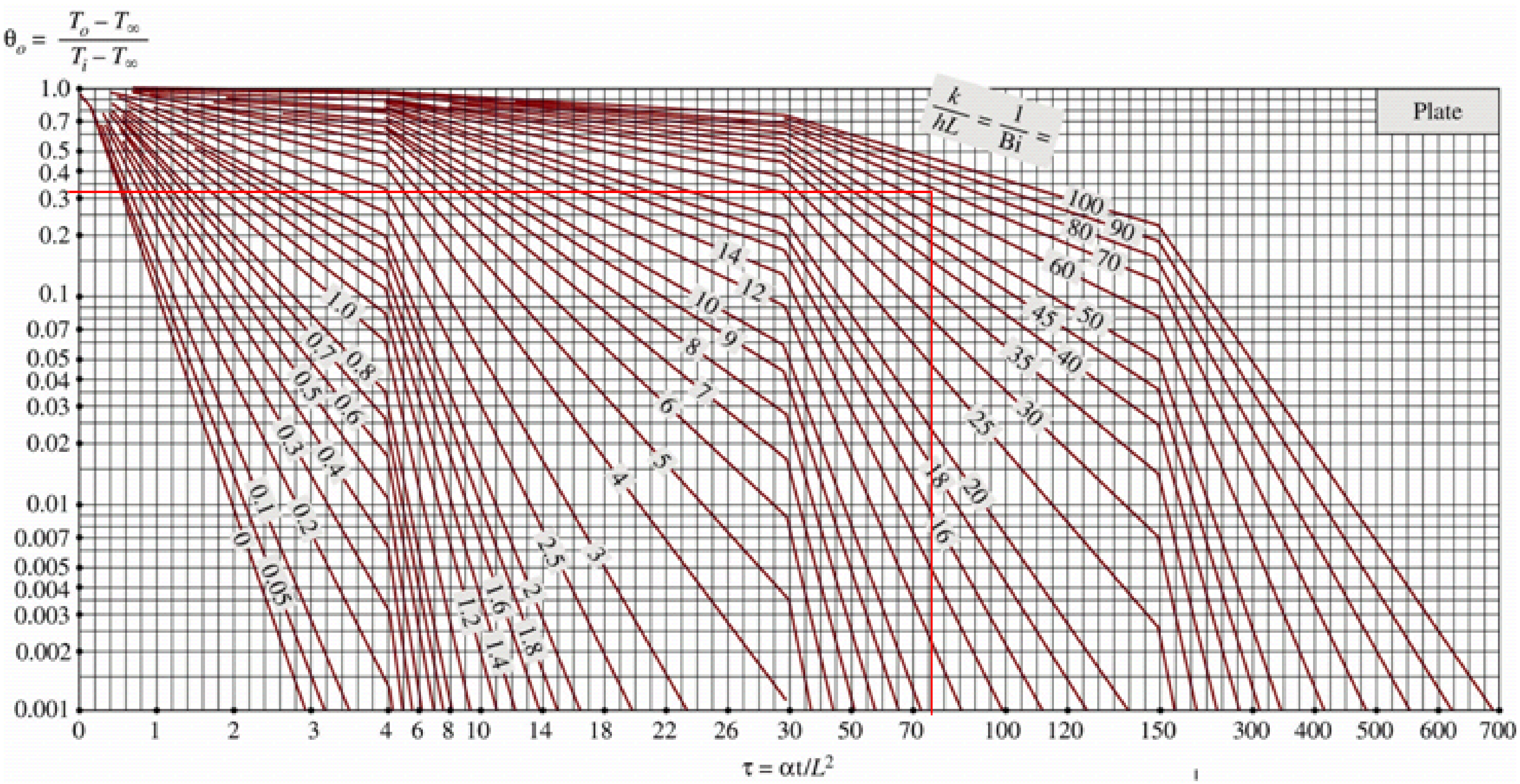
$$\frac{T(t)-T_\infty}{T_i-T_\infty} = e^{-bt}$$

$$T(t) = T_\infty + (T_i - T_\infty)e^{-bt} = 800°\text{C} + (30\text{-}800°\text{C})e^{-(0,0012 \text{ s}^{-1})(900 \text{ s})} = 538,97 \text{ °C}$$

Portanto, os resultados são aproximados.

Problema -10.1 (Resolução V)

O problema pode também ser reolvido usando as cartas de Heisler.



Problema -10.1 (Resolução VI)

O inverso do número de Biot é:

$$\frac{1}{Bi} = \frac{1}{0,015} = 66,67$$

e número de Fourier

$$\tau = \frac{\alpha t}{L^2} = \frac{(32\times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s})(15\ \text{min}\times 60\ \text{s/min})}{(0,02\ \text{m})^2} = 72 > 0,2$$

Das cartas resulta que:

$$\theta(L,t)_{wall} = \frac{T(x,t)-T_\infty}{T_i - T_\infty} = 0,33$$

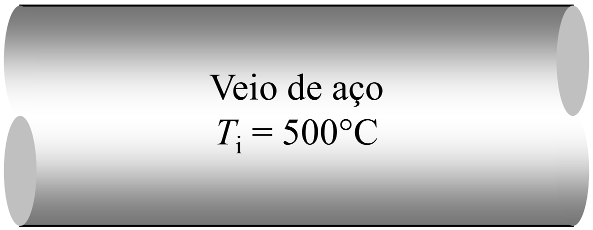
$$\frac{T(L,t)-800}{30-800} = 0,33 \longrightarrow T(L,t) = 545,9\ \text{°}\mathbf{C}$$

Problema -10.2 (I)

Um veio cilindrico de aço de raio 20 cm inicialmente a temperatura de 500ºC, é colocado num ambiente onde a temperatura do ar é de 100 °C para que possa arrefecer lentamente. As propriedades do aço à temperatura dada do ambiente são: k = 16 W/m·°C, ρ = 7900 kg/m^3, C_p = 477 J/kg·°C, $\alpha = 4\times10^{-6}$ m^2/s. Determine a temperatura no centro do veio passados 30 minutos e a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento do veio, sabendo que o coeficiente de troca de calor por convecção é de 60 W/m^2· ºC.

Ar

$T_\infty = 100°C$



Problema -10.2 (Resolução I)

Assume-se:

1.Condução de calor unidimensional, visto que o veio é longo e existe uma simetria térmica relativamente ao eixo.

2.Propriedades térmicas constantes

3.Coeficiente de transferência de calor constante em toda superfície

4. Se o número de fourier é $\tau > 0{,}2$ pode-se utilizar a solução aproximada usando as cartas Heisler

Problema -10.2 (Resolução II)

O número de Biot determina-se de:

$$Bi = \frac{hr_o}{k} = \frac{(60\ \text{W/m}^2.°\text{C})(0,2\ \text{m})}{(16\ \text{W/m.°C})} = 0,75$$

As constantes λ_1 e A_1 correspondentes ao número de Biot são retiradas da tabela apresentada no problema 8.10

$$\lambda_1 = 1,118 \quad \text{e} \quad A_1 = 1,163$$

O número de fourier será:

$$\tau = \frac{\alpha t}{L^2} = \frac{(4\times10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s})(30\times60\ \text{s})}{(0,2\text{m})^2} = 0,18$$

Problema -10.2 (Resolução III)

que é muito próximo ao valor de 0,2. Portanto, uma solução aproximada usando as cartas de temperatura transiente pode ser considerada, com o entendimento de que o erro envolvido será um pouco mais de 2 por cento. Em seguida, a temperatura no centro do veio torna-se:

$$\theta_{0,cyl} = \frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} = (1,163)e^{-(1,118)^2(0,18)} = 0,928$$

$$\frac{T_0 - 100}{500 - 100} = 0,928 \longrightarrow T_0 = 471,5\ \mathrm{°C}$$

Problema -10.2 (Resolução IV)

O máximo de calor que pode ser transferido a partir do cilindro por unidade de comprimento será:

$$m = \rho V = \rho \pi r_o^2 L = (7900\ \text{kg/m}^3)[\pi(0,2\ \text{m})^2(1\ \text{m})] = 992{,}24\ \text{kg}$$

$$Q_{\max} = mC_p[T_\infty - T_i] = (992{,}24\ \text{kg})(0{,}477\ \text{kJ/kg.°C})(500-100)\text{°C}$$

$$Q_{\max} = 189319{,}4\ \text{kJ}$$

Uma vez que a constante J_1= 0,4758 é determinado a partir do Quadro abaixo correspondente ao constante λ_1=1,118, a transferência de calor torna-se real.

Problema -10.2 (Resolução V)

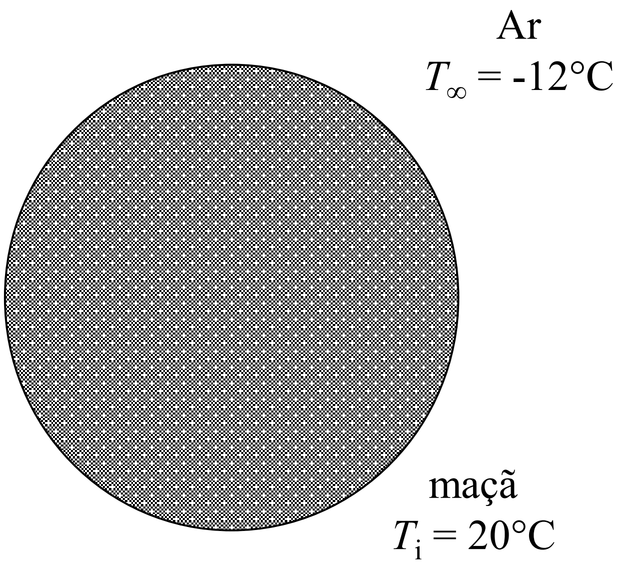
ξ	$J_o(\xi)$	$J_1(\xi)$
0,0	1,0000	0,0000
0,1	0,9975	0,0499
0,2	0,9900	0,0995
0,3	0,9776	0,1483
0,4	0,9604	0,1960
0,5	0,9385	0,2423
0,6	0,9120	0,2867
0,7	0,8812	0,3290
0,8	0,8463	0,3688
0,9	0,8075	0,4059
1,0	0,7652	0,4400
1,1	0,7196	0,4709
1,2	0,6711	0,4983
1,3	0,6201	0,5220
1,4	0,5669	0,5419

$$\left(\frac{Q}{Q_{\max}}\right)_{cyl} = 1 - 2\left(\frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right)\frac{J_1(\lambda_1)}{\lambda_1} = 1 - 2\left(\frac{471,5 - 100}{500 - 100}\right)\frac{0,4758}{1,118} = 0,209$$

$$Q = 0,209(189319,4\ \text{kJ}) = 39567,75\ \text{kJ}$$

Problema -10.3 (I)

Uma maçã de 10 cm de diâmetro é conservada numa geleira durante uma hora. Determine a temperatura no centro e na superfície da maçã e a taxa de transferência de calor da maçã, sabendo que as propriedades da maçã são k = 0,450 W/m·° C, ρ = 840 kg/m³, Cp = 3,8 kJ/kg·° C, e α = 1,3 × 10-7 m² s. O coeficiente de transferência de calor por convecção é de 9 W/m²·° C



Problema -10.3 (II)

Assume-se

1.A condução de calor na maçã é unidimensional;

2.As propriedades térmicas da maçã são constantes;

3.O coeficiente de transferência de calor é constante e uniforme em toda a superfície;

4. Se o número de Fourier é $\tau > 0{,}2$ uma solução aproximada usando as cartas de temperatura transiente é aplicável.

Problema -10.3 (Resolução I)

O número de Biot determina-se de:

$$Bi = \frac{hr_o}{k} = \frac{(9\ \mathrm{W/m^2.°C})(0,05\ \mathrm{m})}{(0,450\ \mathrm{W/m.°C})} = 1,0$$

As constantes λ_1 e A_1 correspondentes ao número de Biot são retiradas da tabela apresentada no problema 8.10

$$\lambda_1 = 1,5708 \quad \mathrm{e} \quad A_1 = 1,2732$$

O número de fourier determina-se de:

$$\tau = \frac{\alpha t}{r_0^2} = \frac{(1,3\times 10^{-7}\ \mathrm{m^2/s})(1\ \mathrm{h}\times 3600\ \mathrm{s/h})}{(0,05\ \mathrm{m})^2} = 0,1872$$

Problema -10.3 (Resolução II)

A temperature no centro da maçã será:

$$\theta_{o,sph} = \frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} \longrightarrow \frac{T_0 - (-12)}{20-(-12)} = (1,2732)e^{-(1,5708)^2\,(0,1872)} = 0,802 \longrightarrow T_0 = 13,66°\mathbf{C}$$

E a temperature na superfície da maçã determina-se de:

$$\theta(r_o,t)_{sph} = \frac{T(r_o,t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} \frac{\sin(\lambda_1 r_o / r_o)}{\lambda_1 r_o / r_o}$$

$$\theta(r_o,t)_{sph} = (1,2732)e^{-(1,5708)^2\,(0,1872)} \frac{\sin(1,5708 \text{ rad})}{1,5708} = 0,510$$

$$\frac{T(r_o,t) - (-12)}{20-(-12)} = 0,510 \longrightarrow T(r_o,t) = 4,32°\mathbf{C}$$

Problema -10.3 (Resolução III)

A taxa máxima de transferência de calor será:

$$m = \rho V = \rho \frac{4}{3}\pi r_o^{\,3} = (840\ \text{kg/m}^3)\left[\frac{4}{3}\pi(0,05\ \text{m})^{3.}\right] = 0,439\ \text{kg}$$

$$Q_{\max} = mC_p(T_i - T_\infty) = (0,439\ \text{kg})(3,8\ \text{kJ/kg.°C})\left[20-(-12)\right]\text{°C} = 53,48\ \text{kJ}$$

Portanto, a taxa actual de transferência de calor calcula-se de:

$$\frac{Q}{Q_{\max}} = 1 - 3\theta_{o,sph}\frac{\sin(\lambda_1) - \lambda_1\cos(\lambda_1)}{\lambda_1^{\,3}}$$

$$\frac{Q}{Q_{\max}} = 1 - 3(0,802)\frac{\sin(1,5708\ \text{rad}) - (1,5708)\cos(1,5708\ \text{rad})}{(1,5708)^3} = 0,379$$

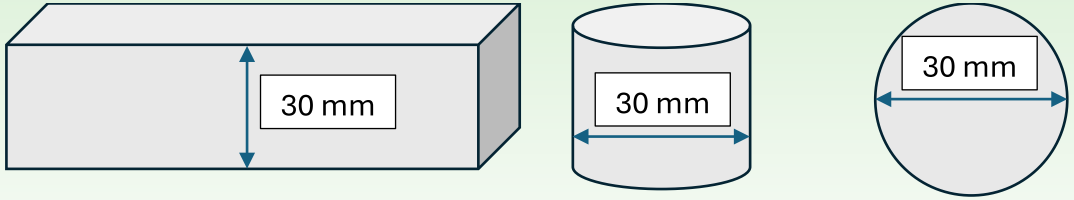
$$Q = 0,379 Q_{\max} = (0,379)(53,48\ \text{kJ}) = 20,3\ \mathbf{kJ}$$

Trabalho Para Casa 04 (I)

Considere uma placa com espessura de 30 mm de espessura, um cilindro longo com diâmetro de 30 mm e uma esfera com diâmetro de 30 mm, todos inicialmente à temperatura de 200 ºC e feitos de bronze $k=70$ W/(m·K) e $\alpha = 33{,}9 \times 10^{-6}$ m^2/s). As três geometrias são expostas a ar frio a 25°C em todas as suas superfícies com um coeficiente de transferência de calor por convecção de $h=28$ W/(m^2·K). Determine a temperatura no centro de cada geometria após 5, 10 e 30 minutos.

Trabalho Para Casa 04 (II)

Trace o gráfico da variação da temperatura no centro de cada geometria em função do tempo de arrefecimento, à medida que o tempo varia desde os 5 minutos até 95 minutos com o passo de 10 minutos.



Apresente as conclusões.

Envie o trabalho até a 0 hora de sexta-feira, dia 29 de Março de 2024 para o endereço: transmissaodecalor.dema@gmail.com com o assunto: TPC04.