Transmissão de calor

3º ano

Aula 5 ▫ 3. Condução em regime permanente numa parede plana

Tópicos:

- Condução em regime permanente numa parede plana
- Resistência térmica no contacto
- Redes de resistências térmicas no geral
- Condução de calor em cilindros e esferas
- Diâmetro crítico do isolamento

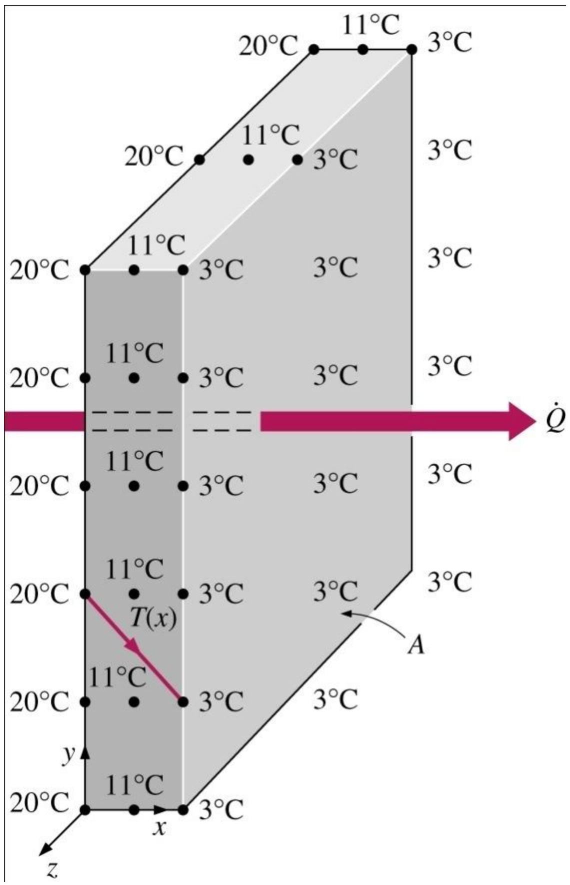
3.1 Condução em regime permanente em uma parede plana

Considere-se a condução de calor em regime permanente através das paredes de uma casa durante um dia de inverno. Sabe-se que o calor é continuamente perdido para o exterior através da parede.

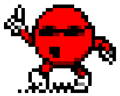
Intuitivamente, sente-se que a transferência de calor através da parede realiza-se na direção perpendicular à superfície da parede, e não ocorre transferência de calor significativa em outras direcções da parede.

3.1 Condução em regime permanente em uma parede plana

A transferência de calor através de uma parede é unidimensional quando a temperatura da parede varia somente numa única direcção.



3.1 Condução em regime permanente em uma parede plana



A transferência de calor é a única interacção de energia envolvida neste caso pois não há geração interna. O balanço de energia pode se escrever como:

Taxa de Calor transferido para a parede **-** **Taxa de Calor transferido para fora da parede** **=** **Taxa de variação da energia da parede**

Ou seja

$$\dot{Q}_{in} - \dot{Q}_{out} = \frac{dE_{parede}}{dt} \qquad (3.1)$$

3.1 Condução em regime permanente em uma parede plana

*Considerando uma parede plana de espessura **L** e coeficiente médio de condutibilidade térmica **k**, sendo as duas paredes mantidas às temperaturas constantes T_1 e T_2. Para a condução unidimensional em regime permanente tem-se **T(x).** A lei de Fourier para a condução através da parede pode ser escrita como:*

$$\dot{Q}_{cond,parede} = -kA\frac{dT}{dx} \qquad \text{(W)} \qquad (3.2)$$

3.1 Condução em regime permanente em uma parede plana

Sendo o calor conduzido e as áreas constantes, então ***dT/dx*** *é uma constante o que significa que a temperatura ao longo da parede varia linearmente em função de* ***x.***

Separando as variáveis e integrando a Equação 3.2 de ***x=0*** *onde* ***T(0) = T₁***, *até* ***x=L***, *onde* ***T(L)=T₂***, *tem-se:*

$$\int_{x=0}^{L} \dot{Q}_{cond,parede}\, dx = -\int_{T=T_1}^{T_2} kA\, dT$$

3.1 Condução em regime permanente em uma parede plana

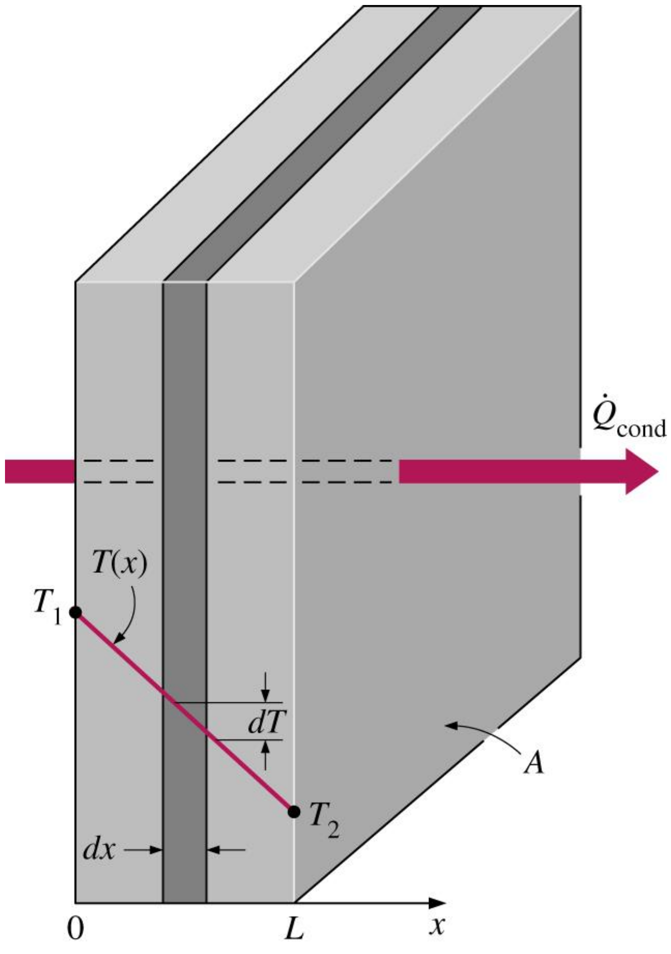
Fazendo a integração e reagrupando os termos obtém-se:

$$\dot{Q}_{cond,parede} = kA\frac{T_1 - T_2}{L} \qquad \text{(W)} \qquad (3.3)$$

Da Equação 3.3, pode-se concluir que o calor transferido por uma parede plana é directamente proporcional ao coeficiente médio de condução de calor, à área da parede e à diferença das temperaturas das faces, mas inversamente proporcional à espessura da parede.

3.1 Condução em regime permanente em uma parede plana

Em regime permanente, a distribuição da temperatura numa parede plana é uma linha recta.



3.1 Condução em regime permanente em uma parede plana

Fazendo arranjos na Equação 3.3 pode-se obter a seguinte expressão:

$$Q_{cond,parede} = \frac{T_1 - T_2}{R_{parede}} \qquad (\mathrm{W}) \tag{3.4}$$

Onde:

$$R_{parede} = \frac{L}{kA} \qquad ({}^{\circ}\mathrm{C/W}) \tag{3.5}$$

é a resistência térmica da parede à condução de calor, que depende da geometria do meio e das suas propriedades térmicas.

Esta relação é análoga à da intensidade da corrente eléctrica que é dada por:

$$I = \frac{V_1 - V_2}{R_e} \tag{3.6}$$

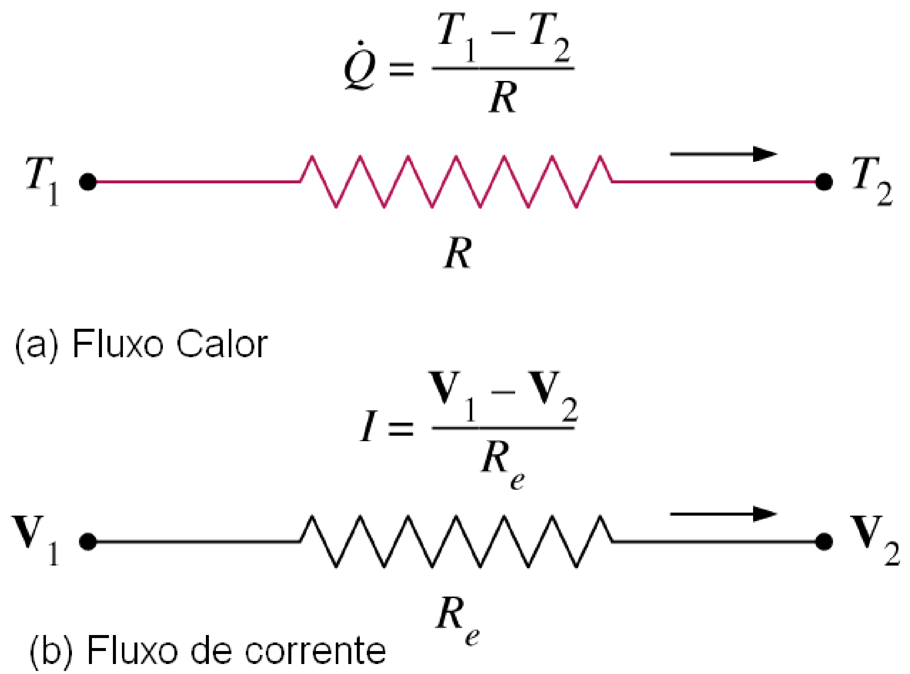
Onde $\mathbf{R_e = L/(\sigma_e A)}$ *é a resistência eléctrica e* V_1*-*V_2 *a diferença de potencial na resistência (*σ_e *é a condutibilidade eléctrica).*

3.1.1 Conceito de Resistência Térmica

A taxa de transferência de calor através de uma camada corresponde à corrente eléctrica, a resistência térmica corresponde à resistência eléctrica e a diferença de temperaturas corresponde à diferença de potencial entre a camada.

3.1.1 Conceito de Resistência Térmica

Analogia entre os conceitos de resistência térmica e eléctrica.



Exemplo 5.1

Considere uma parede de tijolo de 4 m de altura, 6 m de largura e 0,3 m de espessura, cuja condutividade térmica é de k= 0,8 W/m°C. Num certo dia, as temperaturas das superfícies interiores e exteriores da parede medem14°C e 6°C, respectivamente. Determine a taxa de perda de calor através da parede nesse dia.

Exemplo 5.1 (Solução I)

As duas faces de uma parede são mantidos a uma temperatura especificada. Deve se determinar a taxa de perda de calor através da parede.

Pressupostos:

1. *A transferência de calor através da parede é constante já que as temperaturas da superfície mantêm-se constantes nos valores especificados;*

Exemplo 5.1 (Solução II)

2. *A taxa de transferência de calor é unidimensional, uma vez que qualquer gradiente de temperatura significativo só existe no sentido do interior para o exterior;*

3. *A condutividade térmica é constante.*

Propriedades:

A condutividade térmica é dada como sendo $k = 0{,}8\ W/m{\cdot}°C$

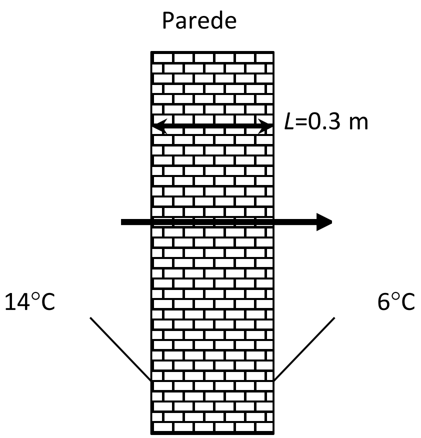
Exemplo 5.1 (Solução III)

Análise:

A área da superfície da parede e o calor perdido por ela são:

$$A = (4\ \text{m}) \times (6\ \text{m}) = 24\ \text{m}^2$$

$$\dot{Q} = kA\frac{T_1 - T_2}{L} = (0.8\ \text{W/m.°C})(24\ \text{m}^2)\frac{(14-6)\text{°C}}{0.3\ \text{m}} = \mathbf{512\ W}$$



3.1.1 Conceito de Resistência Térmica

Considerando a transferência de calor por convecção da superfície do sólido $\boldsymbol{A_s}$, *a temperatura* $\boldsymbol{T_s}$, *para o fluído a uma temperatura diferente da superfície* $\boldsymbol{T_\infty}$, *com o coeficiente de convecção* **h**, *a Lei de resfriamento de Newton para a convecção pode ser escrita como:* $Q_{conv}=hA_s(T_s-T_\infty)$

Agrupando os membros da equação, obtém-se:

$$\dot{Q}_{conv} = \frac{(T_s - T_\infty)}{R_{conv}} \qquad (3.7)$$

Onde:

$$R_{conv} = \frac{1}{hA_s} \qquad (^\circ C/W) \qquad (3.8)$$

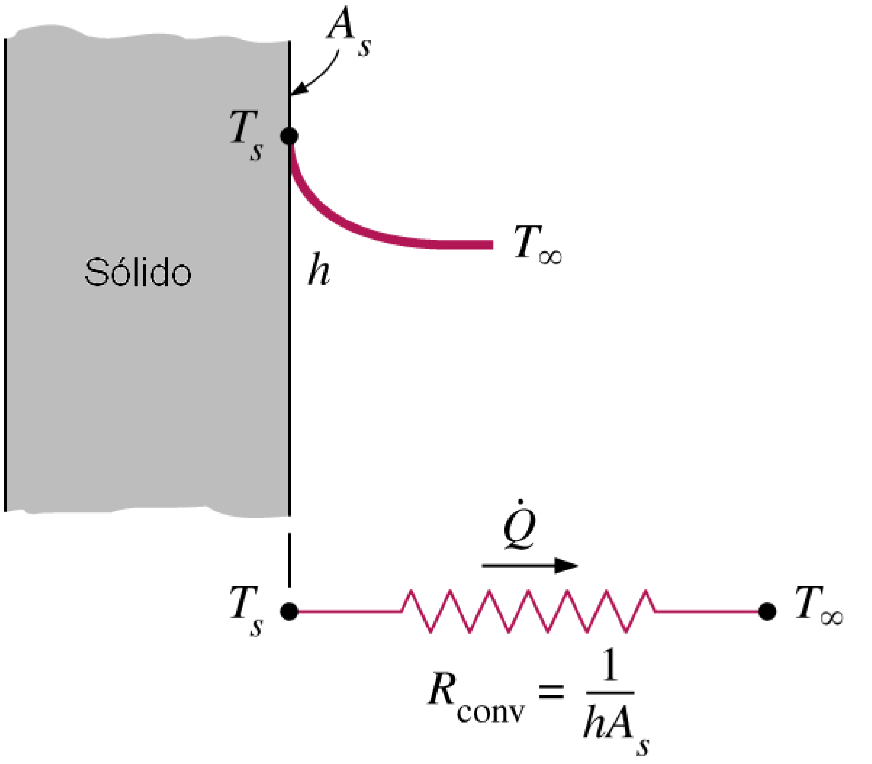
é a resistência térmica da superfície à convecção de calor.

3.1.1 Conceito de Resistência Térmica

Note-se que quando o coeficiente de transferência de calor por convecção é muito grande ($h \rightarrow \infty$), a resistência à convecção torna-se zero e $T_s \approx T_\infty$. Ou seja, a superfície não oferece resistência à convecção, por isso não dificulta o processo de transferência de calor. Esta situação é abordada na prática em superfícies onde ocorrem a ebulição e a condensação. Além disso, observe-se que a superfície não precisa ser uma superfície plana. A Equação 3.8 para a resistência à convecção é válida para superfícies de qualquer forma, desde que o pressuposto de h = constante e uniforme seja razoável.

3.1.1 Conceito de Resistência Térmica

Representação esquemática da resistência convectiva na superfície.



3.1.1 Conceito de Resistência Térmica

Se a parede estiver circundada por um gás, os efeitos radiantes que haviam sido negligenciados podem ser significantes e devem ser tomados em conta. A transferência de calor entre uma superfície de emissividade **ε**, *área* $\boldsymbol{A_s}$ *e temperatura* $\boldsymbol{T_s}$, *e as paredes vizinhas à temperatura média* $\boldsymbol{T_{viz}}$ *pode ser expressa por:*

$$\dot{Q}_{rad} = \varepsilon\sigma A_s\left(T_s^4 - T_{viz}^4\right) = h_{rad} A_s\left(T_s - T_{viz}\right) = \frac{T_s - T_{viz}}{R_{rad}} \qquad \text{(W)} \tag{3.9}$$

Onde:

$$R_{rad} = \frac{1}{h_{rad} A_s} \qquad \text{(K/W)} \tag{3.10}$$

é a resistência térmica da superfície à radiação de calor.

3.1.1 Conceito de Resistência Térmica

$$h_{rad} = \frac{\dot{Q}_{rad}}{A_s\left(T_s - T_{viz}\right)} = \varepsilon\sigma\left(T_s^2 + T_{viz}^2\right)\left(T_s + T_{viz}\right) \qquad (\mathrm{W/m^2} \cdot K) \tag{3.11}$$

é o coeficiente de transferência de calor por radiação. Todas as temperaturas envolvidas no cálculo deste coeficiente devem ser usadas em graus ***Kelvin****.*

As superfícies expostas ao ar ambiente, geralmente envolvem convecção e radiação em simultâneo e o total de calor dissipado pela superfície consegue-se adicionado ou subtraindo (dependendo da sua direcção) as duas parcelas: a de convecção e a de radiação.

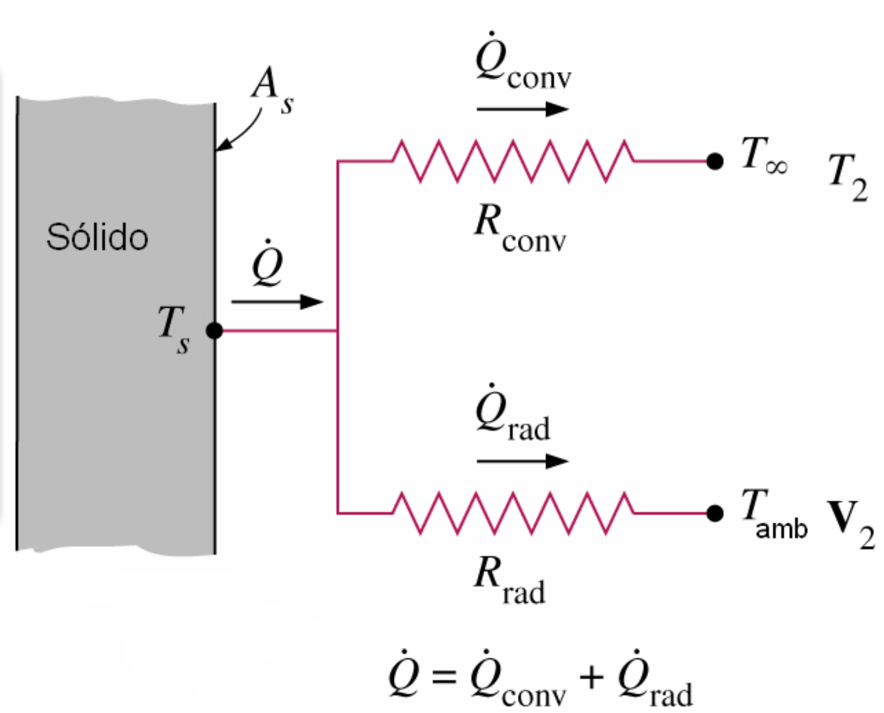
Se $\boldsymbol{T_{viz} \approx T_\infty}$ *os efeitos radioactivos podem ser tomados em conta substituindo o* ***h*** *na resistência convectiva por:*

$$h_{combinado} = h_{conv} + h_{rad} \qquad (\mathrm{W/m^2} \cdot K) \tag{3.12}$$

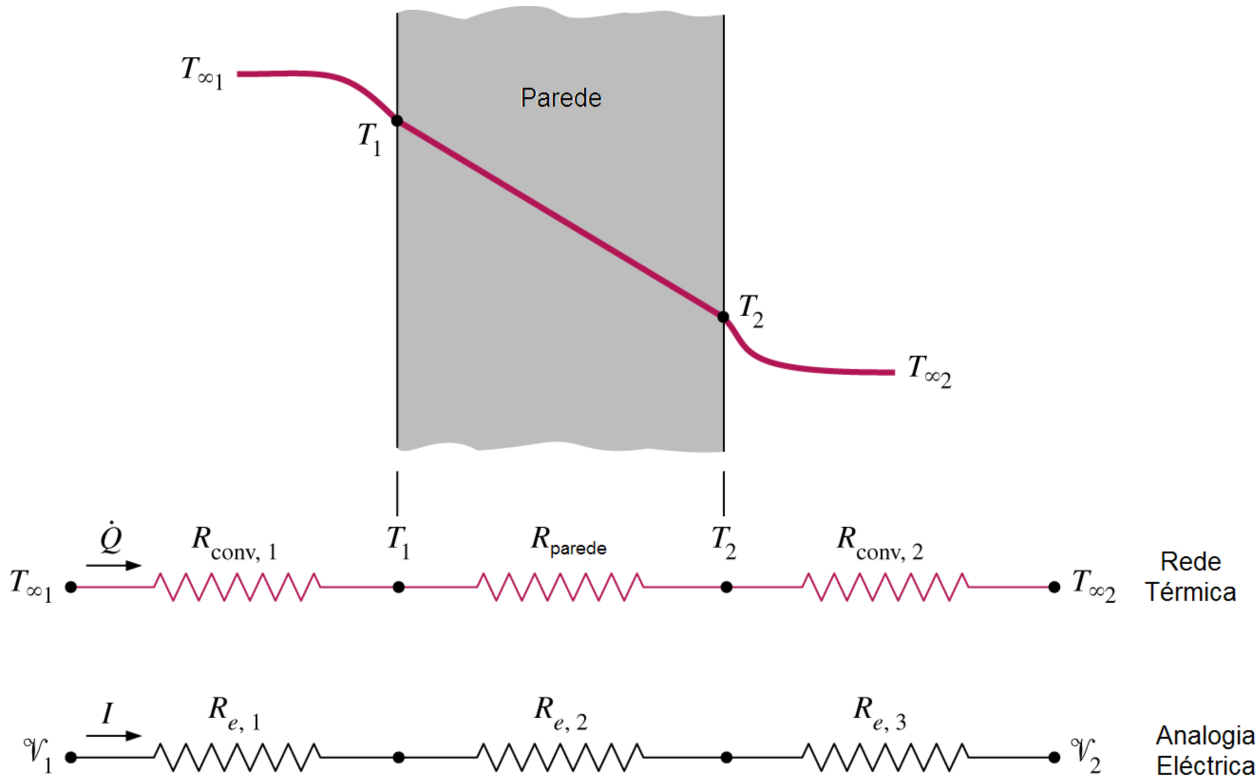
Onde $\boldsymbol{h_{combinado}}$ *é o coeficiente combinado de transferência de calor e desta forma as complicações associadas à radiação são tidas em conta.*

3.1.1 Conceito de Resistência Térmica

Representação esquemática das resistências convectiva e radioactiva na superfície



3.1.2 Redes de Resistências Térmicas



$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{\text{conv, 1}} + R_{\text{parede}} + R_{\text{conv, 2}}}$$

$$I = \frac{\mathcal{V}_1 - \mathcal{V}_2}{R_{e,1} + R_{e,2} + R_{e,3}}$$

Rede de resistência térmica para transferência de calor através de uma parede plana submetida à convecção, em ambos os lados e a analogia elétrica.

3.1.2 Redes de Resistências Térmicas

Considere-se o regime permanente, unidimensional, através de uma parede plana de espessura ***L,*** *com área* ***A,*** *condutividade* ***k,*** *exposta à convecção em ambos os lados, de fluídos com temperaturas $T_{\infty 1}$ e $T_{\infty 2}$ e com coeficientes de transferência de calor h_1 e h_2 respectivamente. Em regime permanente tem-se:*

Taxa de Calor transferido para a parede por convecção **=** **Taxa de Calor transferido pela parede por condução** **=** **Taxa de Calor transferido da parede por convecção**

Ou seja

$$\dot{Q} = h_1 A\left(T_{\infty 1} - T_1\right) = kA\frac{T_1 - T_2}{L} = h_2 A\left(T_2 - T_{\infty 2}\right) \qquad (3.13)$$

3.1.2 Redes de Resistências Térmicas

A Equação 3.13 pode ser arranjada para a forma:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_1}{1/h_1 A} = \frac{T_1 - T_2}{L/kA} = \frac{T_2 - T_{\infty 2}}{1/h_2 A}$$
$$= \frac{T_{\infty 1} - T_1}{R_{conv,1}} = \frac{T_1 - T_2}{R_{parede}} = \frac{T_2 - T_{\infty 2}}{R_{conv,2}} \qquad (3.14)$$

Somando os numeradores e denominadores, a Equação 3.14 transforma-se em:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{total}} \quad \text{(W)} \qquad (3.15)$$

3.1.2 Redes de Resistências Térmicas

Identidade matemática, muito importante, que demonstra que se pode fazer a soma dos numeradores e denominadores de fracções.

Se

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \cdots = \frac{a_n}{b_n} = c$$

daí

$$\frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{b_1 + b_2 + \cdots + b_n} = c$$

Por exemplo:

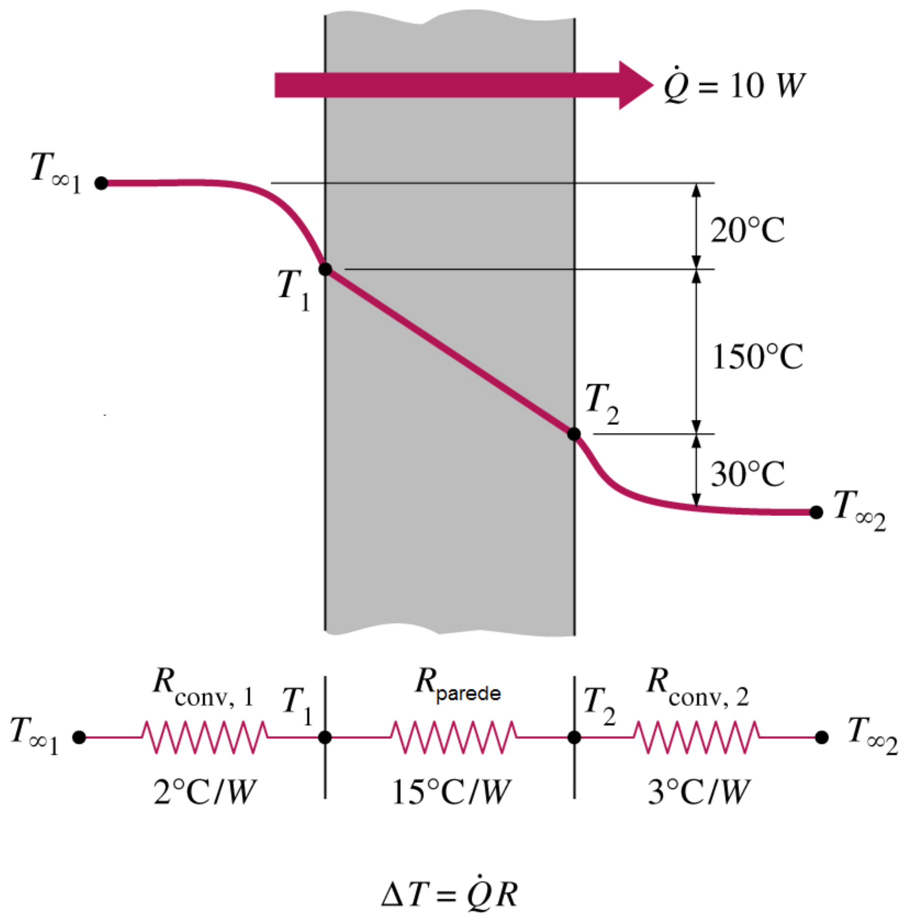
$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{5}{20} = 0.25$$

e

$$\frac{1 + 2 + 5}{4 + 8 + 20} = 0.25$$

3.1.2 Redes de Resistências Térmicas

As perdas de energia ao longo de um meio são proporcionais à sua resistência térmica.



3.1.2 Redes de Resistências Térmicas

Na Equação 3.15 R_{total} é dado por:

$$R_{total} = R_{conv,1} + R_{parede} + R_{conv,2} = \frac{1}{h_1 A} + \frac{L}{kA} + \frac{1}{h_2 A} \qquad (^{o}\mathrm{C/W}) \tag{3.16}$$

A taxa de transferência de calor, em regime permanente, entre duas superfícies, é igual a diferença das temperaturas entre elas, dividida pela resistência térmica total entre as duas paredes. Então a equação que se segue pode ser arranjada na forma: $Q= \Delta T/R$

Resultando em:

$$\Delta T = \dot{Q}R \qquad (^{o}\mathrm{C}) \tag{3.17}$$

Que indica que a queda de temperatura através de um meio, é igual a taxa de transferência de calor multiplicada pela resistência térmica desse meio.

3.1.2 Redes de Resistências Térmicas

Há vezes que se torna conveniente expressar a transferência de calor através de um meio, de maneira análoga à lei de resfriamento de Newton

$$\dot{Q} = UA\Delta T \qquad \text{(W)} \qquad (3.18)$$

Sendo ***U*** *é o coeficiente global de transferência de calor. Das Equações 3.15 e 3.18 deduz-se a seguinte:*

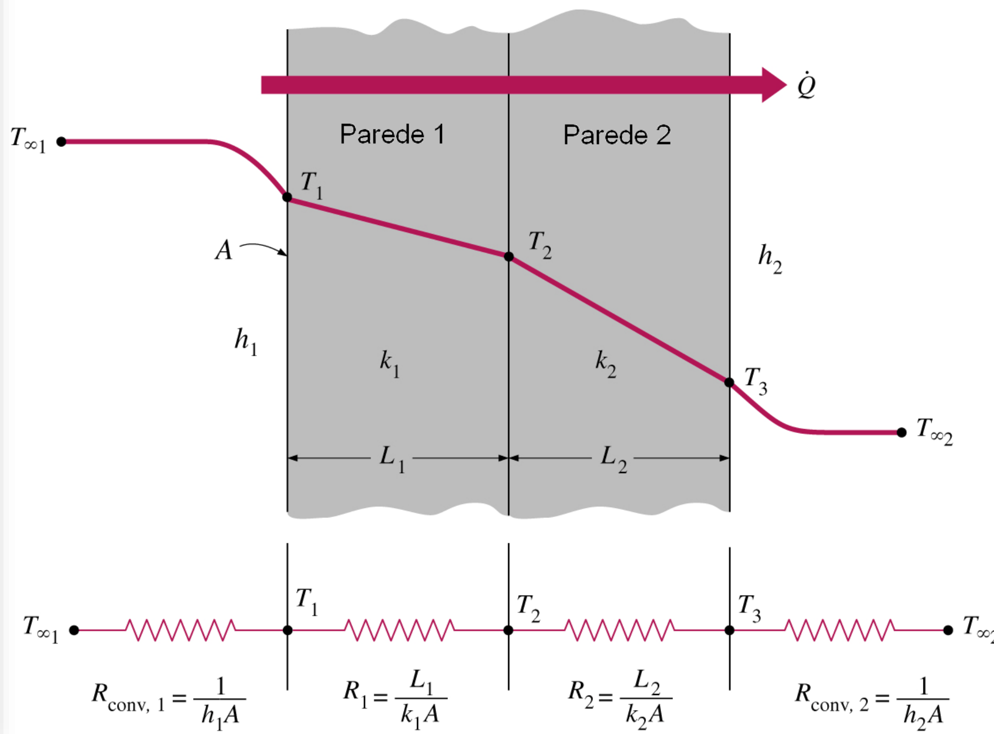
$$UA = \frac{1}{R_{total}} \qquad (3.19)$$

A temperatura da parede pode ser determinada usando o conceito de resistência térmica. Conhecendo **Q** *por exemplo, pode-se determinar* $\boldsymbol{T_1}$ *da equação:*

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_1}{R_{conv,1}} = \frac{T_{\infty 1} - T_1}{1/h_1 A} \qquad (3.20)$$

3.1.2 Redes de Resistências Térmicas

Rede de resistências térmicas de transferência de calor, ao longo de duas paredes planas sujeitas à convecção em ambos os lados.



3.1.3 Paredes Planas Compostas

Na prática, é comum encontrar-se paredes planas compostas de várias camadas de materiais diferentes. O conceito de resistência térmica continua o mesmo, para determinar a taxa de transferência de calor pelo meio, em regime permanente.

Considerando uma parede composta de duas camadas, o fluxo de calor que atravessa as duas camadas pode ser calculado por:

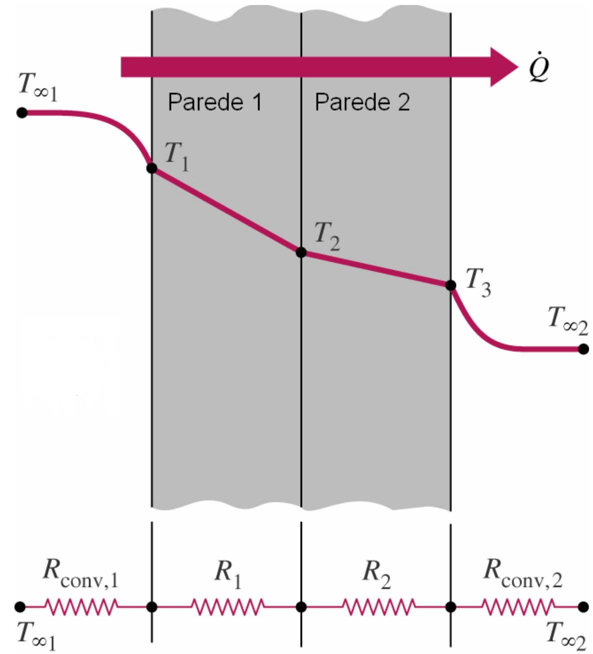
$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{total}} \qquad (3.21)$$

Onde $\mathbf{R_{total}}$ *é a resistência térmica total determinada por:*

$$\begin{aligned} R_{total} &= R_{conv,1} + R_{parede,1} + R_{parede,2} + R_{conv,2} \\ &= \frac{1}{h_1 A} + \frac{L_1}{k_1 A} + \frac{L_2}{k_2 A} + \frac{1}{h_2 A} \end{aligned} \qquad (3.22)$$

3.1.3 Paredes Planas Compostas

Cálculo das temperaturas das superfícies e da interface, quando $T_{\infty1}$ e $T_{\infty2}$ são dadas e Q é calculado.



Para calcular T_1: $\dot{Q} = \dfrac{T_{\infty1} - T_1}{R_{conv,1}}$

Para calcular T_2: $\dot{Q} = \dfrac{T_{\infty1} - T_2}{R_{conv,1} + R_1}$

Para calcular T_3: $\dot{Q} = \dfrac{T_3 - T_{\infty2}}{R_{conv,2}}$

3.1.3 Paredes Planas Compostas

Onde $\boldsymbol{R_{total}}$ *é a resistência térmica total dada por:*

$$\dot{Q} = \frac{T_i - T_j}{R_{total,i-j}} \qquad (3.23)$$

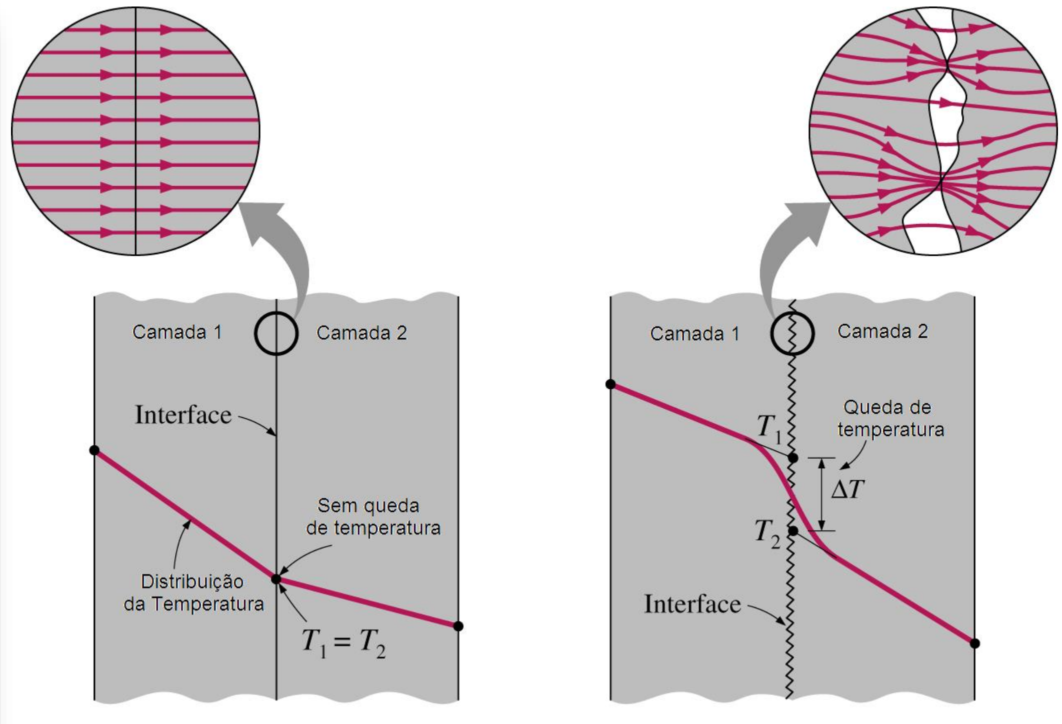
e $\boldsymbol{T_i}$ *é uma temperatura conhecida na localização i e* $\boldsymbol{R_{Tot,i\text{-}j}}$ *é a resistência térmica total entre a localização* ***j*** *e* ***i****.*

Conhecido **Q***, a temperatura de interface entre os dois meios* $\boldsymbol{T_2}$ *, da figura anterior, pode-se calcular da seguinte expressão:*

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_2}{R_{conv,1} + R_{parede,1}} = \frac{T_{\infty 1} - T_2}{\dfrac{1}{h_1 A} + \dfrac{L}{k_1 A}} \qquad (3.24)$$

3.2 Resistência Térmica no Contacto

Distribuição das temperaturas e das linhas de fluxo de calor, ao longo de duas placas sólidas comprimidas, uma contra outra, para os casos de contactos perfeito e imperfeito.



(a) Contacto térmico ideal (perfeito)   (b) Contacto térmico real (imperfeito)

3.2 Resistência Térmica no Contacto

*Considere-se, que há transferência entre dois blocos de metal de secção transversal **A**, pressionados um contra outro. O calor transferido através da interface destes dois blocos é a soma do transferido pelos pontos em contacto e pelas brechas.*

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{contacto} + \dot{Q}_{brecha} \qquad (3.25)$$

Pode-se também expressar de maneira análoga, pela lei de resfriamento de Newton como:

$$\dot{Q} = h_c A \Delta T_{\text{interface}} \qquad (3.26)$$

*Onde **A** é a área aparente de interface e $\boldsymbol{\Delta T_{interface}}$ é a diferença efectiva de temperatura na interface.*

3.2 Resistência Térmica no Contacto

h_c *corresponde ao coeficiente de transferência de calor por convecção, e ele é também chamado condutibilidade térmica no contacto e é expresso por:*

$$h_c = \frac{\dot{Q}/A}{\Delta T_{\text{interface}}} \qquad \left(\mathrm{W/m^2 \cdot {}^oC}\right) \qquad (3.27)$$

e relaciona-se com a resistência térmica no contacto por meio de:

$$R_c = \frac{1}{h_c} = \frac{\Delta T_{\text{interface}}}{\dot{Q}/A} \qquad \left(\mathrm{m^2 \cdot {}^oC/W}\right) \qquad (3.28)$$

que é a resistência térmica no contacto e é inversa à condutibilidade térmica no contacto.

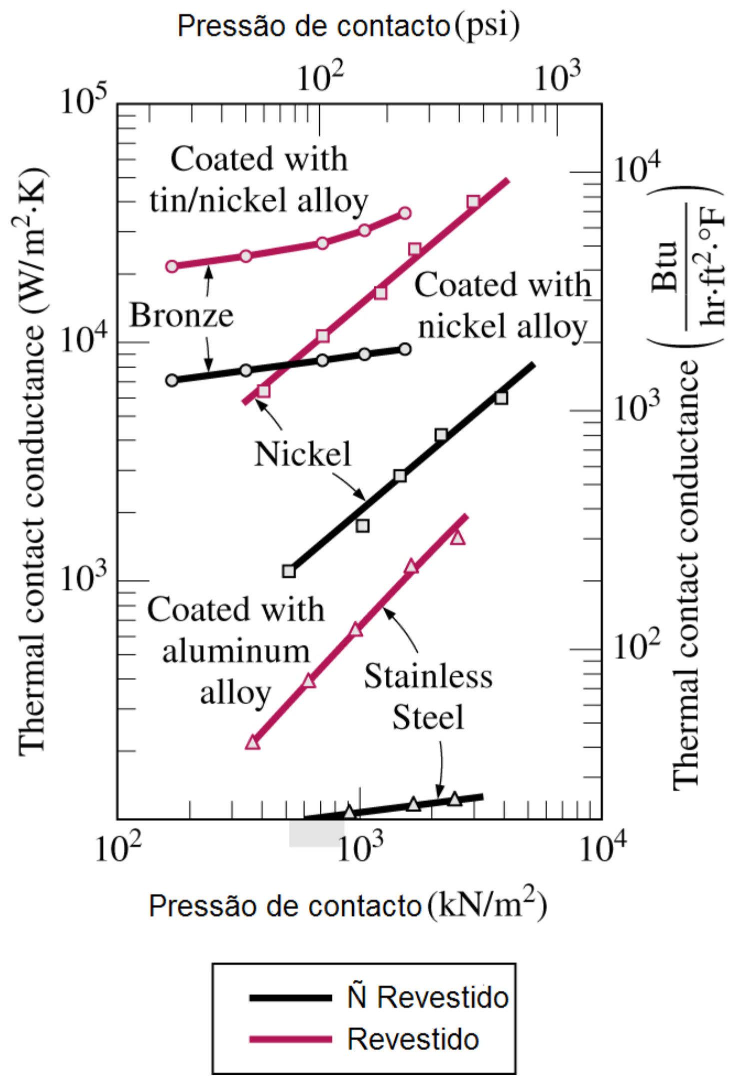
3.2 Resistência Térmica no Contacto

A resistência térmica no contacto, pode ser reduzida, aplicando líquidos que são condutores térmicos na superfície das peças, antes destas serem pressionadas, os quais se designam por massas térmicas.

Fluído na Interface	Condutibilidade no contacto, h_c W/m² ·ºC
Ar	3640
Hélio	9520
Hidrogénio	13900
Óleo de Silicone	19000
Glicerina	37700

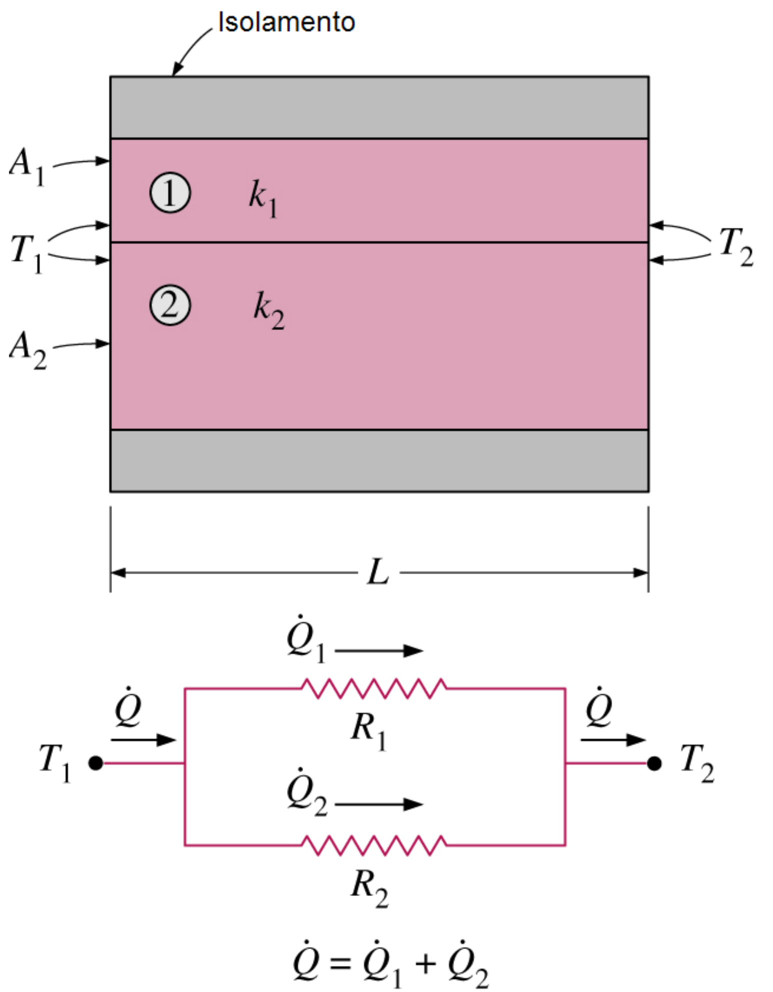
3.2 Resistência Térmica no Contacto

Outra maneira de diminuir a resistência no contacto é introduzir películas finas de alumínio, níquel, cobre ou prata entre duas superfícies em contacto, como se pode ver dos gráficos da figura.



3.3 Redes Térmicas no Geral

Rede de resistências térmicas para dois meios paralelos.



3.3 Redes Térmicas no Geral

O conceito de resistência térmica ou de analogia eléctrica, pode ser usado para resolver problemas de transmissão de calor em regime permanente, que envolvam camadas paralelas ou arranjos combinados série-paralelos.

Se considerar-se uma parede composta por duas camadas paralelas, a resistência térmica da rede consistirá de duas resistências em paralelo. O calor total transferido é igual à soma do calor transferido por cada uma das camadas:

$$\dot{Q} = \dot{Q}_1 + \dot{Q}_2 = \frac{T_1 - T_2}{R_1} + \frac{T_1 - T_2}{R_2} = (T_1 - T_2)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \quad (3.29)$$

3.3 Redes de Resistências Térmicas no Geral

Utilizando a analogia eléctrica, consegue-se:

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{R_{total}} \qquad (3.30)$$

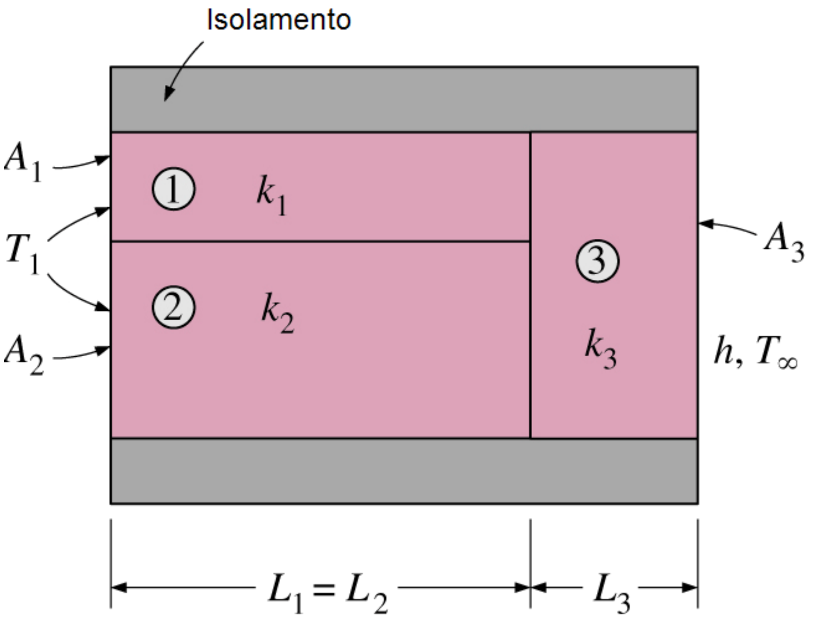
Onde:

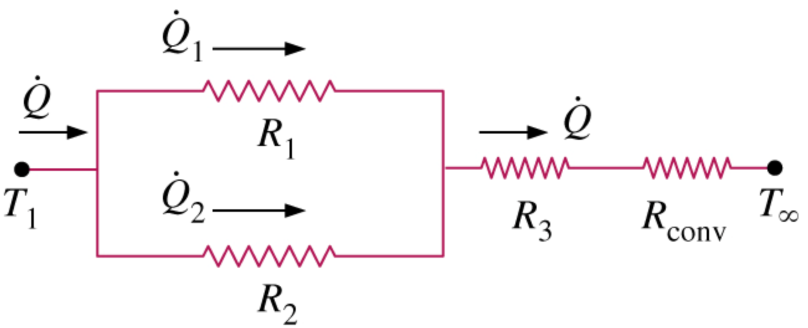
$$\frac{1}{R_{total}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \rightarrow R_{total} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \qquad (3.31)$$

Desde que as resistências estejam em paralelo

3.3 Redes de Resistências Térmicas no Geral

Rede de resistência térmica para um arranjo combinado série-paralelo.





3.3 Redes de Resistências Térmicas no Geral

Considere-se agora um arranjo série-paralelo. O calor total transferido pelo arranjo pode ser determinado pela seguinte expressão:

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_\infty}{R_{total}} \qquad (3.32)$$

Onde:

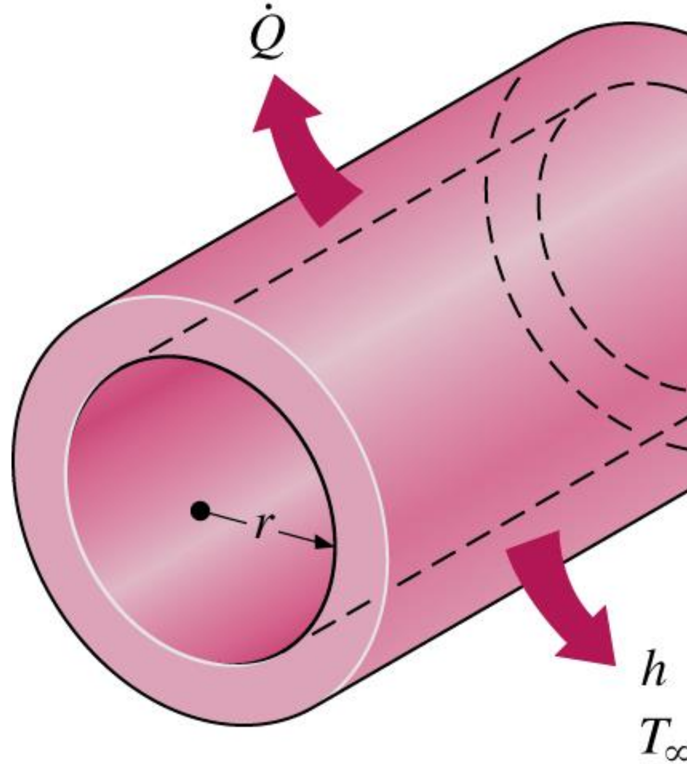
$$R_{total} = R_{12} + R_3 + R_{conv} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 + R_{conv} \qquad (3.33)$$

e: $$R_1 = \frac{L_1}{k_1 A_1}, \qquad R_2 = \frac{L_2}{k_2 A_2}, \qquad R_3 = \frac{L_3}{k_3 A_3}, \qquad R_{conv} = \frac{1}{hA_3} \qquad (3.34)$$

Basta que as resistências térmicas individuais sejam conhecidas, para que a resistência total e a taxa total de transferência de calor possam ser facilmente determinadas pelas expressões acima.

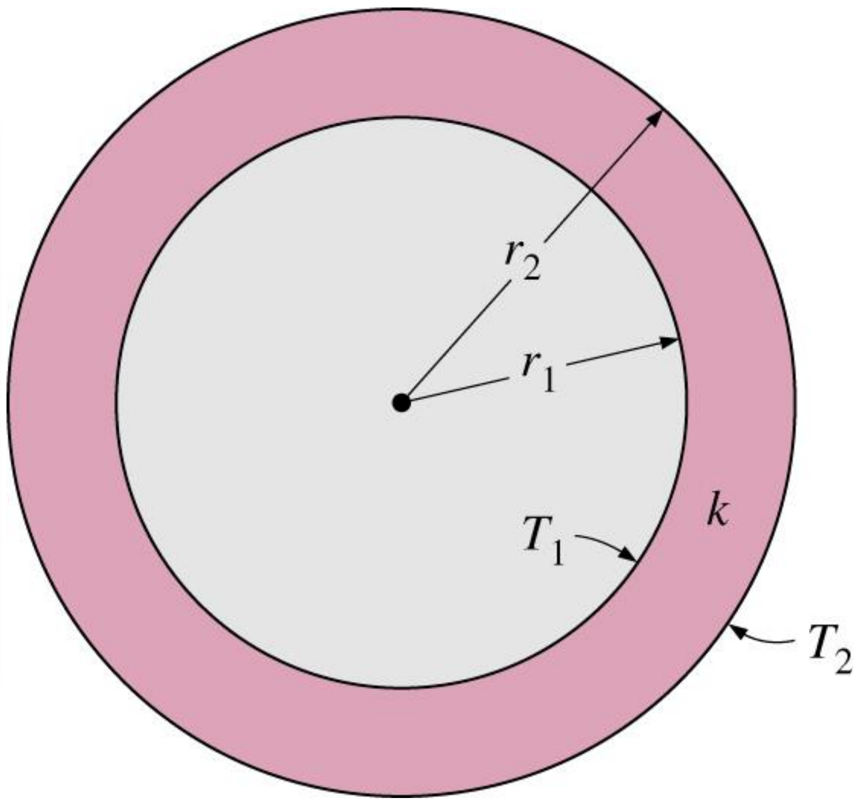
3.4 Condução de calor em cilindros e esferas

Sendo o calor perdido de um tubo de água quente para o ar ambiente na direcção radial, este calor, para um tubo longo pode ser considerado unidimensional.



3.4 Condução de calor em cilindros e esferas

Tubo cilíndrico longo (ou um recipiente esférico) com as temperaturas interna T_1 e externa T_2 prescritas.



3.4 Condução de calor em cilindros e esferas

Considere-se uma camada cilíndrica de comprimento $\boldsymbol{L}$ *com raio interno* $\boldsymbol{r_1}$ *e externo* $\boldsymbol{r_2}$ *e condutibilidade térmica média* $\boldsymbol{k}$*. As duas superfícies da camada são mantidas às temperaturas constantes* $\boldsymbol{T_1}$ *e* $\boldsymbol{T_2}$ *. Não há geração de calor na camada e a condutibilidade térmica é constante. Para a condução de calor unidimensional através do meio cilíndrico, tem-se* $\boldsymbol{T(r)}$*. A lei de Fourier para condução através do cilindro pode ser escrita como:*

$$Q_{cond,cilindro} = -kA\frac{dT}{dr} \qquad \text{(W)} \qquad (3.35)$$

3.4 Condução de calor em cilindros e esferas

Onde $A = 2\pi rL$ *é a área de transferência de calor no ponto* **r**. **A** *depende de* **r,** *dai varia na direcção do fluxo de calor. Separando as variáveis e integrando de* $r = r_1$, *onde* $T(r_1) = T_1$, *até* $r = r_2$, *onde* $T(r_2) = T_2$ *obtém-se:*

$$\int_{r=r_1}^{r_2} \frac{Q_{cond,cilindr}}{A}\, dr = -\int_{T=T_1}^{T_2} k\, dT \qquad (3.36)$$

Substituindo $A = 2\pi rL$ *e fazendo as integrações obtém-se:*

$$Q_{cond,cilindro} = 2\pi Lk \frac{T_1 - T_2}{\ln(r_2/r_1)} \quad \text{(W)} \qquad (3.37)$$

Desde que $Q_{cond,cilindro}$ *seja constante, a Equação 3.37 pode ser transformada em:*

$$Q_{cond,cilindro} = \frac{T_1 - T_2}{R_{cilindro}} \quad \text{(W)} \qquad (3.38)$$

3.4 Condução de calor em cilindros e esferas

Onde:

$$R_{cilindro} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi Lk} = \frac{\ln(raio\ externo/raio\ \text{interno})}{2\pi \times (comprimento) \times (condutividade\ térmica)} \qquad (3.39)$$

é a resistência da camada cilíndrica à transferência de calor por condução, ou simplesmente, a resistência por condução da camada cilíndrica.

Pode-se repetir a análise acima para uma camada esférica fazendo A = $4\pi r^2$ e resolvendo as integrações, o resultado obtido é:

$$\dot{Q}_{cond,esfera} = \frac{T_1 - T_2}{R_{esfera}} \qquad \text{(W)} \qquad (3.40)$$

3.4 Condução de calor em cilindros e esferas

Onde: $$R_{esfera} = \frac{r_2 - r_1}{4\pi r_1 r_2 k} = \frac{raio\ externo - raio\ \text{interno}}{4\pi \times (raio\ externo) \times (raio\ \text{interno}) \times (condutividade\ térmica)}$$ (3.41)

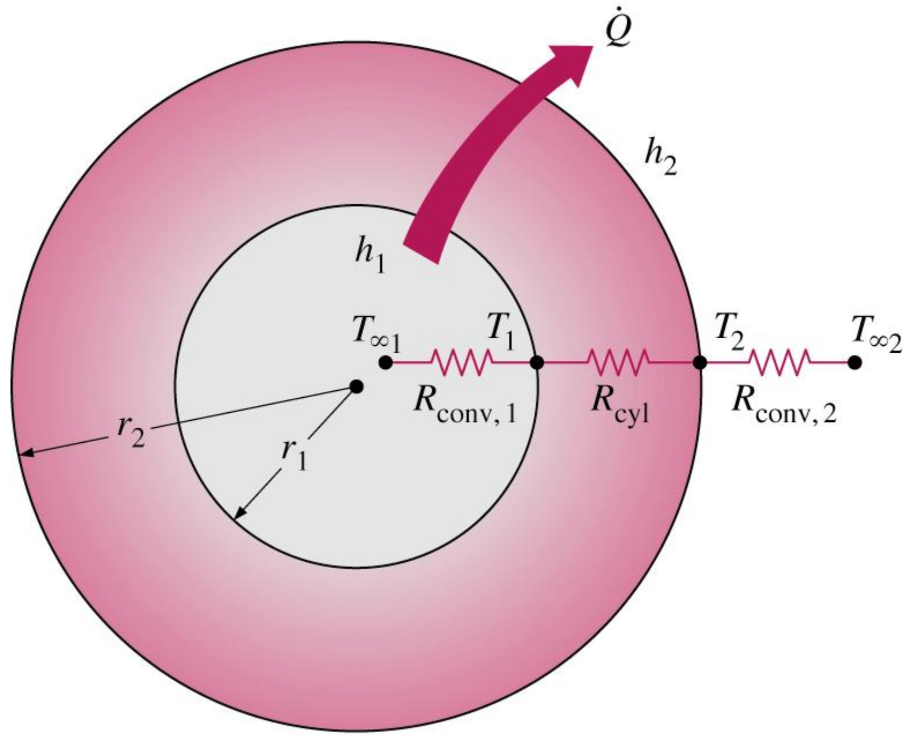
é a resistência da camada esférica à transferência de calor por condução, ou simplesmente a resistência por condução da camada esférica.

Considere-se agora o fluxo de calor unidimensional em regime permanente sobre uma camada cilíndrica ou esférica, que esteja exposta à convecção em ambos os lados, de fluidos com temperaturas $\boldsymbol{T_{\infty 1}}$ *e* $\boldsymbol{T_{\infty 2}}$*, cujos coeficientes de transferência de calor são* $\boldsymbol{h_1}$ *e* $\boldsymbol{h_2}$ *respectivamente. A expressão do calor que atravessa a rede de resistência térmica, que consiste de duas resistências por convecção e uma por condução, pode ser dada por:*

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{total}}$$ (3.42)

3.4 Condução de calor em cilindros e esferas

Rede de resistência térmica para um cilindro ou esfera sujeito à convecção nas duas superfícies, interna e externa.



$$R_{total} = R_{conv,1} + R_{cyl} + R_{conv,2}$$

3.4 Condução de calor em cilindros e esferas

Onde:

$$
\begin{aligned}
R_{total} &= R_{conv,1} + R_{cilindro} + R_{conv,2} \\
&= \frac{1}{(2\pi r_1 L)h_1} + \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi Lk} + \frac{1}{(2\pi r_2 L)h_2}
\end{aligned}
\qquad (3.43)
$$

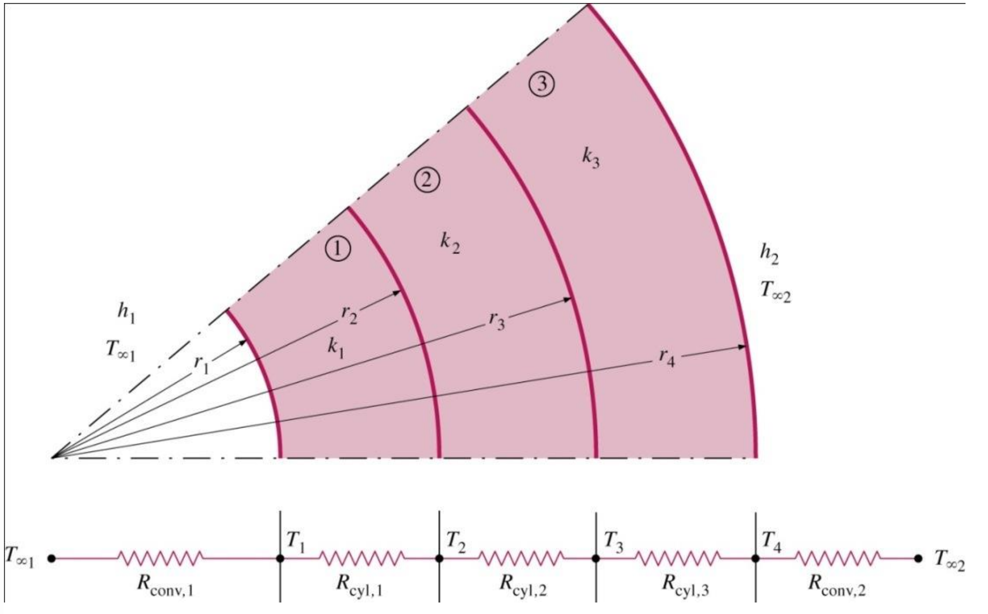
para uma camada cilíndrica e para uma camada esférica,

$$
\begin{aligned}
R_{total} &= R_{conv,1} + R_{esfera} + R_{conv,2} \\
&= \frac{1}{(4\pi r_1^2)h_1} + \frac{r_2 - r_1}{4\pi r_1 r_2 k} + \frac{1}{(4\pi r_2^2)h_2}
\end{aligned}
\qquad (3.44)
$$

*Na relação de transferência de calor por convecção $R_{conv} = 1/hA$, **A** representa a área por onde ocorre a convecção, e é igual a $A = 2\pi rL$ para a superfície cilíndrica e para a superfície esférica $A = 4\pi r^2$.*

3.4.1 Multicamadas cilíndricas e esféricas

Rede de resistências térmicas de transferência de calor para uma parede cilíndrica composta, sujeita à convecção em ambos os lados.



3.4.1 Multicamadas cilíndricas e esféricas

A transferência de calor em regime permanente através de camadas múltiplas cilíndricas ou esféricas, pode merecer as mesmas considerações que se fez para as paredes planas, adicionando simplesmente uma resistência em série por cada camada adicional. Para a condução em regime permanente num cilindro de comprimento **L,** *composto de três camadas, com convecção em ambos os lados pode-se escrever:*

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{total}} \quad \text{(W)} \qquad (3.45)$$

3.4.1 Multicamadas cilíndricas e esféricas

Onde R_{Total} é a resistência total dada por:

$$
\begin{aligned}
R_{total} &= R_{conv,1} + R_{cilindro,1} + R_{cilindro,2} + R_{cilindro,3} + R_{conv,2} \\
&= \frac{1}{h_1 A_1} + \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L k_1} + \frac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi L k_2} + \frac{\ln(r_4/r_3)}{2\pi L k_3} + \frac{1}{h_2 A_4}
\end{aligned}
\qquad (3.46)
$$

Onde $\mathbf{A_1=2\pi r_1 L}$ *e* $\mathbf{A_4=2\pi r_4 L}$ *. Esta expressão pode ser usada para paredes esféricas, bastando para tal substituir as resistências por condução, das camadas cilíndricas pelas camadas esféricas.*

3.4.1 Multicamadas cilíndricas e esféricas

*Desde que **Q** seja conhecido, é possível determinar qualquer temperatura intermédia $\boldsymbol{T_j}$ aplicando a relação:*

$$\dot{Q} = \frac{T_i - T_j}{R_{total,i-j}}$$

*Por exemplo se **Q** for conhecido, a temperatura $\boldsymbol{T_2}$ na interface entre a primeira e a segunda camada cilíndrica calcula-se de:*

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_2}{R_{conv,1} + R_{cilindro,1}} = \frac{T_{\infty 1} - T_2}{\dfrac{1}{h_1 (2\pi r_1 L)} + \dfrac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L k_1}} \qquad (3.47)$$

3.4.1 Multicamadas cilíndricas e esféricas

Também pode-se calcular T_2 de:

$$\dot{Q} = \frac{T_2 - T_{\infty 2}}{R_2 + R_3 + R_{conv,2}} = \frac{T_2 - T_{\infty 2}}{\frac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi L k_2} + \frac{\ln(r_4/r_3)}{2\pi L k_3} + \frac{1}{h_o(2\pi r_4 L)}} \qquad (3.48)$$

As Expressões 3.47 e 3.48 conduzem aos mesmos resultados, mas a primeira envolve menos termos.

3.5 Escolha do Material de Isolamento (Diâmetro Crítico)

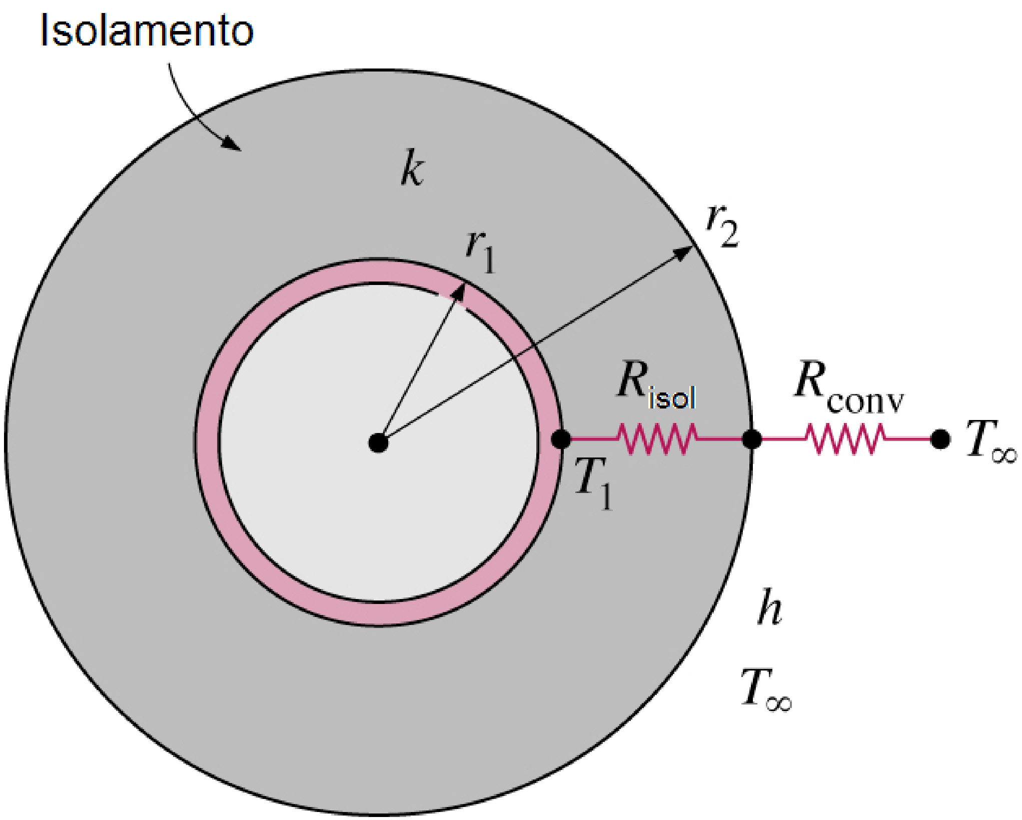
O diâmetro óptimo do isolamento em sistemas radiais, esta directamente relacionado com os efeitos que o aumento da espessura do isolamento produz.

Enquanto a resistência térmica por condução aumenta com o aumento da espessura do isolamento, a resistência por convecção diminui com o aumento da área externa.

Existe uma espessura do isolamento que minimiza a resistência total da transferência de calor maximizando o calor perdido.

3.5 Escolha do Material de Isolamento (Diâmetro Crítico)

Tubo cilíndrico isolado, exposto à convecção na superfície externa e rede térmica associada a ele.



3.5 Escolha do Material de Isolamento (Diâmetro Crítico)

Considere-se um tubo cilíndrico de raio externo $\boldsymbol{r_1}$ *cuja temperatura exterior é* $\boldsymbol{T_1}$ *mantida constante. O tubo encontra-se isolado com um material cuja condutibilidade térmica é* $\boldsymbol{k}$ *e o seu raio externo é* $\boldsymbol{r_2}$*, o calor é dissipado para o meio ambiente, que se encontra a temperatura* $\boldsymbol{T_\infty}$*, com o coeficiente de transferência de calor por convecção* **h.** *O calor dissipado do isolamento para o ambiente pode-se calcular de:*

$$Q = \frac{T_1 - T_\infty}{R_{isol} + R_{conv}} = \frac{T_1 - T_\infty}{\frac{\ln\left(r_2/r_1\right)}{2\pi L k} + \frac{1}{h\left(2\pi r_2 L\right)}} \qquad (3.49)$$

3.5 Escolha do Material de Isolamento (Diâmetro Crítico)

O valor de $\mathbf{r_2}$ *para o qual Q atinge o seu máximo é determinado da Equação 3.50. Uma óptima espessura de isolamento esta associada ao valor de* $\mathbf{r_2}$ *que minimiza o* **Q** *e maximiza a* $\boldsymbol{R_{tot}}$ *que se pode obter de:*

$$\frac{dQ}{dr_2} = 0 \qquad (3.50)$$

Derivando a Equação 3.49, da taxa do calor no cilindro, obtém-se:

$$\frac{dQ}{dr_2} = -\frac{(T_1 - T_\infty)\left(-\dfrac{1}{2h\pi L r_2^2} + \dfrac{1}{2k\pi L r_2}\right)}{\left[\dfrac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L k} + \dfrac{1}{h(2\pi r_2 L)}\right]^2} = 0 \qquad (3.51)$$

3.5 Escolha do Material de Isolamento (Diâmetro Crítico)

Fazendo o arranjo dos termos da Equação 3.51 obtém-se:

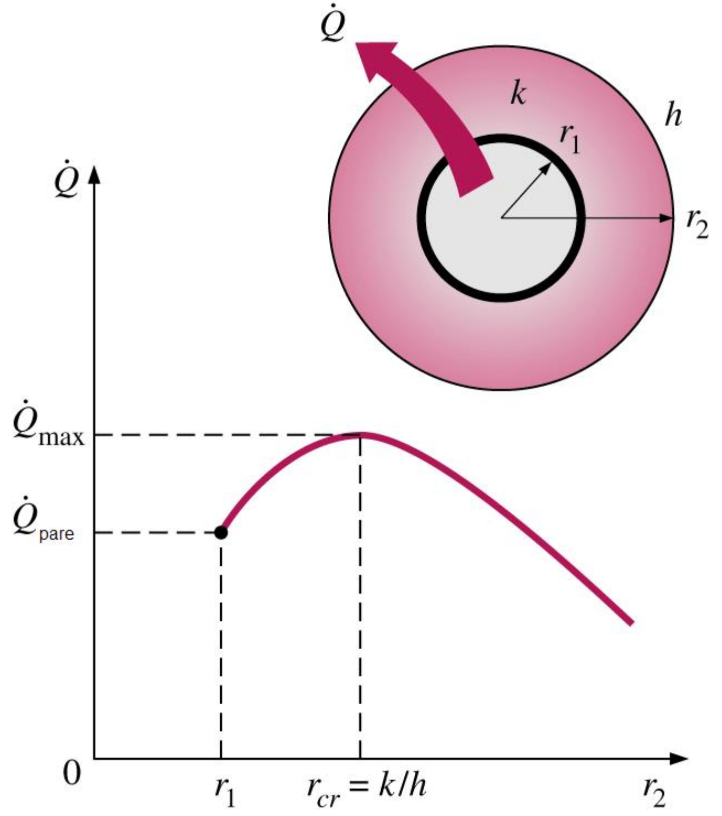
$$\frac{1}{2\pi k L r_2} - \frac{1}{2\pi L r_2^2 h} = 0 \qquad (3.52)$$

Explicitando $\boldsymbol{r_{cr,cilindro}} = \boldsymbol{r_2}$ *obtém-se a expressão do raio crítico para o cilindro isolado*

$$r_{cr,cilindro} = \frac{k}{h} \quad \text{(m)} \qquad (3.53)$$

3.5 Escolha do Material de Isolamento (Diâmetro Crítico)

O raio crítico é o que equivale à razão entre os coeficientes de transferência de calor por condução e por convecção.



Exemplo 5.2

Calcule o raio critico do isolamento para amianto k=0,17 W/m ºC que reveste um tubo estando exposto ao ar a 20 ºC com h= 3,0 W/m^2. ºC. Calcule a perda de calor de um tubo de 5 cm de diâmetro a 200 ºC, quando coberto com o raio critico de isolamento e sem isolamento.

Exemplo 5.2 (Solução I)

O raio externo do isolamento calcula-se de:

$$r_e = \frac{k}{h} = \frac{0{,}17}{3} = 0{,}0567 \quad m = 5{,}67 \quad cm$$

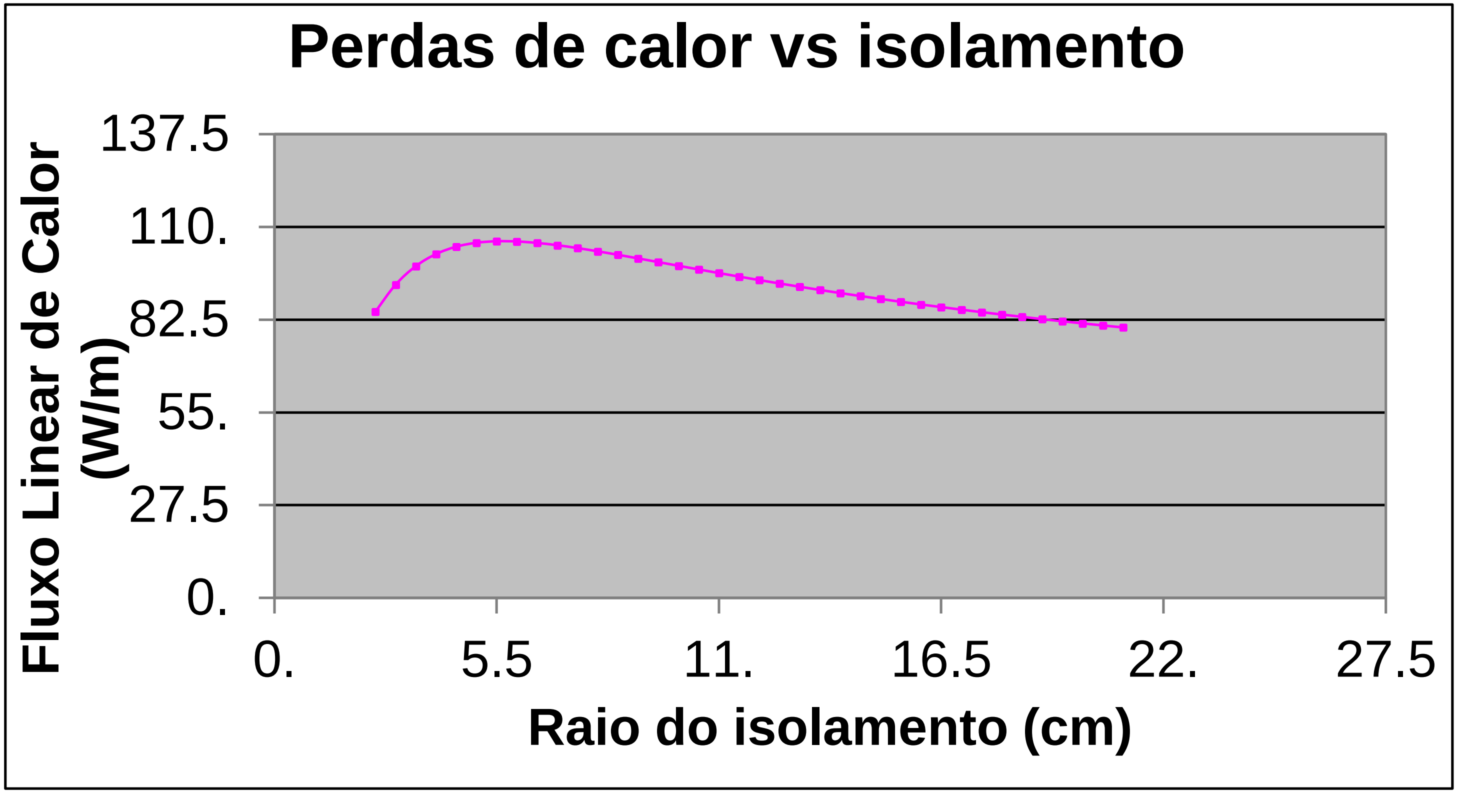
O raio interno do isolamento e de 2,5 cm, e o calor transferido calcula-se pela equação:

$$\frac{\dot{Q}}{L} = \frac{2\pi(200-20)}{\frac{\ln(5{,}67/2{,}5)}{0{,}17} + \frac{1}{(0{,}0567)(3{,}0)}} = 105{,}7 \quad W/m$$

Sem isolamento a perda de calor por convecção na superfície do tubo é:

$$q_l = \frac{Q}{L} = h(2\pi r)(t_{s1} - t_{f2}) = 3 \cdot 2\pi \cdot 0{,}025(200-20) = 84{,}8 \quad W/m$$

Exemplo 5.2 (Solução II)



Exemplo 5.3

Um tubo fino de cobre com raio interno $\mathbf{r_i}$, é usado para transportar um fluído refrigerante que encontra-se a baixa temperatura $\mathbf{t_i}$, menor que a temperatura ambiente $\mathbf{t_{f2}}$, em redor do tubo. Existe uma espessura crítica de isolamento para este tubo?

Confirme o resultado calculando a resistência térmica total por unidade de comprimento de um tubo de 10 mm de diâmetro com as seguintes espessuras de isolamento em fibra de vidro: 0, 2, 5, 10, 20 e 40 mm, o coeficiente de convecção externo é de 5 W/m^2K, e o **k** da fibra de vidro, 0,055 W/mk)

Exemplo 5.3 (Solução I)

O raio crítico calcula-se de:

$$r_{cr} = \frac{k}{h} = \frac{0{,}055}{5} = 0{,}011 \quad m$$

Como $r_{cr} > r_i$ o fluxo de calor vai aumentar com o aumento da espessura do isolamento até ao valor de:

$$r_{cr} - r_i = (0{,}011 - 0{,}005)m = 0{,}006m$$

a partir desta espessura a resistência térmica total vai aumentar e o fluxo linear de troca de calor vai diminuir.

Exemplo 5.3 (Solução II)

	Espessura (mm)	$R'_{cond} = \frac{\ln(r/r_1)}{2\pi k}(mK/W)$	$R'_{conv} = \frac{1}{2\pi r h}(mK/W)$	$R'_{tot} = \frac{\ln(r/r_1)}{2\pi k} + \frac{1}{2\pi r h}(mK/W)$
1	0	0	6,37	6,37
2	2	0,97	4,55	5,52
3	5	2,01	3,18	5,19
4	10	3,18	2,12	5,30
5	20	4,66	1,27	5,93
6	40	6,36	0,71	7,07

Exemplo 5.3 (Solução III)