Transmissão de calor

3º ano

Aula 7 ▫ 3.6 Superfícies Estendidas

Tópicos:

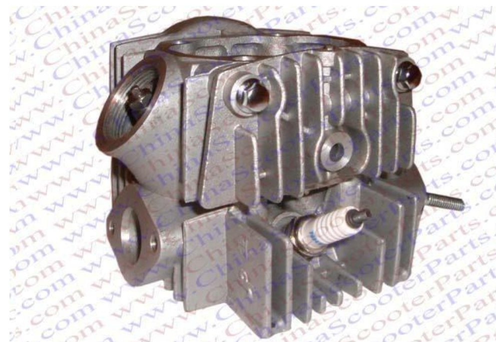
- Balanço de energia para uma face
- Alhetas com secção uniforme
- Eficiência da alheta
- Desempenho da alheta
- Comprimento adequado da alheta
- Transferência de Calor em Configurações Usuais

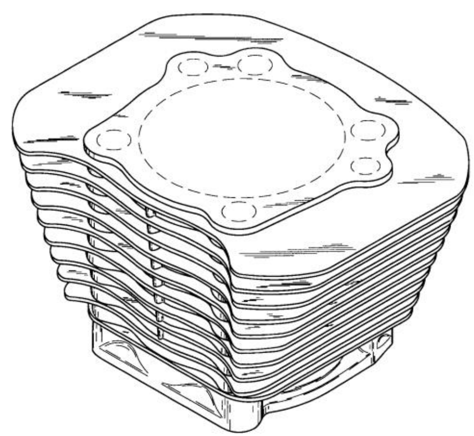
3.6 Superfícies Estendidas

O termo superfície estendida é comumente usado em referência a um sólido onde há transferência de energia por condução no interior de suas fronteiras e transferência de energia por convecção (e/ou radiação) entre suas fronteiras e a vizinhança.

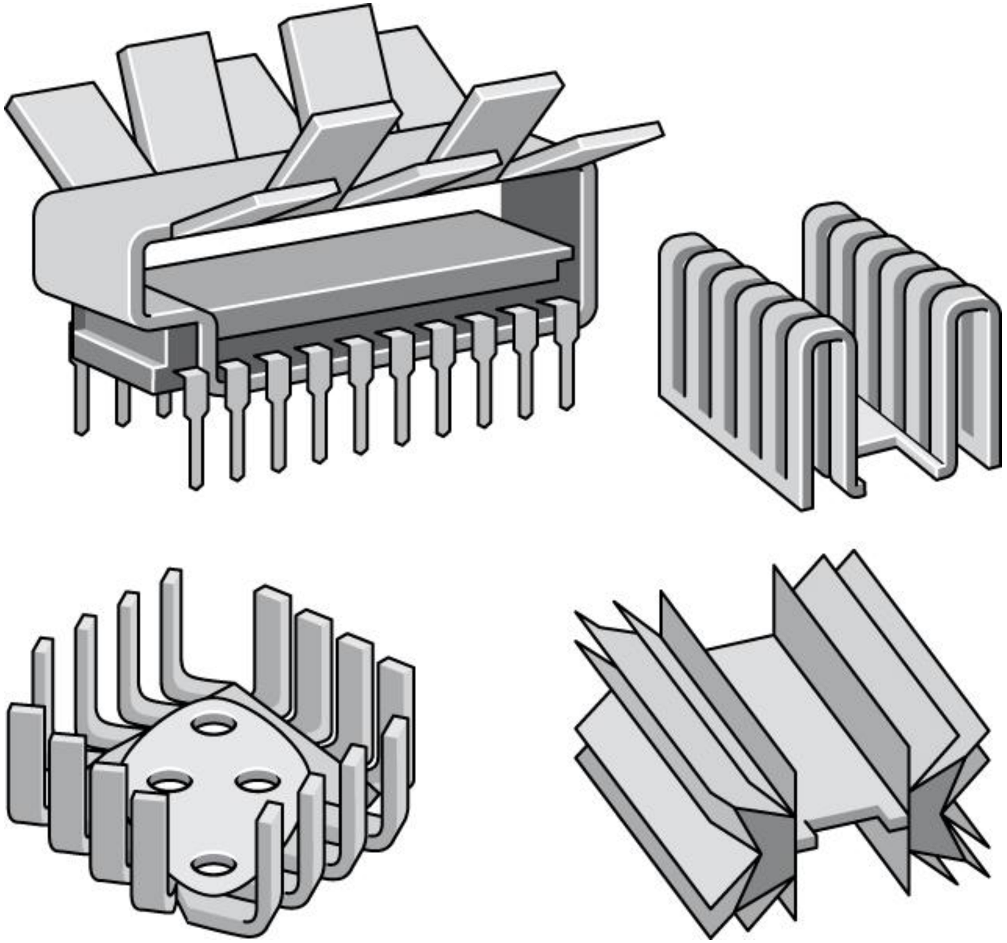
Em diversas condições de engenharia usam-se superfícies estendidas para aumentar a eficiência de troca de calor, quer na colecta de energia (colectores solares) quer na sua dissipação (motores).

3.6 Superfícies Estendidas





3.6 Superfícies Estendidas



3.6 Superfícies Estendidas

O principio físico que justifica o uso das alhetas é simples. Baseando-se na Lei de Resfriamento de Newton pode-se escrever:

$$Q = hA_s\left(T_s - T_\infty\right)$$

Onde:

h – é o coeficiente de troca de calor por Convecção;

A_s *– é a área superficial;*

T_s *– é a temperatura superficial;*

T_∞ *- é a temperatura do fluído ambiente.*

3.6 Superfícies Estendidas

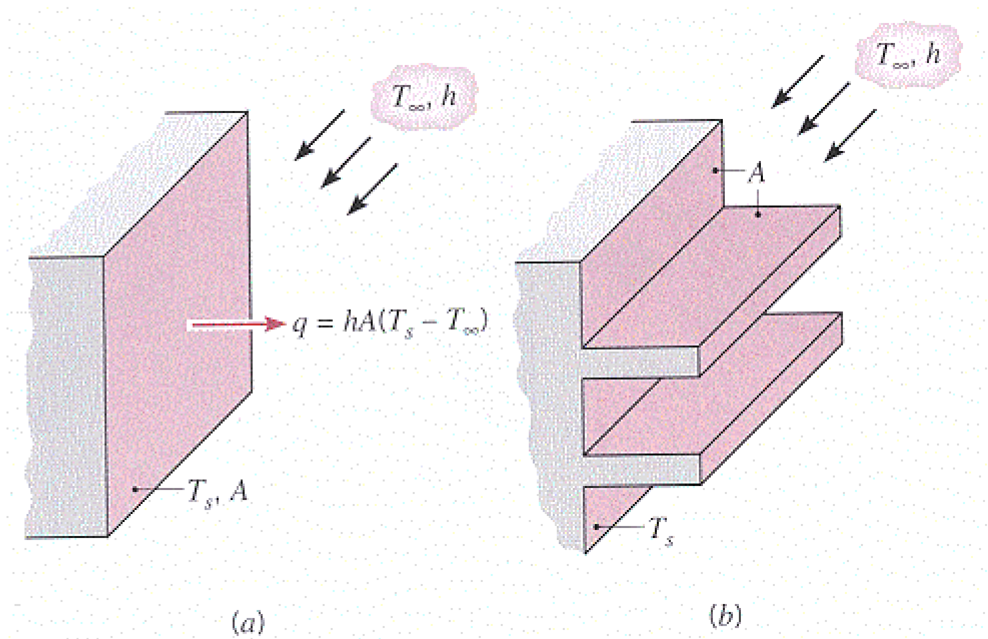
Para aumentar a dissipação de calor pode-se aumentar ***h***, $\boldsymbol{A_s}$ *e a diferença das temperaturas.*

O aumento de ***h*** *pode se conseguir com o aumento da velocidade do fluido (convecção forçada).*

Aumentar a diferença de temperaturas pode-se conseguir com o abaixamento da temperatura ambiente.

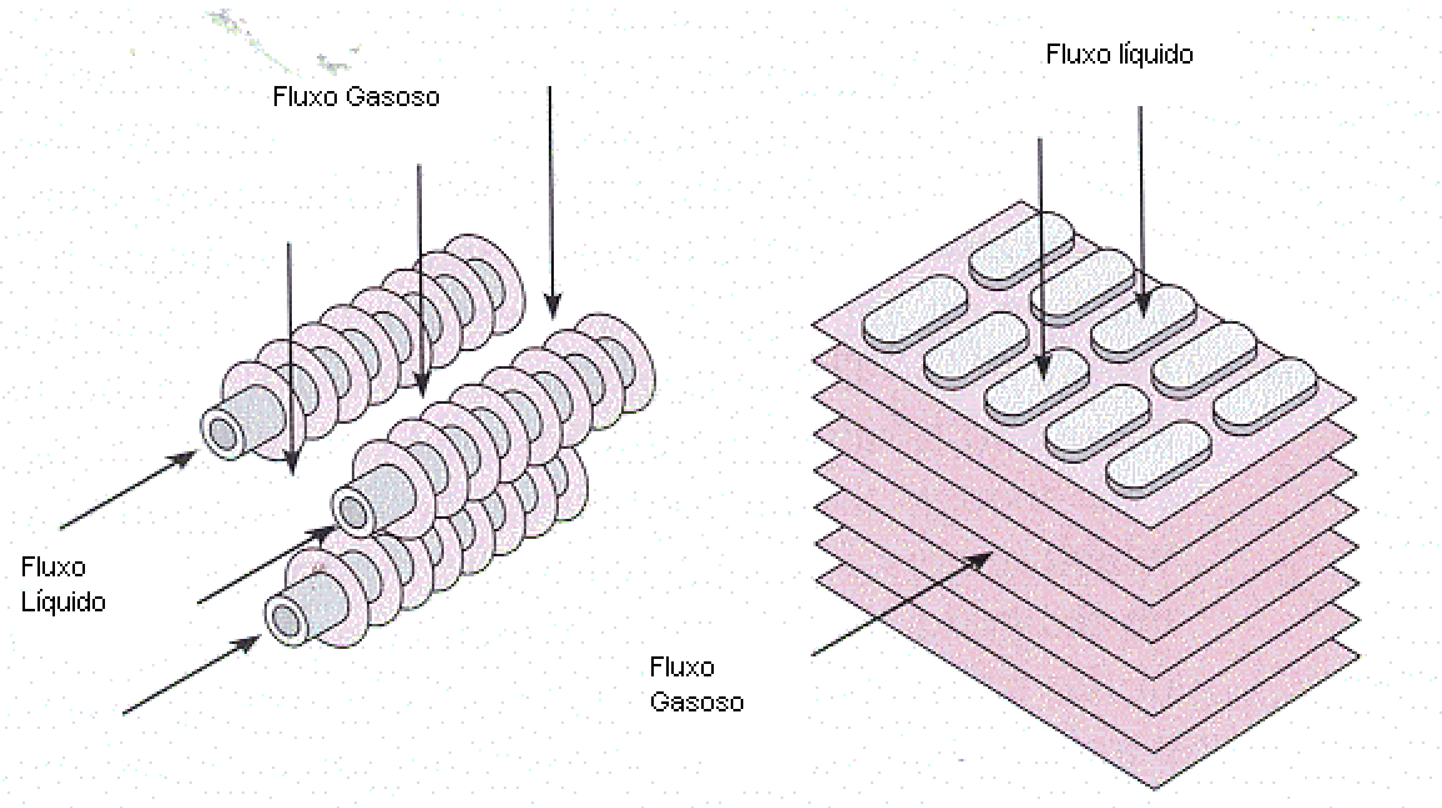
A forma mais fácil de se conseguir o aumento da dissipação de calor é aumentando a área superficial.

3.6 Superfícies Estendidas



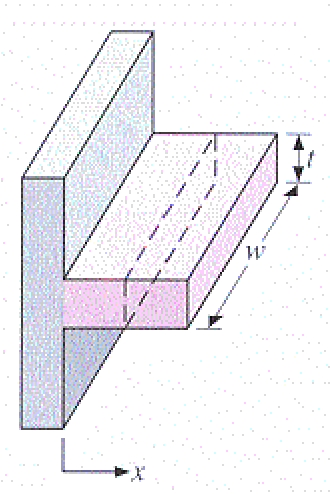
Condução Estacionária transmissão de calor através de uma alheta

3.6 Superfícies Estendidas

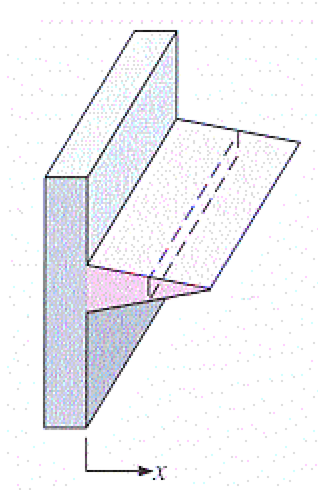


Exemplos de funcionamento de alhetas

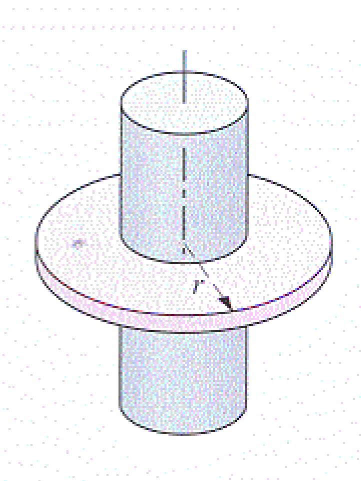
Alguns tipos de alhetas



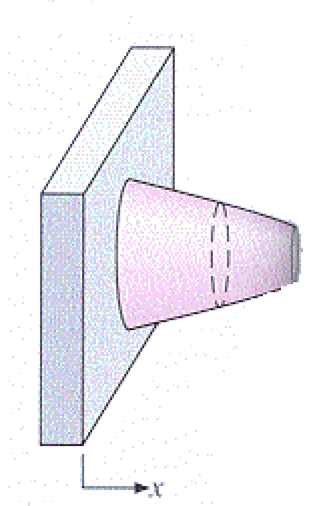
Alheta longitudinal de perfil rectangular



Alheta longitudinal de perfil triangular



Tubo cilíndrico com alheta radial de perfil rectangular

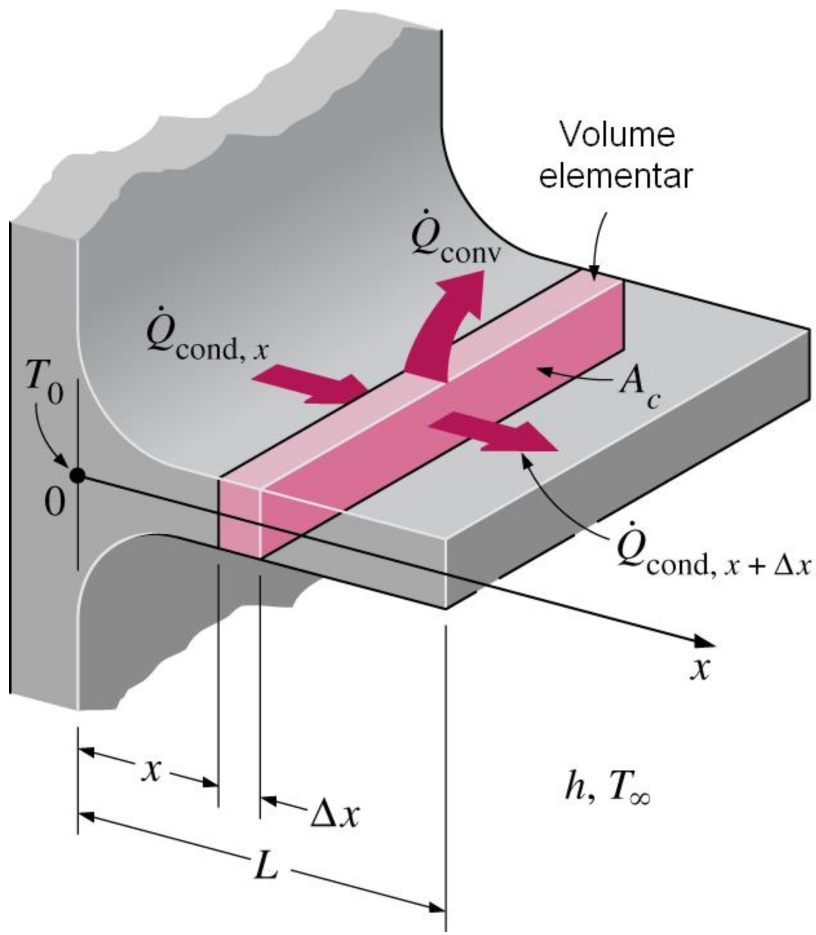


Pino cónico truncado

3.6 Superfícies Estendidas

Supondo que a base da alheta esteja a uma temperatura superior à do meio ambiente. Numa secção de comprimento elementar **Δx** localizada no meio da alheta tem-se energia entrando por condução, no material desse elemento, e por outro lado energia saindo também por condução e não se pode esquecer da parcela que sai para o meio ambiente por convecção.

3.6.1 Balanço de energia para uma face



3.6.1 Balanço de energia para uma face

As hipóteses a serem usadas são:

- *Regime permanente e ausência de fontes internas;*
- *Temperatura constante do fluído longe da alheta;*
- *As propriedades térmicas do material não variam com a temperatura;*
- *As alhetas são finas, assim pode-se modelar a situação como unidimensional;*
- *O Coeficiente de transferência de calor por convecção é constante ao longo da alheta;*
- *A temperatura da superfície da base da alheta é a mesma que a da superfície primária.*

3.6.1 Balanço de energia para uma face

Calor que entra por condução no elemento em x = Calor que sai por condução do elemento em x + Δx + Calor que sai por convecção do elemento

$$\dot{Q}_{cond,x} = \dot{Q}_{cond,x+dx} + \dot{Q}_{conv} \qquad (3.54)$$

Onde:

$$\dot{Q}_{conv} = hA_s\left(T - T_\infty\right)$$

3.6.1 Balanço de energia para uma face

Substituindo e dividindo-se por Δx obtém-se:

$$\frac{d\dot{Q}_{cond}}{\Delta x} + h\frac{A_s}{\Delta x}\left(T - T_\infty\right) = 0 \qquad (3.55)$$

Calculando-se o limite quando Δx → 0 obtém-se:

$$\frac{d}{dx}\left(\dot{Q}_{cond}\right) + h\frac{dA_s}{dx}\left(T - T_\infty\right) = 0 \qquad (3.56)$$

3.6.1 Balanço de energia para uma face

Da lei de Fourier para a condução obtém-se:

$$\dot{Q}_{cond} = -kA_c \frac{dT}{dx} \qquad (3.57)$$

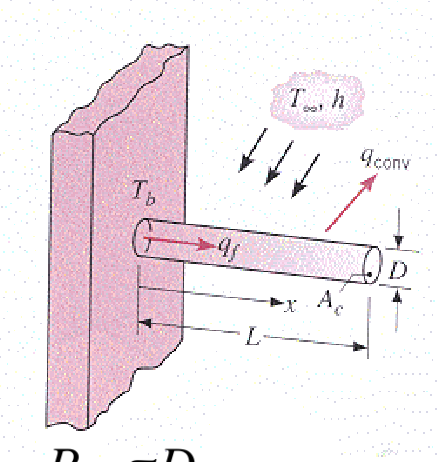
Substituindo em 3.56 chega-se a:

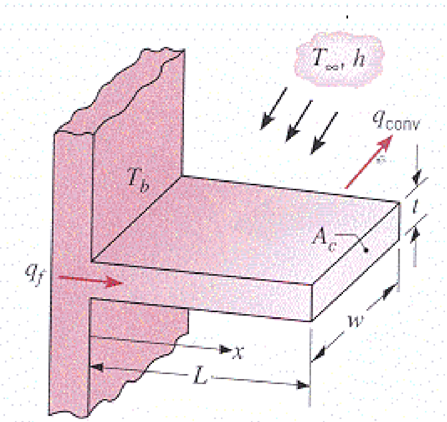
$$\frac{d}{dx}\left(A_c \frac{dT}{dx}\right) - \frac{h}{k}\frac{dA_s}{dx}(T - T_\infty) = 0$$

ou

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \left(\frac{1}{A_c}\frac{dA_c}{dx}\right)\frac{dT}{dx} - \left(\frac{1}{A_c}\frac{h}{k}\frac{dA_s}{dx}\right)(T - T_\infty) = 0 \qquad (3.58)$$

3.6.2 Alhetas com secção uniforme





$$P = \pi D$$

$$A_c = \pi D^2/4$$

$$P = 2w + 2t$$

$$A_c = wt$$

Daqui, depreende-se que:

$$\frac{dA_c}{dx} = 0$$

e

$$\frac{dA_s}{dx} = p$$

3.6.2 Alhetas com secção uniforme

Então a equação geral transforma-se em:

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hp}{kA_c}\left(T - T_\infty\right) = 0 \qquad (3.59)$$

Fazendo:

$$\theta\left(x\right) \equiv T(x) - T_\infty \qquad (3.60)$$

Então:

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{dT}{dx} \qquad (3.61)$$

3.6.2 Alhetas com secção uniforme

Assumindo que:

$$m^2 \equiv \frac{hP}{kA_c} \tag{3.62}$$

A equação fica:

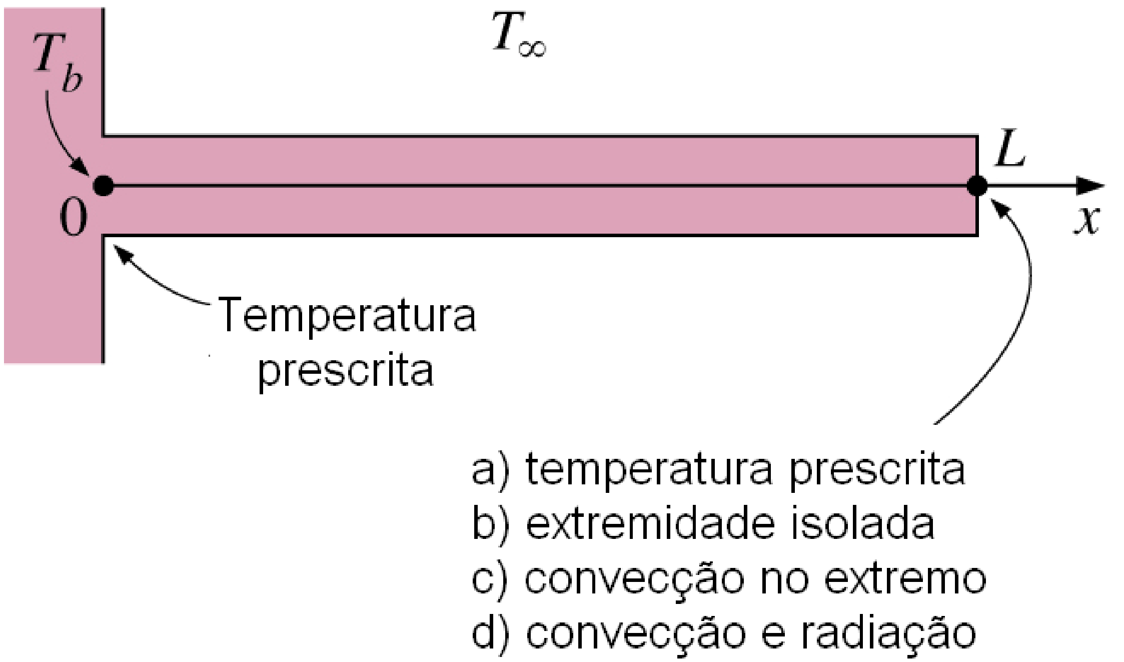
$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0 \tag{3.63}$$

A solução geral desta equação de segunda ordem é:

$$\theta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} \tag{3.64}$$

3.6.2 Alhetas com secção uniforme

Uma das condições é a temperatura na base (x=0) $\theta(0) = T_b - T_\infty \equiv \theta_b$



3.6.2.1 Alheta que perde calor por convecção pela sua extremidade

As alhetas, na prática, são expostas ao ambiente e, portanto, a condição de contorno adequada para a ponta da alheta é a convecção, que também inclui os efeitos da radiação. A equação da alheta pode ainda ser resolvida, neste caso, utilizando a convecção na ponta da alheta como a segunda condição de contorno, mas a análise torna-se complexa e resulta em expressões de distribuição da temperatura e da transferência de calor complicadas.

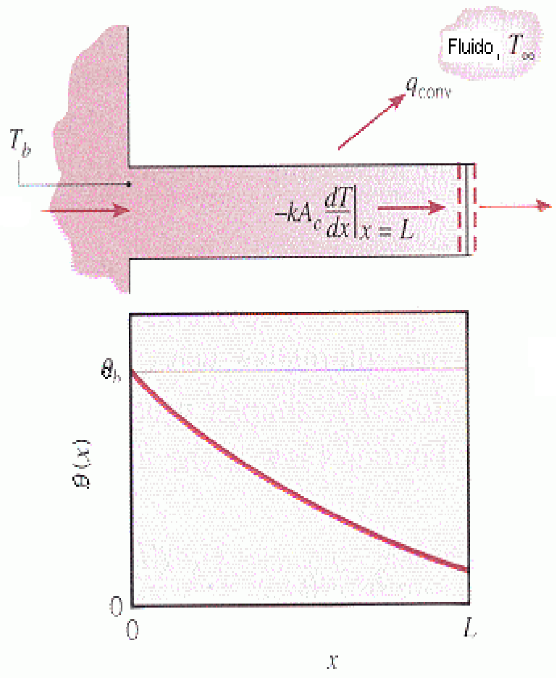
3.6.2.1 Alheta que perde calor por convecção pela sua extremidade

Em geral, a área da ponta da alheta é uma pequena fracção da área total da superfície da mesma, assim, as complexidades envolvidas na solução da equação, dificilmente podem justificar uma melhora na exactidão.

3.6.2.1 Alheta que perde calor por convecção pela sua extremidade

Para determinar as constantes C_1 e C_2 na Equação 3.64, é necessário estabelecer as condições de contorno.

$$\dot{Q}_b = \dot{Q}_f$$



$$hA_c\left[T(L) - T_\infty\right]$$

3.6.2.1 Alheta que perde calor por convecção pela sua extremidade

$$hA_c\left[T(L)-T_\infty\right]=-kA_c\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=L} \qquad (3.65)$$

ou

$$h\theta(L)=-k\left.\frac{d\theta}{dx}\right|_{x=L} \qquad (3.66)$$

dai:

$$\theta_b=C_1+C_2 \qquad (3.67)$$

e:

$$h\left(C_1e^{mL}+C_2e^{-mL}\right)=km\left(C_2e^{-mL}-C_1e^{mL}\right) \qquad (3.68)$$

3.6.2.1 Alheta que perde calor por convecção pela sua extremidade

logo, a distribuição da temperatura é dada por:

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\cosh m(L-x) + (h/mk)\sinh m(L-x)}{\cosh mL + (h/mk)\sinh mL} \qquad (3.69)$$

O calor perdido pela alheta calcula-se de:

$$\dot{Q}_f = \dot{Q}_b = -kA_c \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = -kA_c \left.\frac{d\theta}{dx}\right|_{x=0} \qquad (3.70)$$

3.6.2.1 Alheta que perde calor por convecção pela sua extremidade

Que resulta em:

$$\dot{Q}_f = \sqrt{hPkA_c}\,\theta_b \frac{\sinh mL + (h/mk)\cosh mL}{\cosh mL + (h/mk)\sinh mL} \qquad (3.71)$$

Uma outra forma que integra as perdas de calor por convecção é:

$$\dot{Q}_f = \int_{A_f} h\left[T(x) - T_\infty\right] dA_s \qquad (3.72)$$

3.6.2.2 Alheta com extremidade isolada

As alhetas não são susceptíveis de ser tão longas que a sua temperatura se aproxime da temperatura ambiente na ponta. Uma situação mais realista é a transferência de calor da ponta da alheta ser desprezada dado que a transferência de calor da alheta é proporcional à sua superfície e a superfície da ponta da alheta é geralmente uma fracção insignificante da área total da alheta. A ponta da alheta pode ser considerada como isolada.

3.6.2.2 Alheta com extremidade isolada

A condição de contorno na ponta da alheta pode ser expressa por:

$$\left.\frac{d\theta}{dx}\right|_{x=L} = 0 \qquad (3.73)$$

então:

$$C_1 e^{mL} - C_2 e^{-mL} = 0 \qquad (3.74)$$

O perfil de temperaturas toma o seguinte aspecto:

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\cosh m(L-x)}{\cosh mL} \qquad (3.75)$$

O calor dissipado pela alheta avalia-se de:

$$\dot{Q}_f = \sqrt{hPkA_c}\,\theta_b \tanh mL \qquad (3.76)$$

3.6.2.2 Alheta com extremidade isolada

*Quando se refere a uma alheta cuja extremidade se encontra isolada, é muito frequente usar-se o conceito de **comprimento corrigido L_c** que permite usar as expressões relativas à alheta com convecção no seu extremo, com um erro não superior a 8%.*

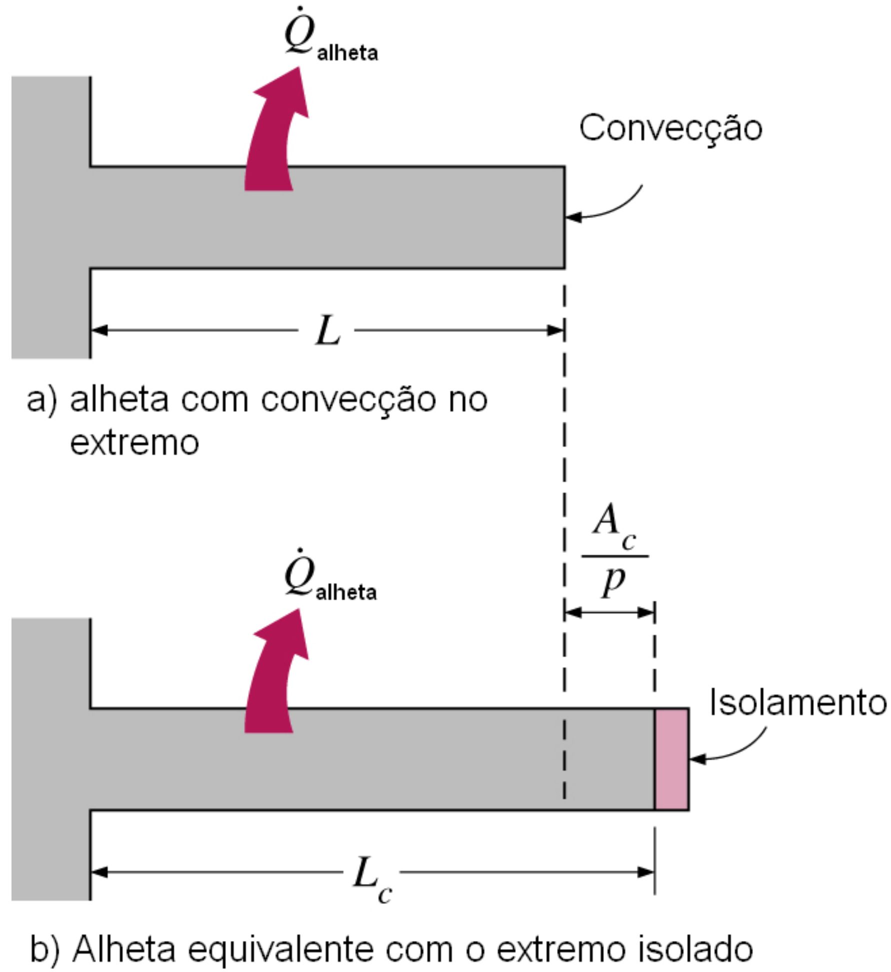
$$L_c = L + \frac{A_c}{p} \tag{3.77}$$

*Usando as relações próprias de **A_c** e **p** para alhetas de secção rectangular e circular os comprimentos corrigidos ficam respectivamente :*

$$L_{c,\text{rectangular}} = L + \frac{t}{2} \qquad L_{c,\text{circular}} = L + \frac{D}{4}$$

3.6.2.2 Alheta com extremidade isolada

O **comprimento corrigido L_c** é definido como o comprimento de uma alheta com o extremo isolado, que transfere o mesmo calor que uma alheta de comprimento **L** com convecção no extremo.



3.6.2.3 Alheta com temperatura prescrita na sua extremidade

Se a temperatura da alheta no seu extremo for medida e igual a T_L a segunda condição de contorno pode ser dada como: em $X = L$, $\theta = \theta_L$.

$$\theta\left(L\right) = T\left(L\right)$$

3.6.2.3 Alheta com temperatura prescrita na sua extremidade

Da condição de contorno resulta:

$$\theta(L) = \theta_L \qquad (3.78)$$

O perfil de temperaturas é dado por:

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{(\theta_L/\theta_b)\sinh mx + \sinh m(L-x)}{\sinh mL} \qquad (3.79)$$

O calor dissipado pela alheta é calculado de:

$$\dot{Q}_f = \sqrt{hPkA_c}\,\theta_b \frac{\cosh mL - \theta_L/\theta_b}{\sinh mL} \qquad (3.80)$$

3.6.2.4 Alheta com comprimento infinito

Para a alhetas suficientemente longas com secção transversal constante (A_c=constante), a temperatura da alheta no seu extremo tenderá para a temperatura ambiente T_∞ e portanto θ tenderá para zero. Isto é:

$$\theta(L) = T(L) - T_\infty = 0$$

3.6.2.4 Alheta com comprimento infinito

Da condição de contorno resulta:

$$\theta(L) = 0 \tag{3.81}$$

O perfil de temperaturas é dado por

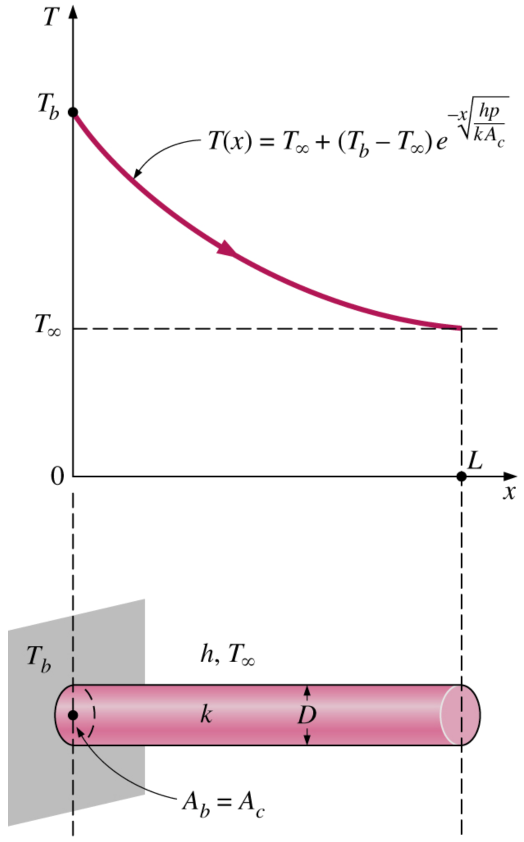
$$\frac{\theta}{\theta_b} = e^{-mx} \tag{3.82}$$

O calor dissipado pela alheta é calculado de:

$$\dot{Q}_f = \sqrt{hPkA_c}\,\theta_b \tag{3.83}$$

3.6.2.4 Alheta com comprimento infinito

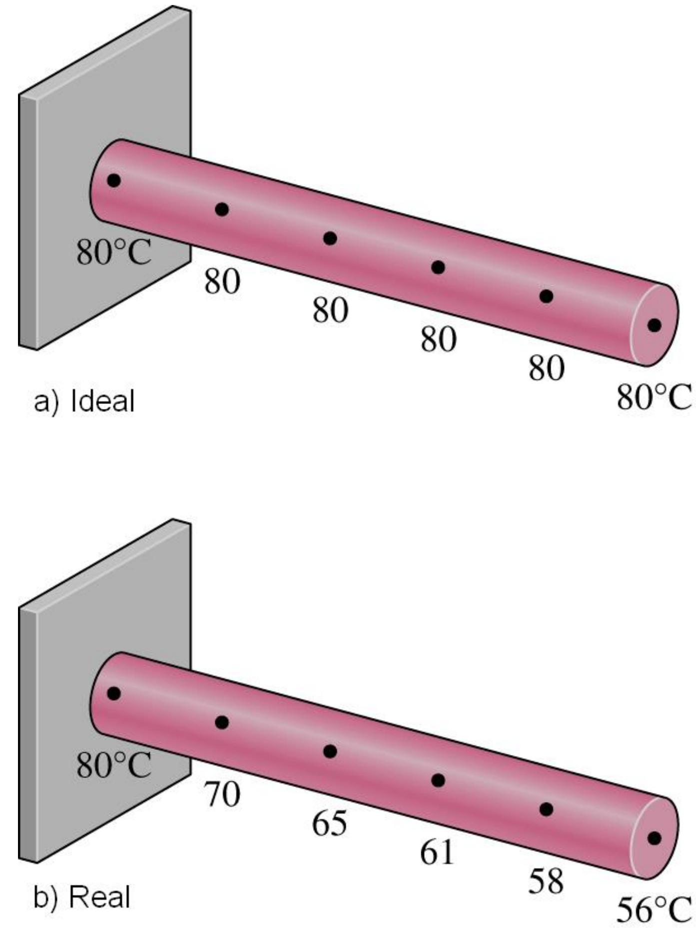
Variação de temperatura ao longo de uma alheta longa de secção circular constante.



$(p = \pi D,\ A_c = \pi D^2/4$ para alhetas cilíndricas$)$

3.6.3. Eficiência da alheta

Transferência de calor real e ideal em uma alheta.



3.6.3. Eficiência da alheta

$$\text{Eficiência da alheta} = \frac{\text{Calor realmente transferido pela alheta}}{\text{Calor que seria transferido se toda alheta estivesse à temperatura da base}} = \eta_a$$

Para o caso da alheta com extremidade isolada pode-se escrever:

$$\eta_a = \frac{\sqrt{hPkA}\,\theta_b \tanh mL}{hPL\theta_b} = \frac{\tanh mL}{mL} \qquad (3.84)$$

Se as alhetas forem suficientemente delgadas para o fluxo de calor ser considerado unidimensional pode-se escrever:

$$mL = \sqrt{\frac{hP}{kA}}L = \sqrt{\frac{h(2z+2t)}{kzt}}L \qquad (3.85)$$

Onde: **z** – é a profundidade da alheta e **t** - a sua espessura

3.6.3. Eficiência da alheta

Partindo do principio que a alheta é suficientemente delgada 2z>>2t, escreve-se:

$$mL = \sqrt{\frac{2hz}{ktz}}L = \sqrt{\frac{2h}{kt}}L \qquad (3.86)$$

Multiplicando o numerador e denominador por $L^{(1/2)}$ obtém-se:

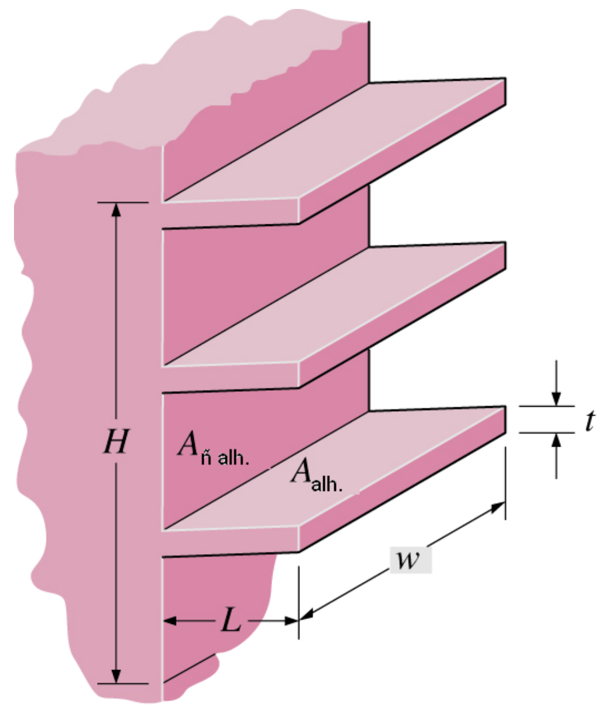
$$mL = \sqrt{\frac{2h}{kLt}}L^{3/2}$$

***Lt** é a área do perfil da alheta que define-se como $\boldsymbol{A_m} = \boldsymbol{Lt}$, assim:*

$$mL = \sqrt{\frac{2h}{kA_m}}L^{3/2} \qquad (3.87)$$

3.6.3. Eficiência da alheta

Para uma situação em que se tem um arranjo de várias alhetas, tem de se tomar em conta as áreas, com e sem alhetas, para se fazer o cálculo da eficiência do arranjo.



$$A_{s\ \text{alheta}} = w \times H$$
$$A_{\tilde{n}\ \text{alhetada}} = w \times H - 3 \times (t \times w)$$
$$A_{\text{alheta}} = 2 \times L \times w + t \times w \ \text{(uma alheta)}$$
$$\approx 2 \times L \times w$$

3.6.3. Eficiência da alheta

$$\eta_t = \frac{\dot{Q}_t}{\dot{Q}_{max}} = \frac{\dot{Q}_t}{hA_t\theta_b} \qquad (3.88)$$

Sendo:

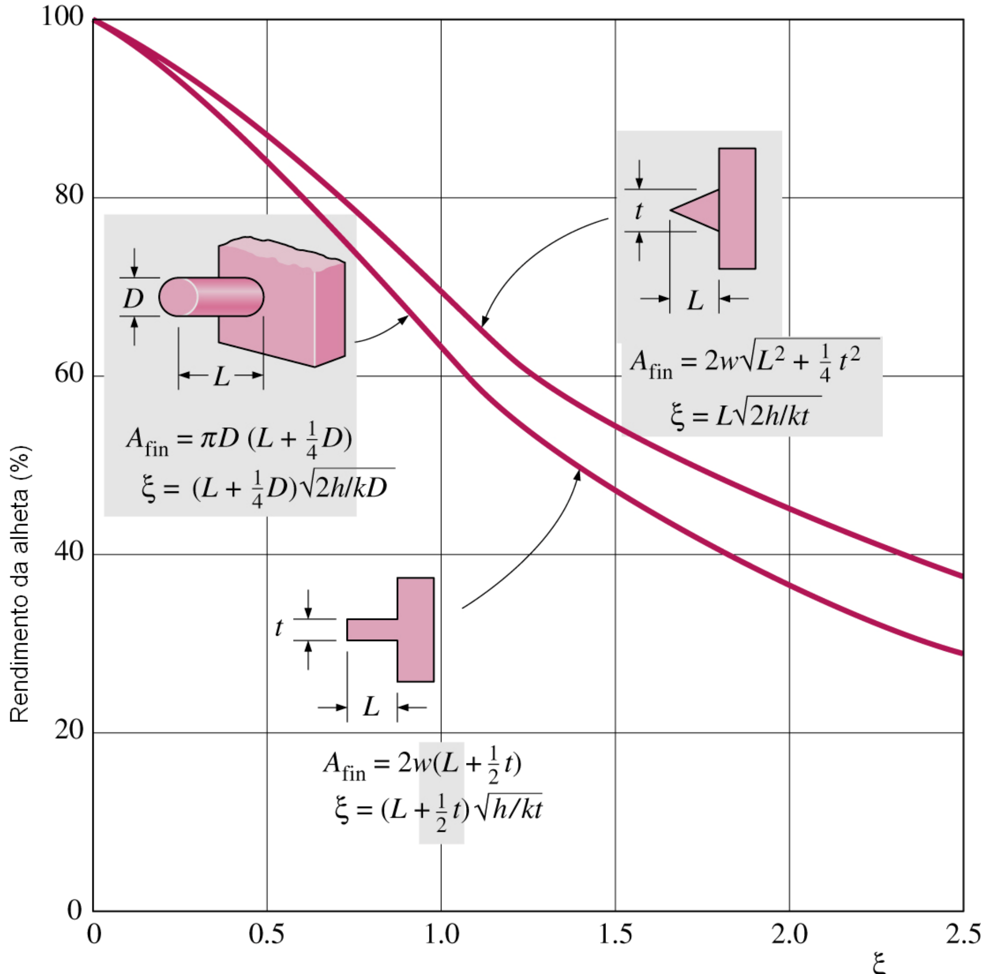
$$A_t = NA_a + A_b \qquad (3.89)$$

Ou por outra:

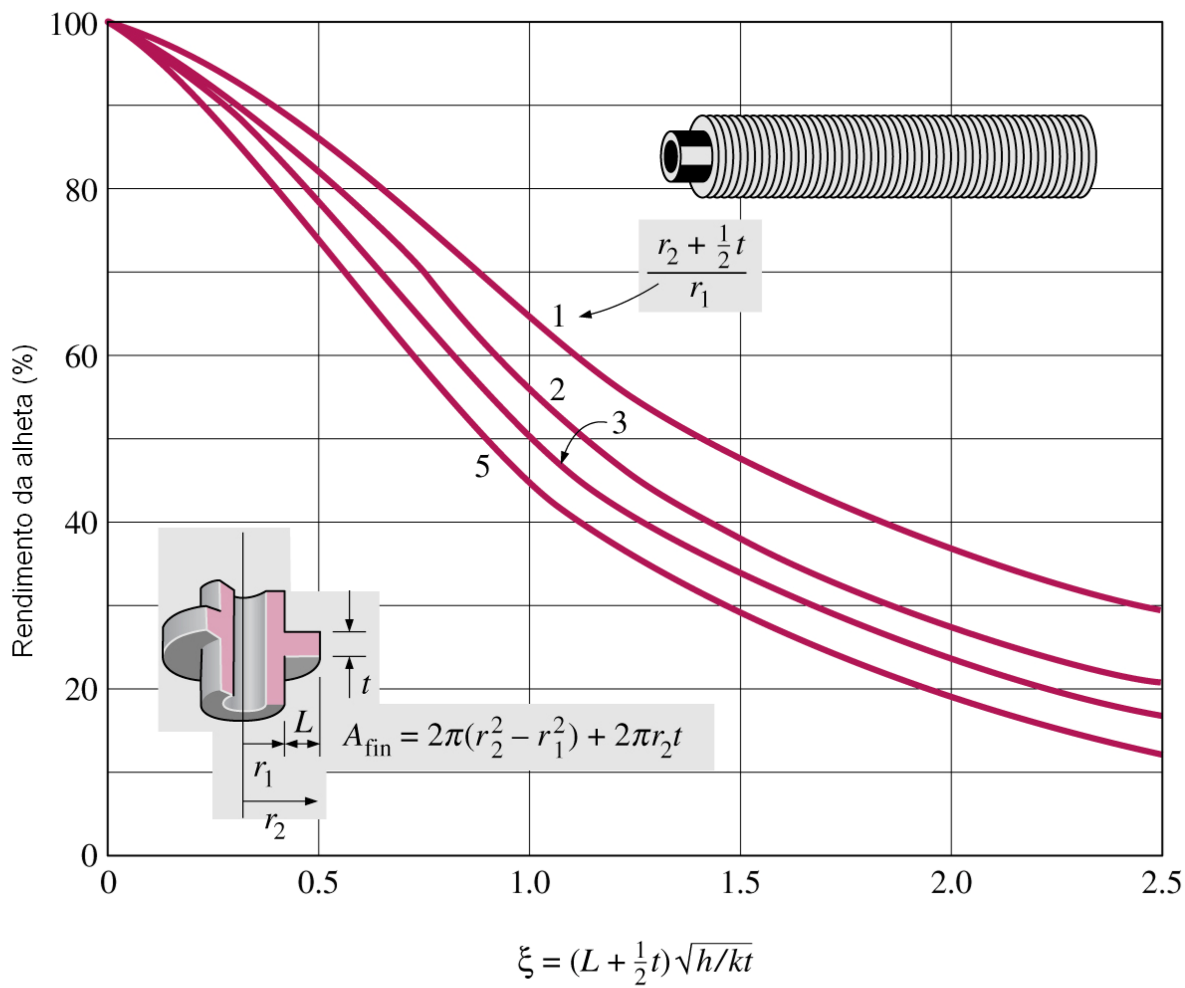
$$\eta_t = 1 - \frac{NA_a}{A_t}(1-\eta_a) \qquad (3.90)$$

Onde:
N - é o número de alhetas
$A_a = A_f$ - *área da alheta*
A_b – *área da superfície primária*

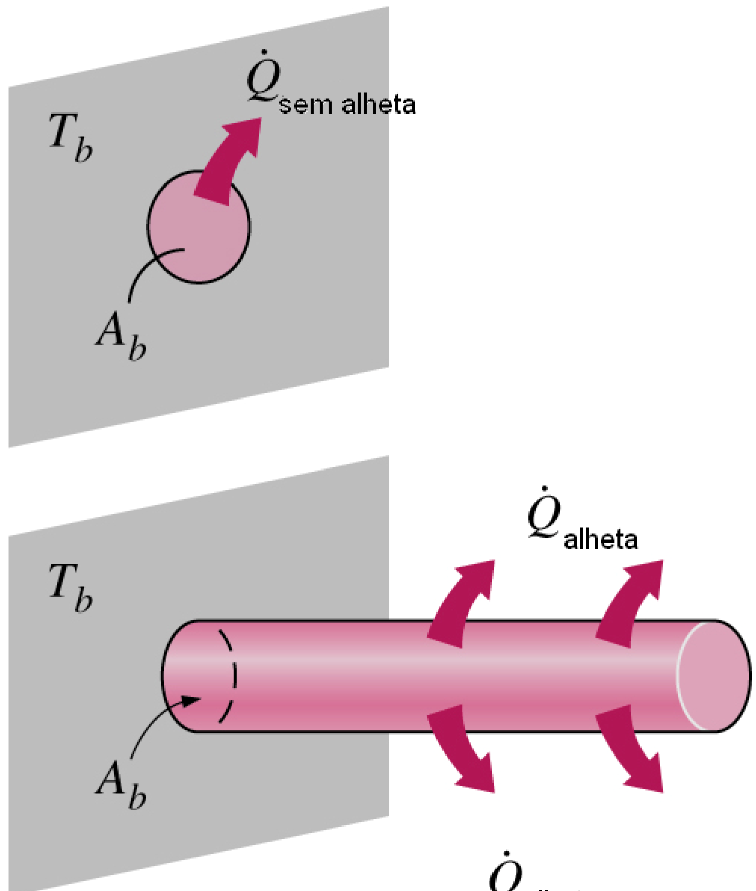
3.6.3. Eficiência da alheta



3.6.3. Eficiência da alheta



3.6.4. Desempenho da alheta



$$\varepsilon_{\text{fin}} = \frac{\dot{Q}_{\text{alheta}}}{\dot{Q}_{\text{sem alheta}}}$$

3.6.4. Desempenho da alheta

Em alguns casos um método válido para avaliar o desempenho de uma alheta é comparar o calor transferido com a alheta com aquele que seria transferido sem a alheta. A razão entre as quantidades é:

$$\frac{\dot{Q}_{\text{com alheta}}}{\dot{Q}_{\text{sem alheta}}} = \frac{\eta_a A_a h \theta_b}{h A_b \theta_b} = \frac{A_a}{A_b}\eta_a \qquad (3.91)$$

Onde A_a é a área superficial total da alheta A_b a área da base da alheta. Para a alheta de extremidade isolada pode-se escrever:

$$A_a = pL \quad e \quad A_b = A \qquad (3.92)$$

$$\frac{Q_{\text{com alheta}}}{Q_{\text{sem alheta}}} = \frac{\tanh mL}{\sqrt{hA/kP}} \qquad (3.93)$$

3.6.4. Desempenho da alheta

A taxa de transferência de calor para uma alheta suficientemente longa consegue-se substituindo na fórmula anterior a de transferência de calor para essa situação dada pela Equação 3.82

$$\varepsilon_{\text{alheta longa}} = \frac{\dot{Q}_{\text{com alheta}}}{\dot{Q}_{\text{sem alheta}}} = \frac{\sqrt{A_a hpk}\,\theta_b}{hA_b\theta_b} = \sqrt{\frac{kp}{hA_b}} \qquad (3.94)$$

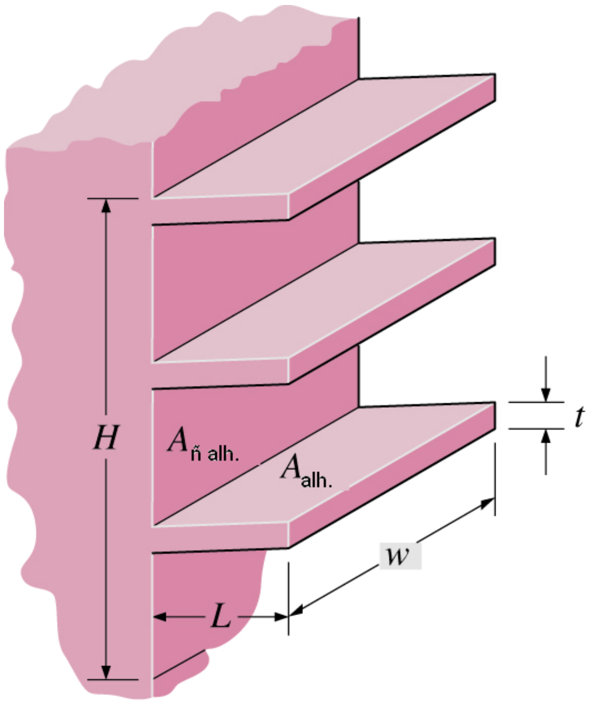
Para determinar a taxa de transferência de calor de uma região alhetada tem de se ter em consideração a parte da superfície que não está alhetada bem como a área das alhetas.

$$\begin{aligned} Q_{a,tot} &= \dot{Q}_{\text{ñ alh}} + \dot{Q}_{\text{alh}} = hA_{\text{ñ alh}}\theta_b + \eta_{alh} hA_{\text{alh}}\theta_b \\ &= h\left(A_{\text{ñ alh}} + \eta_{alh} A_{\text{alh}}\right)\theta_b \end{aligned} \qquad (3.95)$$

3.6.4. Desempenho da alheta

A eficácia global para uma região alhetada é dada pela seguinte equação:

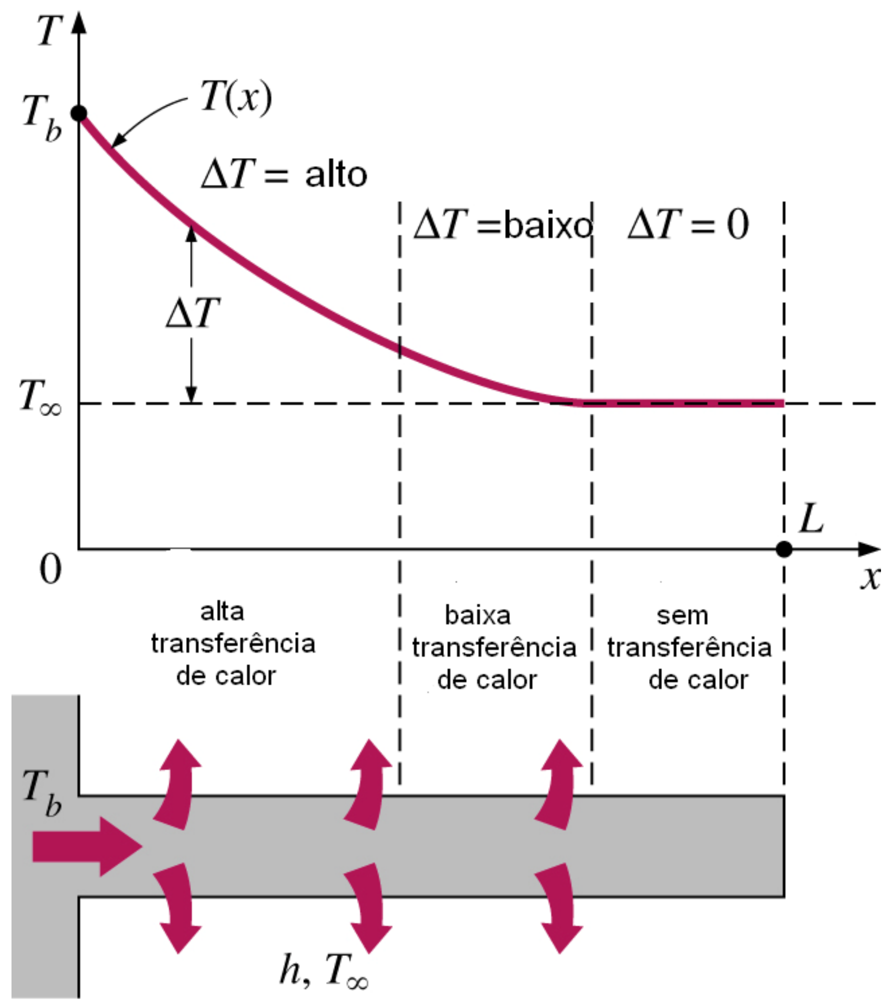
$$\varepsilon_{\text{alheta,total}} = \frac{\dot{Q}_{\text{total alheta}}}{\dot{Q}_{\text{total sem alheta}}} = \frac{h\left(A_{\text{ñ alh}} + \eta_{\text{alh}} A_{\text{alh}}\right)\theta_b}{h A_{\text{sem alheta}} \theta_b} \qquad (3.95)$$



$$A_{\text{s alheta}} = w \times H$$
$$A_{\text{ñ alhetada}} = w \times H - 3 \times (t \times w)$$
$$A_{\text{alheta}} = 2 \times L \times w + t \times w \ \text{(uma alheta)}$$
$$\approx 2 \times L \times w$$

3.6.5 Comprimento adequado da alheta

Devido à perda gradual de temperatura ao longo da alheta, a região perto do extremo da alheta contribui em pouco ou em nada para a transferência de calor.



3.6.5 Comprimento adequado da alheta

Para se ter a sensibilidade do comprimento adequado de uma alheta, compara-se o calor transferido pela alheta de comprimento finito com o de uma de comprimento infinito às mesmas condições, que é dado pela expressão seguinte:

$$\varepsilon_{\text{alheta longa}} = \frac{\dot{Q}_{\text{com alheta}}}{\dot{Q}_{\text{sem alheta}}} = \frac{\sqrt{hpkA_a}\,\theta_b \tanh mL}{\sqrt{hpkA_a}\,\theta_b} = \tanh mL \qquad (3.97)$$

Exemplo 7.1

Se o valor do coeficiente de convecção for grande a alheta pode originar uma redução na transferência de calor porque a resistência à condução representa então um impedimento maior ao fluxo de calor que a resistência à convecção. Considere-se uma alheta de aço inoxidável em forma de pino com k = 16 W/m·ºC, L=10 cm, d = 1 cm exposta a uma situação de transferência de calor por convecção, de água em ebulição onde h = 5000 W/m² ºC

Solução

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}_{\text{com alheta}}}{\dot{Q}_{\text{sem alheta}}} = \frac{\tanh mL}{\sqrt{hA/kP}} = \frac{\tanh\left\{\left[\dfrac{5000\pi\left(1\times10^{-2}\right)(4)}{16\pi\left(1\times10^{-2}\right)^2}\right]^{1/2}\left(10\times10^{-2}\right)\right\}}{\left[\dfrac{5000\pi\left(1\times10^{-2}\right)^2}{(4)(16)\pi\left(1\times10^{-2}\right)}\right]^{1/2}} = 1{,}13$$

Um pino relativamente grande aumenta a área de transferência de calor em 13% somente.

3.7 Transferência de Calor em Configurações Usuais

Até agora, foi considerada a transferência de calor em geometrias simples, como grandes paredes planas, cilindros longos e esferas. Isso ocorreu porque a transferência de calor em geometrias pode ser aproximada a unidimensional e soluções analíticas simples podem ser facilmente obtidas. Mas muitos problemas na prática, são de duas ou três dimensões e envolvem geometrias bastante complicadas para as quais não há soluções simples disponíveis.

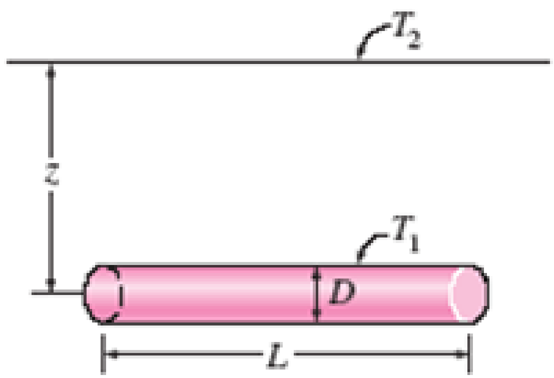
3.7 Transferência de Calor em Configurações Usuais

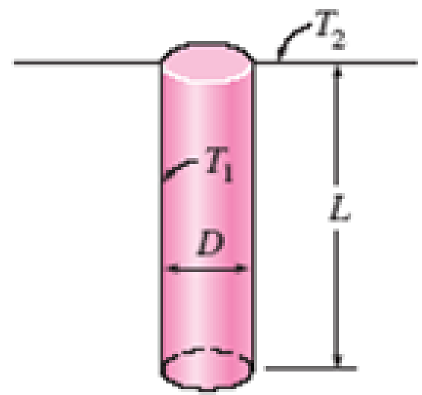
Uma importante classe de problemas de transferência de calor para os quais soluções simples são obtidas, engloba aquelas que envolvem duas superfícies mantidas a temperaturas constantes T_1 e T_2. A taxa constante de transferência de calor entre as duas superfícies é expresso como:

$$Q = Sk\left(T_1 - T_2\right) \qquad (W) \tag{3.96}$$

Onde: ***S*** *é o factor de forma de condução, que tem a dimensão de comprimento, e* ***k*** *é a condutividade térmica do meio entre as superfícies. O factor de forma de condução depende somente da geometria do sistema.*

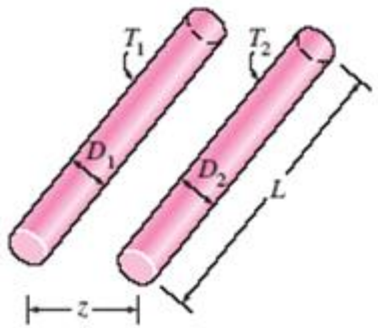
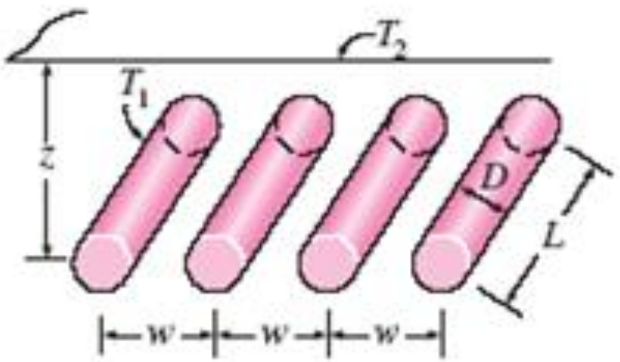
3.7.1 Factor de Forma de Condução

<table>
<tr>
<td>(1) Cilindro isotérmico de comprimento L, enterrado em um meio semi-infinito (L>> D e z> 1.5D)</td>
<td>(2) Cilindro vertical isotérmico, de comprimento L, enterrado em um meio semi-infinito (L>> D)</td>
</tr>
<tr>
<td>


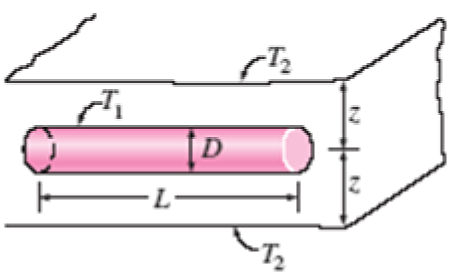
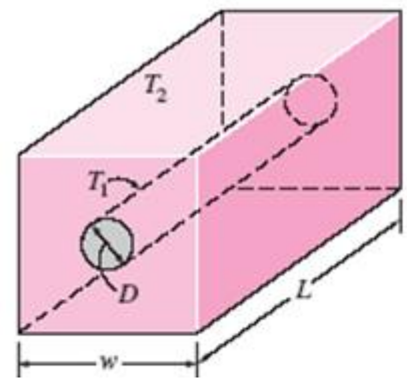
$$S = \frac{2\pi L}{\ln\left(4z/D\right)}$$
</td>
<td>


$$S = \frac{2\pi L}{\ln\left(4L/D\right)}$$
</td>
</tr>
</table>

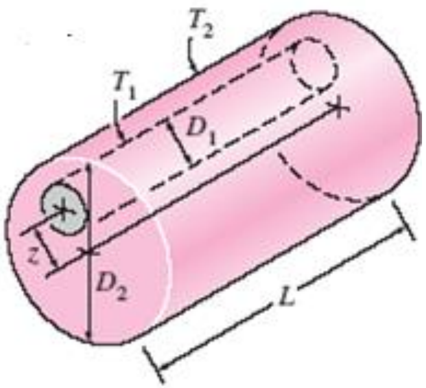
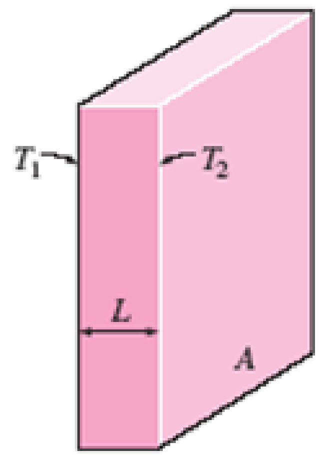
3.7.1 Factor de Forma de Condução

(3) Dois cilindros isotérmicos paralelos colocados num meio infinito (L>> D_1, D_2, z)	(4) Fila de cilindros isotérmicos paralelos equidistantes enterrados num meio semi-infinito (L>> D, Z e W> 1.5D) (por cilindro)
 $$S=\frac{2\pi L}{\cosh^{-1}\left(\frac{4z^2-D_1^2-D_2^2}{2D_1D_2}\right)}$$	 $$S=\frac{2\pi L}{\ln\left(\frac{2w}{\pi D}\sinh\frac{2\pi z}{w}\right)}$$

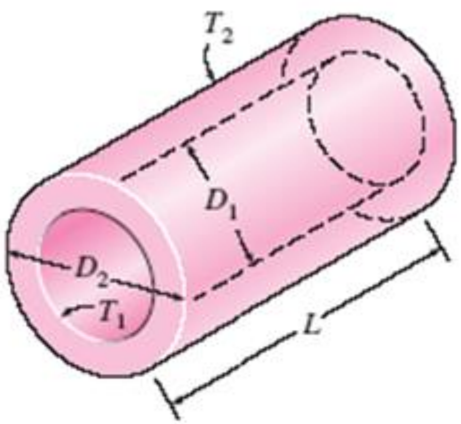
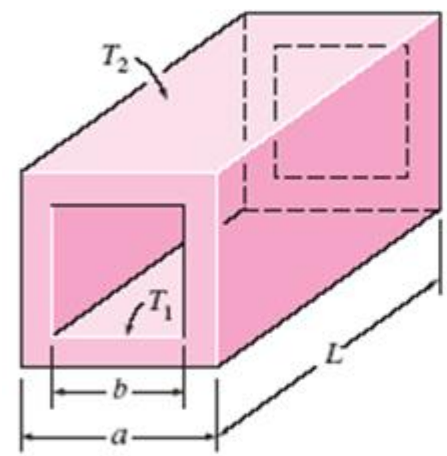
3.7.1 Factor de Forma de Condução

(5) Cilindro isotérmico de comprimento L num plano intermédio de uma parede infinita (z> 0,5D)	(6) Cilindro isotérmico de comprimento L no centro de uma barra quadrada sólida do mesmo comprimento
 $S = \dfrac{2\pi L}{\ln\left(8z/\pi D\right)}$	 $S = \dfrac{2\pi L}{\ln\left(1{,}08\, w/D\right)}$

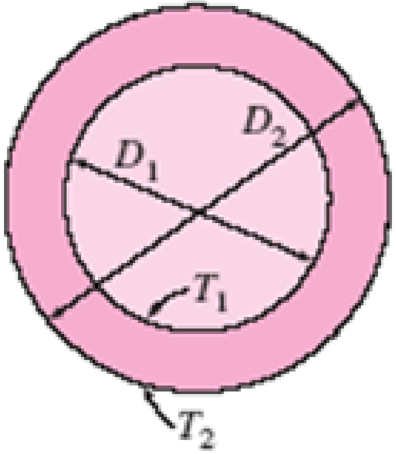
3.7.1 Factor de Forma de Condução

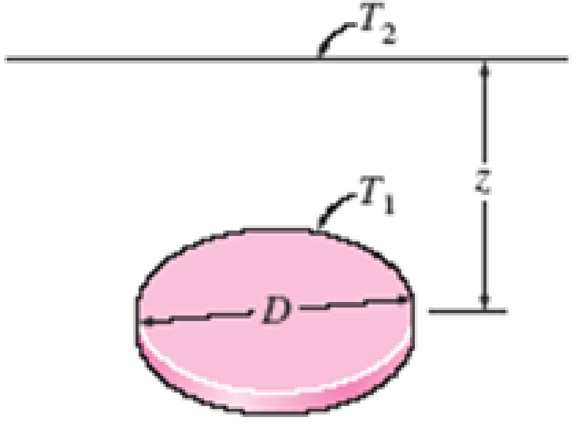
(7) Cilindro excêntrico isotérmico de comprimento L em um cilindro do mesmo comprimento (L> D_2)	(8) Grande parede plana
 $$S = \frac{2\pi L}{\cosh^{-1}\left(\frac{D_1^2 - D_2^2 - 4z^2}{2D_1D_2}\right)}$$	 $$S = \frac{A}{L}$$

3.7.1 Factor de Forma de Condução

(9) Camada cilíndrica	(10) Passagem de fluxo quadrada
 $S = \dfrac{2\pi L}{\ln\left(D_2/D_1\right)}$	$para \;\; a/b > 1,4$ $S = \dfrac{2\pi L}{0,93\ln\left(0,948\, a/b\right)}$ $para \;\; a/b < 1,41$ $S = \dfrac{2\pi L}{0,785\ln\left(a/b\right)}$ 

3.7.1 Factor de Forma de Condução

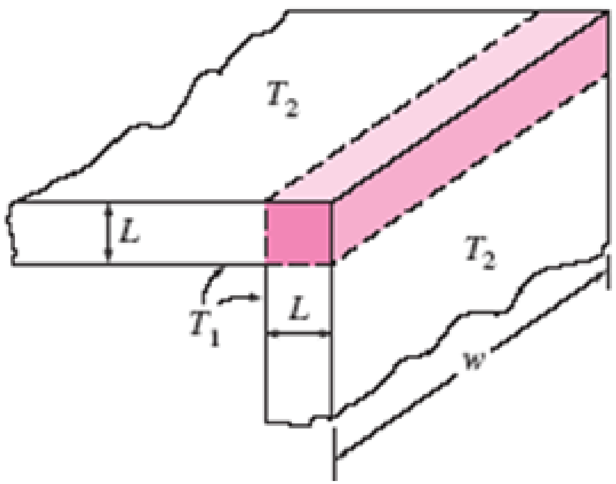
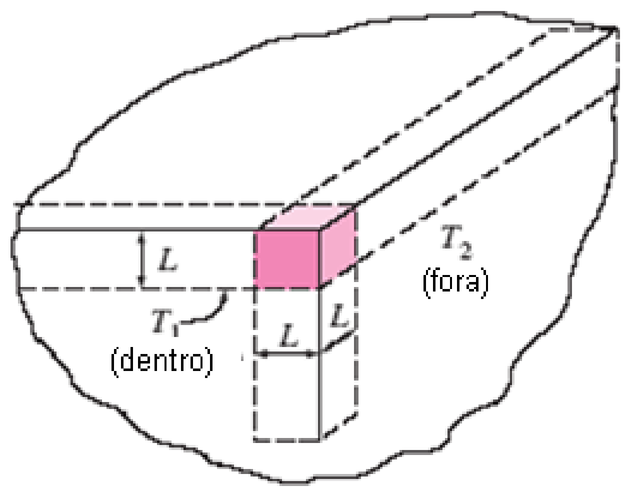
<table>
<tr><td>(11) Camada esférica</td><td>(12) Disco enterrado num meio infinito paralelamente a superfície (z>>D)</td></tr>
<tr><td>

$$S = \frac{2\pi D_1 D_2}{D_2 - D_1}$$</td><td>

$$S = 4D$$

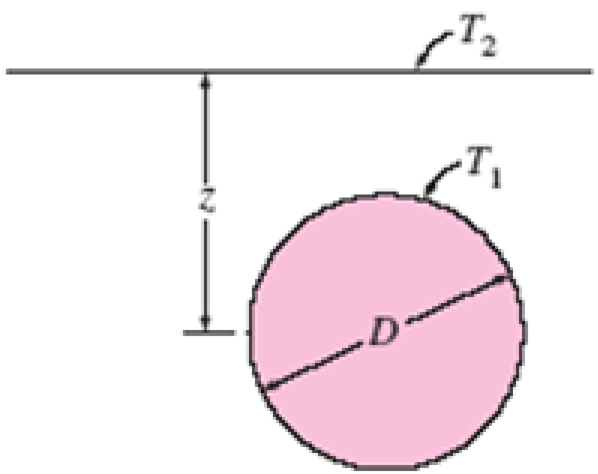
$$\left(S = 2D \text{ quando } z = D\right)$$</td></tr>
</table>

3.7.1 Factor de Forma de Condução

(13) Canto entre duas paredes adjacentes de espessura igual	(14) Canto entre três paredes adjacentes de espessura igual
 $S = 0,54w$	 $S = 0,15L$

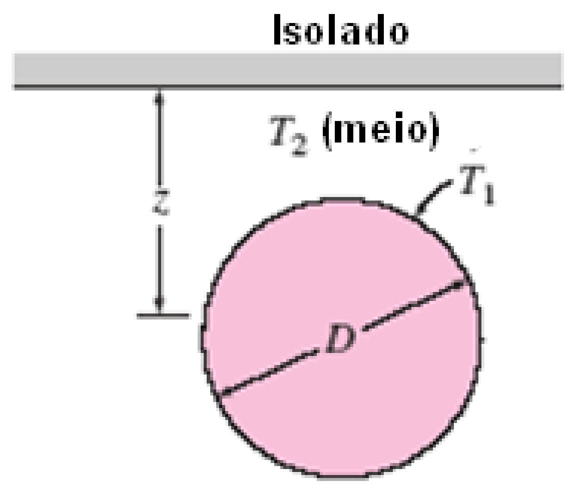
3.7.1 Factor de Forma de Condução

<table>
<tr>
<td>(15) Esfera isotérmica enterrada num meio semi-infinito</td>
<td>(16) Esfera isotérmica enterrada em um meio semi-infinito a T_2 cuja superfície encontra-se isolada</td>
</tr>
<tr>
<td>



$$S = \frac{2\pi D}{1 - 0,25D/z}$$

</td>
<td>



$$S = \frac{2\pi D}{1 + 0,25D/z}$$

</td>
</tr>
</table>

Exemplo 7.2

Um tanque cilíndrico 0,6 m de diâmetro e 1,9 m de comprimento, contendo gás natural liquefeito (GNL) a -160 ° C é colocado no centro de uma barra quadrada sólida de 1,9 m de comprimento, 1,4 m x 1,4 m de secção, feita de um material isolante com k = 0,0006 W/m °C. Se a temperatura da superfície externa da barra for de 20 °C, determinar a taxa de transferência de calor para o tanque. Determinar também a temperatura de GNL após um mês. Considere a massa específica e o calor específico do GNL , 425 kg/m^3 e 3,475 kJ / kg° C, respectivamente.

Exemplo 7.2 (Solução I)

Um tanque cilíndrico contendo gás natural liquefeito (GNL) é colocado no centro de uma barra quadrada sólida. Devem ser determinadas a taxa de transferência de calor para o tanque e a temperatura do GNL ao fim de um mês.

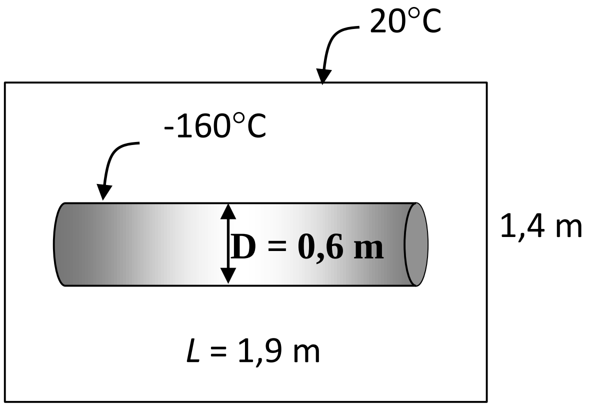
***Pressupostos:* 1** *O regime é permanente.* **2** *A transferência de calor é bidimensional (sem alteração no sentido axial).* **3** *A condutividade térmica da barra é constante.* **4** *A superfície do tanque está a mesma temperatura que o gás natural liquefeito.*

Propriedades: *A condutividade térmica da barra é dada $k = 0{,}0006$ W /m·°C. A massa específica e o calor específico do GNL são 425 kg/m^3 e 3,475 kJ/kg·°C, respectivamente,*

Exemplo 7.2 (Solução II)

Análise: *O factor de forma para esta configuração é dado na Figura (6)*

$$S = \frac{2\pi L}{\ln\left(\dfrac{1,08w}{D}\right)} = \frac{2\pi\,(1,9\text{ m})}{\ln\left(1,08\dfrac{1,4\text{ m}}{0,6\text{ m}}\right)} = 12,92\text{ m}$$



O calor transferido determina-se de:

$$\dot{Q} = Sk(T_1 - T_2) = (12,92\text{ m})(0,0006\text{ W/m}\cdot°\text{C})\left[20-(-160)\right]°\text{C} = \mathbf{1,395\ W}$$

Exemplo 7.2 (Solução III)

A massa de GNL é dada por:

$$m = \rho V = \rho\pi \frac{D^3}{6} = (425\ \text{kg/m}^3)\pi \frac{(0,6\ \text{m})^3}{6} = 48,07\ \text{kg}$$

O calor transferido pelo tanque no período de um mês:

$$Q = \dot{Q}\Delta t = (1,395\ \text{W})(30 \times 24 \times 3600\ \text{s}) = 3615840\ \text{J}$$

A temperatura do gás natural ao fim de um mês calcula-se de:

$$Q = mC_p(T_1 - T_2)$$

$$3615840\ \text{J} = (48,07\ \text{kg})(3475\ \text{J/kg.°C})\left[(-160) - T_2\right]\text{°C}$$

$$T_2 = \mathbf{-138,4°C}$$