



---

# Transmissão de calor

---

3<sup>o</sup> ano

---

# Aula 14 ▫ 7. Escoamento Externo

Tópicos:

- Arrasto e Transmissão de Calor em Fluxos Externos
- Fluxos paralelos sobre Placas Planas
- Escoamentos Transversais Sobre cilindros e esferas
- Escoamentos Transversais Sobre Bancos de Tubos

## 7.1 Arrasto e Transmissão de Calor em Fluxos Externos

No capítulo anterior considerou-se os aspectos gerais e teóricos da convecção forçada, com ênfase na formulação diferencial e em soluções analíticas. Neste capítulo vai-se considerar os aspectos práticos da convecção forçada sobre superfícies planas ou curvas sujeitadas a um fluxo externo, caracterizado por camadas limite delimitadas por uma região livre do fluxo, que não envolva nenhum gradiente de velocidade e de temperatura.

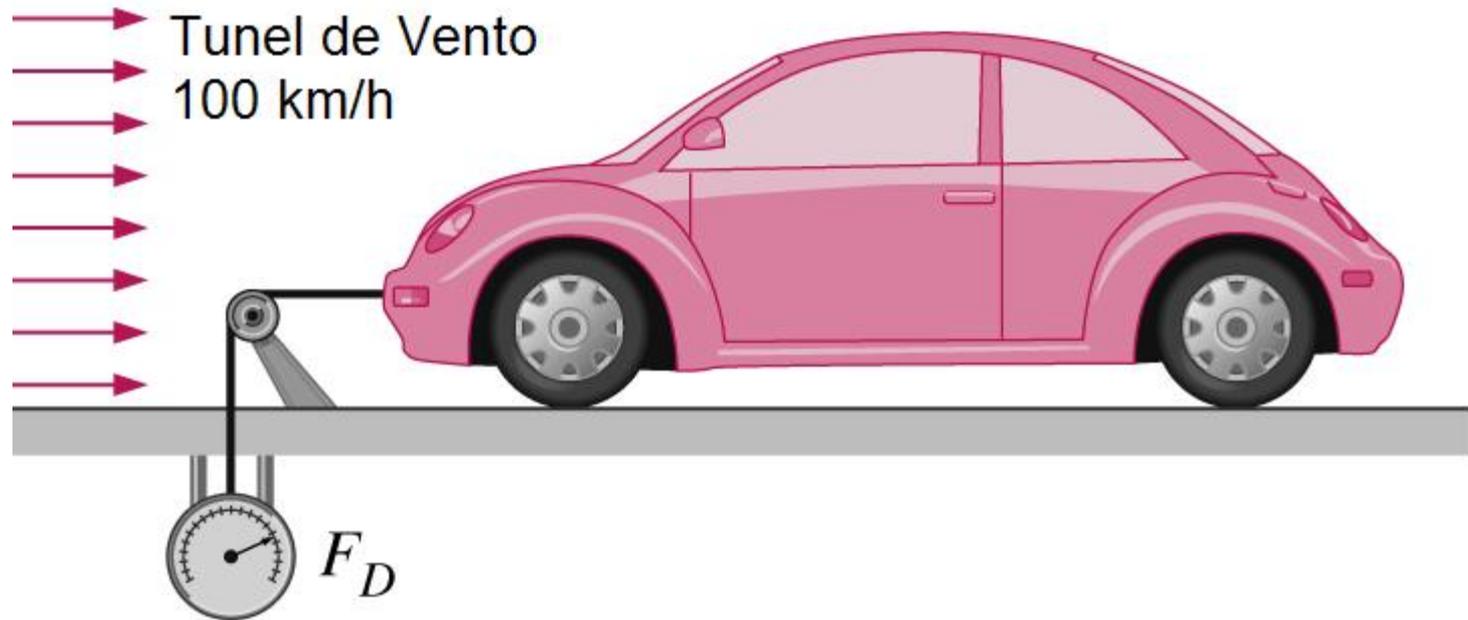
# 7.1 Arrasto e Transmissão de Calor em Fluxos Externos

O fluxo de fluidos sobre superfícies contínuas ocorre frequentemente na prática e é responsável por numerosos fenómenos físicos, tais como a força de arrasto que age nos automóveis, nas linhas de transmissão de energia, nas árvores e nas condutas subaquáticas; a elevação feita pelas asas do avião e as partículas de poeira elevadas por ventos; o arrefecimento de lâminas de metal ou do plástico, de tubulações de vapor e de água quente. Consequentemente, é de extrema importância uma boa compreensão do fluxo externo e da convecção forçada externa para o projecto mecânico e térmico de muitos sistemas de engenharia.

## 7.1 Arrasto e Transmissão de Calor em Fluxos Externos

A sensação que se experimenta quando se estende o braço fora da janela de um automóvel em movimento é de uma força a mover o braço no sentido contrário ao movimento do automóvel. A força que um fluido em movimento exerce sobre um corpo, no sentido do fluxo, é chamada **força de arrasto**.

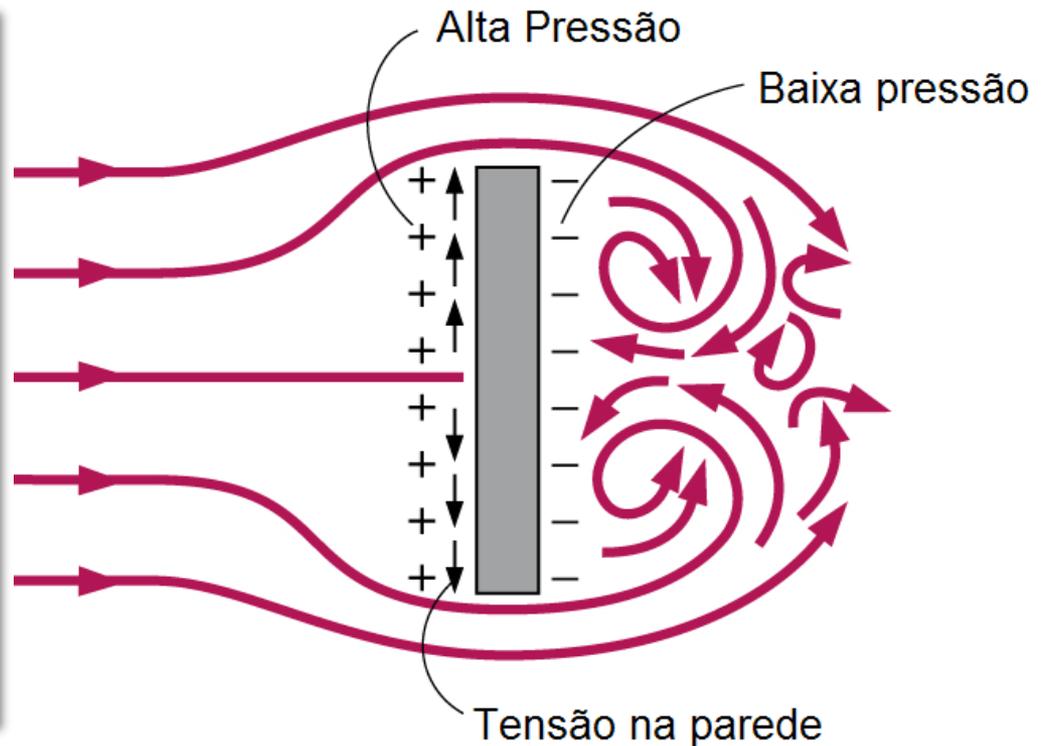
## 7.1 Arrasto e Transmissão de Calor em Fluxos Externos



Esquema da medição, num túnel de vento, da força de arrasto que age num automóvel.

# 7.1 Arrasto e Transmissão de Calor em Fluxos Externos

A força de arrasto que age numa placa plana, colocada normalmente ao fluxo, depende somente da pressão e é independente da tensão de cisalhamento da parede, que age normalmente ao fluxo.



## 7.1 Arrasto e Transmissão de Calor em Fluxos Externos

A força de arrasto  $F_D$  depende da densidade do fluído  $\rho$ , da velocidade do escoamento  $V$ , do tamanho, forma, e orientação do corpo, entre outros aspectos. As características do arrasto de um corpo são representadas pelo coeficiente de arrasto adimensional  $C_D$ . A força que um fluído em movimento exerce sobre um corpo no sentido do fluxo é chamada arrasto.

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho V^2 A} \quad (7.1)$$

onde  $A$  é a área frontal (a área projectada em uma normal ao plano no sentido do fluxo) dos corpos que tendem a obstruir o fluxo.

## 7.1 Arrasto e Transmissão de Calor em Fluxos Externos

A força de arrasto é a força total exercida por um fluido em um corpo no sentido do fluxo, devido aos efeitos combinados das forças de corte e de pressão sobre a parede. A parte do arrasto que é devida directamente a tensão de corte  $\tau_w$  da parede é chamada **arrasto da fricção** por ser causado por efeitos de fricção, e a parte que é devida directamente à pressão  $\mathbf{P}$  é chamada **arrasto de pressão**. Quando os coeficientes de arrasto de fricção e de pressão são conhecidos, o coeficiente de arrasto total é simplesmente determinado adicionando-os,

$$C_D = C_{D,fricção} + C_{D,pressão} \quad (7.2)$$

## 7.1 Arrasto e Transmissão de Calor em Fluxos Externos

Para um fluxo de um fluido "ideal", com viscosidade zero, passando por um corpo, tanto o arrasto da fricção como o da pressão são zero, independentemente da forma do corpo.

$$F_D = 0 \text{ se } \mu = 0$$



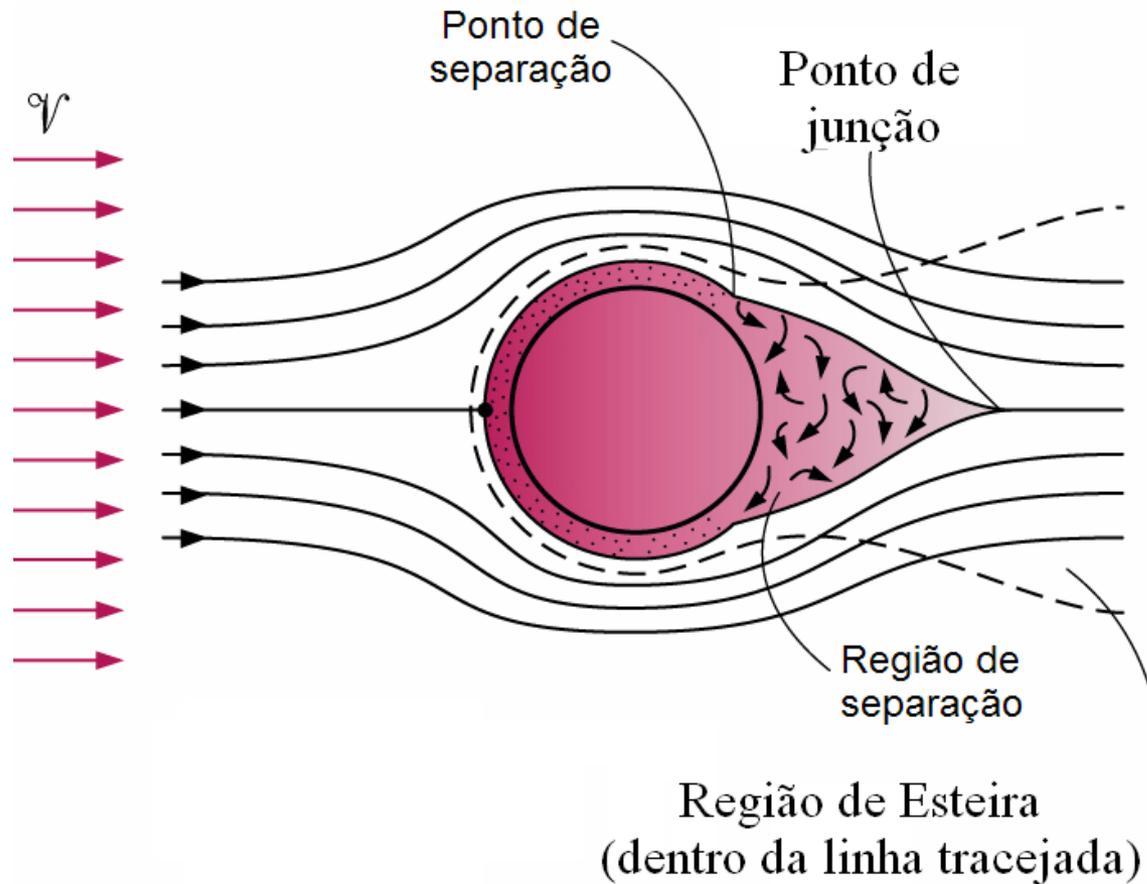
## 7.1 Arrasto e Transmissão de Calor em Fluxos Externos

Para o fluxo paralelo sobre uma placa plana, o coeficiente de arrasto é igual ao coeficiente de arrasto de fricção, ou simplesmente ao coeficiente de fricção. Isto é,

$$C_D = C_{D,fricção} = C_f \quad (7.3)$$

Uma vez que o coeficiente médio de fricção  $C_f$  seja conhecido, a força de arrasto (ou a fricção) sobre a superfície pode ser determinada da Equação 7.1. Neste caso  $A$  é a área de superfície da placa exposta ao fluxo do fluido. Quando ambos os lados de uma placa fina estão expostos ao fluxo,  $A$  transforma-se na área total das superfícies superior e inferior. É de notar que o coeficiente de fricção, no geral, varia com a posição ao longo da superfície.

# 7.1 Arrasto e Transmissão de Calor em Fluxos Externos



## 7.1 Arrasto e Transmissão de Calor em Fluxos Externos

Os fenómenos que afectam a força de arrasto, também afectam a transferência de calor, e este efeito faz-se sentir no número de Nusselt. Adimensionalizando as equações da camada limite, mostrou-se que os números médio e local de Nusselt têm a seguinte forma funcional:

$$Nu_x = f_1(x^*, Re_x, Pr) \quad \text{e} \quad Nu = f_2(Re_L, Pr) \quad (7.4)$$

## 7.1 Arrasto e Transmissão de Calor em Fluxos Externos

Dados experimentais de transferência de calor são representados frequentemente e convenientemente, com precisão razoável, por uma relação simples exponencial da forma:

$$Nu = C Re_L^m Pr^n \quad (7.5)$$

onde **m** e **n** são expoentes constantes, e a constante **C** depende da geometria e do fluxo.

## 7.1 Arrasto e Transmissão de Calor em Fluxos Externos

A temperatura do fluido na camada limite térmica varia de  $T_s$ , aproximadamente na superfície, à  $T_\infty$  na parte exterior da camada limite. As propriedades do fluido variam também com a temperatura, bem como com a posição na camada limite. A fim de tomar em conta a variação das propriedades com a temperatura, as propriedades do fluido são geralmente avaliadas à temperatura da película, definida como:

$$T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2} \quad (7.6)$$

que é a média aritmética entre as temperaturas da superfície e do escoamento livre.

## 7.1 Arrasto e Transmissão de Calor em Fluxos Externos

Quando as relações para a determinação dos coeficientes locais de fricção e de convecção são conhecidas, os coeficientes médios de fricção e de convecção para toda a superfície podem ser determinados pela integração de:

$$C_D = \frac{1}{L} \int_0^L C_{D,x} dx \quad (7.7)$$

e

$$h = \frac{1}{L} \int_0^L h_x dx \quad (7.8)$$

## 7.1 Arrasto e Transmissão de Calor em Fluxos Externos

Quando os coeficientes médios de arrasto e de convecção são conhecidos, a força de arrasto pode ser determinada pela Equação 7.1 e a taxa de transferência de calor de uma superfície isotérmica pode ser determinada de:

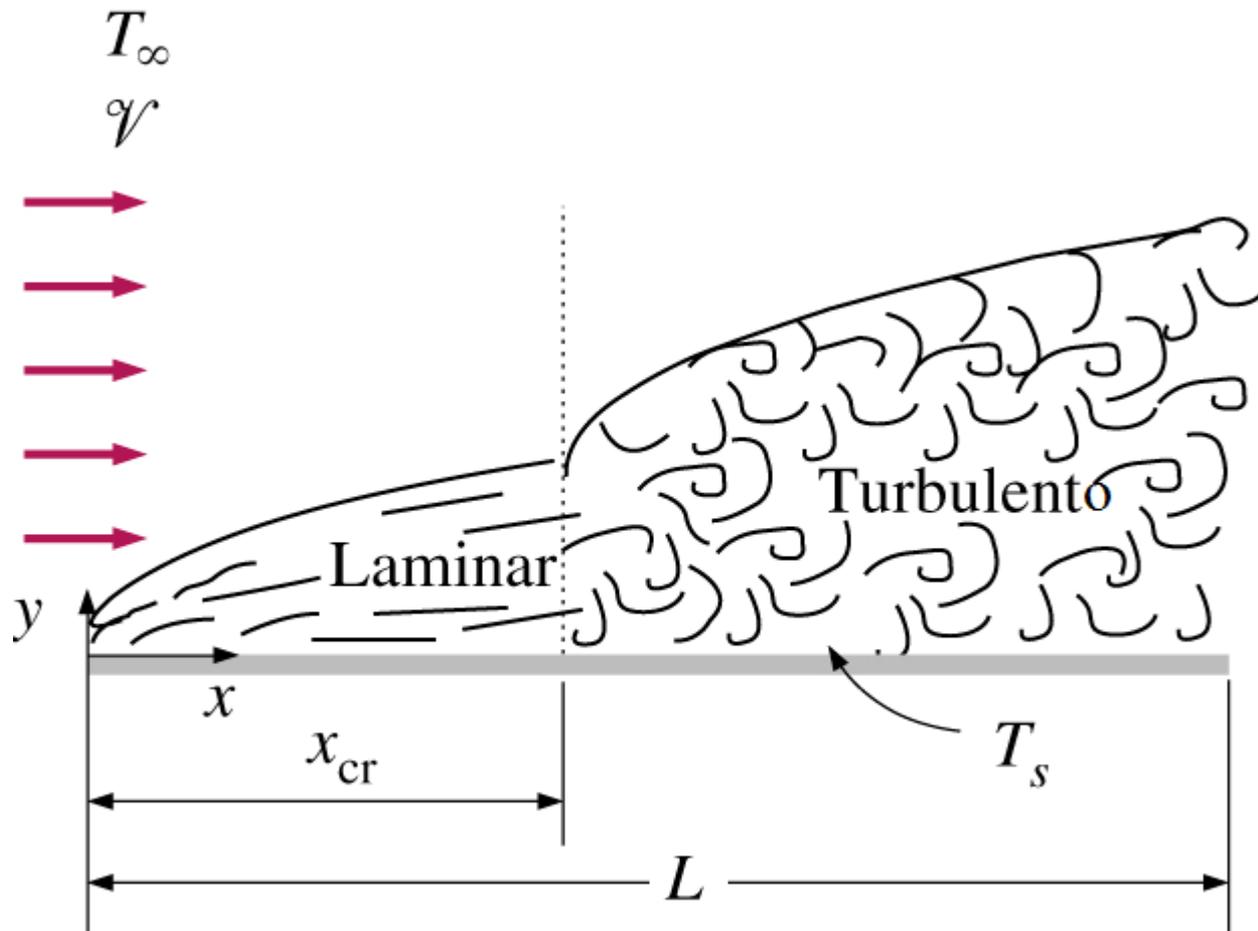
$$\dot{Q} = hA_s (T_s - T_\infty) \quad (7.9)$$

*onde  $A_s$  é a área da superfície*

## 7.2 Fluxos paralelos sobre Placas Planas

Considere-se o fluxo paralelo de um fluido sobre uma placa plana de comprimento  $L$  medido no sentido do fluxo. A coordenada  $x$  é medida ao longo da superfície da placa, desde a borda de ataque, no sentido do fluxo. O fluido aproxima-se da placa no sentido  $x$  com velocidade uniforme  $V_\infty$  e temperatura  $T_\infty$ . O fluxo na camada limite fluidodinâmica começa como laminar, mas se a placa for suficientemente longa, este tornar-se-á turbulento a uma distância  $x_{cr}$  da borda de ataque, onde o número de Reynolds alcança seu valor crítico para a transição.

## 7.2 Fluxos paralelos sobre Placas Planas



## 7.2 Fluxos paralelos sobre Placas Planas

A transição do fluxo laminar a turbulento depende da geometria, da rugosidade, da temperatura da superfície, da velocidade do fluxo, do tipo de fluido e de outros factores e é bem caracterizada pelo número de Reynolds. O número de Reynolds a uma distância  $x$  da borda de ataque de uma placa plana é expresso por:

$$\text{Re}_x = \frac{\rho V x}{\mu} = \frac{V x}{\nu} \quad (7.10)$$

É de notar que o valor do número de Reynolds varia para uma placa plana ao longo do fluxo, alcançando  $\text{Re}_L = \mathbf{VL}/\mathbf{\nu}$  na extremidade da placa.

## 7.2 Fluxos paralelos sobre Placas Planas

Para o fluxo sobre uma placa plana, a transição de escoamento laminar a turbulento acontece geralmente no número crítico de Reynolds .

$$\text{Re}_x = \frac{\rho V x_{cr}}{\mu} = 5 \times 10^5 \quad (7.11)$$

O valor do número crítico de Reynolds, para uma placa plana, pode variar de  $10^5$  a  $3 \times 10^6$ , dependendo da rugosidade da superfície e do nível de turbulência do escoamento livre.

## 7.2 Fluxos paralelos sobre Placas Planas

Baseado em análises anteriores, a espessura da camada limite e o coeficiente local de fricção, na posição  $x$ , para o fluxo laminar sobre uma placa plana foram determinados como:

$$\delta_{v,x} = \frac{5x}{\text{Re}_x^{1/2}} \quad \text{e} \quad C_{f,x} = \frac{0,664}{\text{Re}_x^{1/2}} \quad \text{para} \quad \text{Re}_x < 5 \times 10^5 \quad (7.12)$$

As relações correspondentes para o fluxo turbulento são:

$$\delta_{v,x} = \frac{0,382x}{\text{Re}_x^{1/5}} \quad \text{e} \quad C_{f,x} = \frac{0,0592}{\text{Re}_x^{1/5}} \quad \text{para} \quad 5 \times 10^5 \leq \text{Re}_x \leq 10^7 \quad (7.13)$$

## 7.2 Fluxos paralelos sobre Placas Planas

O coeficiente médio de fricção sobre uma superfície, determina-se integrando o coeficiente local de fricção sobre toda a superfície.

$$\begin{aligned} C_f &= \frac{1}{L} \int_0^L C_{f,x} dx \\ &= \frac{1}{L} \int_0^L \frac{0.664}{\text{Re}_x^{1/2}} dx \\ &= \frac{0.664}{L} \int_0^L \left( \frac{\mathcal{V}x}{\nu} \right)^{-1/2} dx \\ &= \frac{0.664}{L} \left( \frac{\mathcal{V}}{\nu} \right)^{-1/2} \left. \frac{x^{1/2}}{\frac{1}{2}} \right|_0^L \\ &= \frac{2 \times 0.664}{L} \left( \frac{\mathcal{V}L}{\nu} \right)^{-1/2} \\ &= \frac{1.328}{\text{Re}_L^{1/2}} \end{aligned}$$

## 7.2 Fluxos paralelos sobre Placas Planas

O coeficiente médio de fricção sobre toda a placa é determinado substituindo as relações atrás na Equação 7.7 e executando as integrações; assim obtém-se:

$$\text{Laminar} \quad C_f = \frac{1,328}{\text{Re}_L^{1/2}} \quad \text{para} \quad \text{Re}_L < 5 \times 10^5 \quad (7.14)$$

$$\text{Turbulento} \quad C_f = \frac{0,074}{\text{Re}_L^{1/5}} \quad \text{para} \quad 5 \times 10^5 \leq \text{Re}_L \leq 10^7 \quad (7.15)$$

A primeira relação dá o coeficiente médio de fricção para toda a placa, quando o fluxo é laminar em toda a placa. A segunda relação dá o coeficiente médio de fricção para toda a placa quando o fluxo é turbulento em toda a placa, ou quando a região laminar do fluxo na placa é demasiado pequena relativamente à região turbulenta do fluxo.

## 7.2 Fluxos paralelos sobre Placas Planas

Em alguns casos, uma placa plana é suficientemente longa para que o fluxo torne-se turbulento, mas não o suficiente para negligenciar-se a região laminar do fluxo. Nesses casos, o coeficiente médio de fricção sobre toda a placa é determinado executando a integração da Equação 7.7 em duas partes: na região laminar  $0 \leq x \leq x_{cr}$  e na região turbulenta  $x_{cr} < x \leq L$  como:

$$C_f = \frac{1}{L} \left( \int_0^{x_{cr}} C_{f,x \text{ laminar}} dx + \int_{x_{cr}}^L C_{f,x \text{ turbulento}} dx \right) \quad (7.16)$$

## 7.2 Fluxos paralelos sobre Placas Planas

Tomando o número crítico de Reynolds como  $Re_{cr} = 5 \times 10^5$  e executando as integrações da Equação 7.16, após substituir-se as expressões indicadas, o coeficiente médio de fricção sobre toda a placa é determinado como:

$$C_{f,x} = \frac{0,074}{Re_L^{1/5}} - \frac{1742}{Re_L} \quad \text{para} \quad 5 \times 10^5 \leq Re_L \leq 10^7 \quad (7.17)$$

As constantes nesta relação são diferentes para diferentes números críticos de Reynolds.

## 7.2 Fluxos paralelos sobre Placas Planas

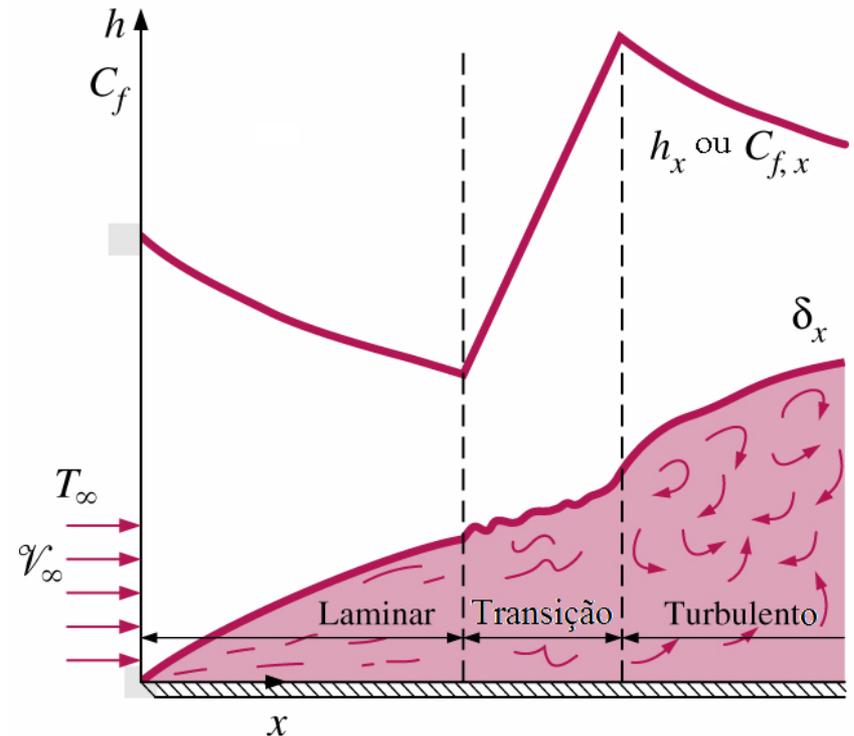
Um ajuste da curva de dados experimentais para o coeficiente médio de fricção neste tipo de escoamento é dado por Schlichting como:

$$C_f = \left( 1,89 - 1,62 \log \frac{\varepsilon}{L} \right)^{-2,5} \quad (7.18)$$

Onde  $\varepsilon$  é a aspereza da superfície, e  $L$  o comprimento da placa no sentido do fluxo. Na ausência de uma relação melhor, a relação acima pode ser usada para o fluxo turbulento em superfícies ásperas para  $\text{Re} > 10^6$ , especialmente quando  $\varepsilon/L > 10^{-4}$ .

# 7.2 Fluxos paralelos sobre Placas Planas

Variação dos coeficientes locais de transferência de calor e de fricção para o fluxo sobre uma placa plana.



## 7.2 Fluxos paralelos sobre Placas Planas

O número local de Nusselt numa posição  $x$  para o fluxo laminar sobre uma placa plana foi determinado no Capítulo 6, resolvendo a equação diferencial da energia e obtendo:

$$\text{Laminar} \quad Nu_x = \frac{h_x x}{k} = 0,332 Re_x^{0,5} Pr^{1/3} \quad \text{para} \quad Pr > 0,60 \quad (7.19)$$

A relação correspondente para o fluxo turbulento é:

$$\text{Turbulento} \quad Nu_x = \frac{h_x x}{k} = 0,0296 Re_x^{0,8} Pr^{1/3} \quad \text{para} \quad 0,60 \leq Pr \leq 60$$
$$5 \times 10^5 \leq Re_x \leq 10^7 \quad (7.20)$$

É de notar que para o fluxo laminar  $h_x$  é proporcional à  $Re^{0,5}$  e assim a  $x^{-0,5}$ . Consequentemente,  $h_x$  é infinito na borda de ataque ( $x = 0$ ) e diminui em um factor  $x^{-0,5}$  no sentido do fluxo.

## 7.2 Fluxos paralelos sobre Placas Planas

O número médio de Nusselt sobre toda a placa é determinado substituindo as relações anteriores na Equação 7.8 e executando as integrações. Assim obtém-se:

**Laminar** 
$$Nu = \frac{hL}{k} = 0,664 Re_L^{0,5} Pr^{1/3} \quad \text{para} \quad Re_L < 5 \times 10^5 \quad (7.21)$$

**Turbulento** 
$$Nu = \frac{hL}{k} = 0,037 Re_L^{0,8} Pr^{1/3} \quad \text{para} \quad 0,60 \leq Pr \leq 60$$
  
$$5 \times 10^5 \leq Re_L \leq 10^7 \quad (7.22)$$

A primeira relação apresenta o coeficiente médio de transferência de calor para toda a placa, quando o fluxo é laminar sobre toda a placa. A segunda relação expressa o coeficiente médio de transferência de calor para toda a placa, quando o fluxo é turbulento sobre toda a placa, ou quando a região laminar do fluxo na placa é demasiado pequena relativamente à região turbulenta do fluxo.

## 7.2 Fluxos paralelos sobre Placas Planas

Em alguns casos, uma placa plana é suficientemente longa para que o fluxo torne-se turbulento, mas não o suficiente para se negligenciar a região laminar do fluxo. Nesses casos, o coeficiente médio de convecção sobre toda a placa é determinado executando a integração da Equação 7.8 em duas partes

$$h = \frac{1}{L} \left( \int_0^{x_{cr}} h_{x, \text{laminar}} dx + \int_{x_{cr}}^L h_{x, \text{turbulento}} dx \right) \quad (7.23)$$

## 7.2 Fluxos paralelos sobre Placas Planas

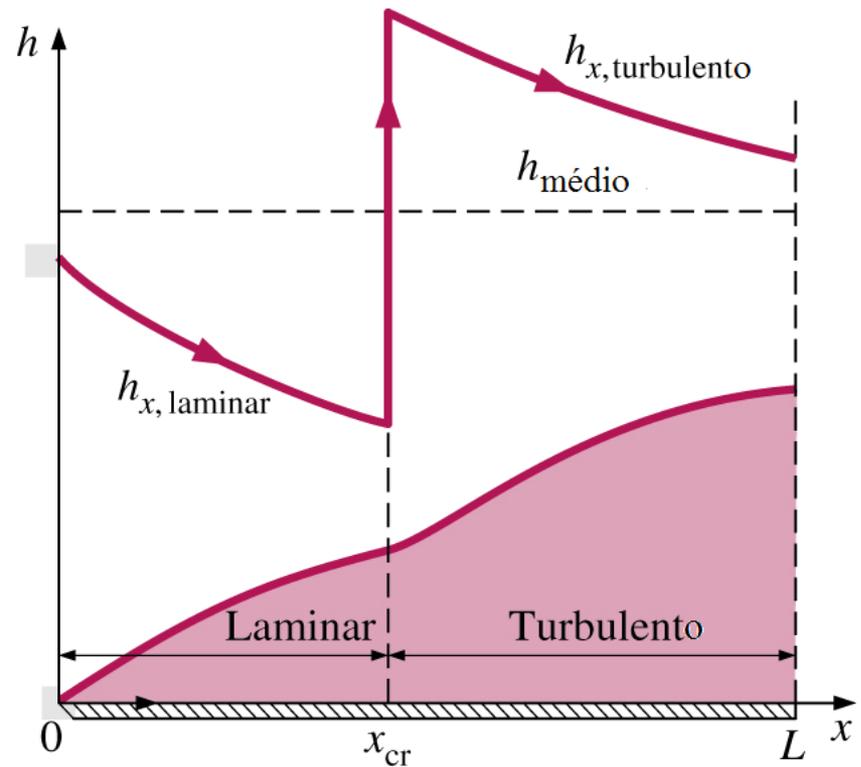
Tomando o número crítico de Reynolds como  $Re_{cr} = 5 \times 10^5$  e executando as integrações da Equação 7.23, após substituir-se as expressões indicadas, o número médio de Nusselt para toda a placa é determinado como:

$$Nu = \frac{hL}{k} = (0,037 Re_L^{0,8} - 871) Pr^{1/3} \quad \text{para} \quad 0,60 \leq Pr \leq 60 \quad (7.24)$$
$$5 \times 10^5 \leq Re_L \leq 10^7$$

As constantes nesta relação serão diferentes para diferentes números críticos de Reynolds.

## 7.2 Fluxos paralelos sobre Placas Planas

Representação gráfica do coeficiente médio de transferência de calor para uma placa plana com fluxo combinado laminar e turbulento.



## 7.2 Fluxos paralelos sobre Placas Planas

Os metais líquidos tais como o mercúrio, têm condutividade térmica elevada, e são geralmente usados em aplicações que requerem taxas elevadas de transferência do calor. Entretanto, têm números muito pequenos de Prandtl, e assim, a camada limite térmica desenvolve-se muito mais rapidamente que a camada de limite fluidodinâmica. Então pode-se assumir a velocidade na camada limite térmica constante e resolvendo a equação da energia obtém-se:

$$Nu_x = 0,565 (Re_x Pr)^{1/2} \quad \text{para} \quad Pr < 0,05 \quad (7.25)$$

## 7.2 Fluxos paralelos sobre Placas Planas

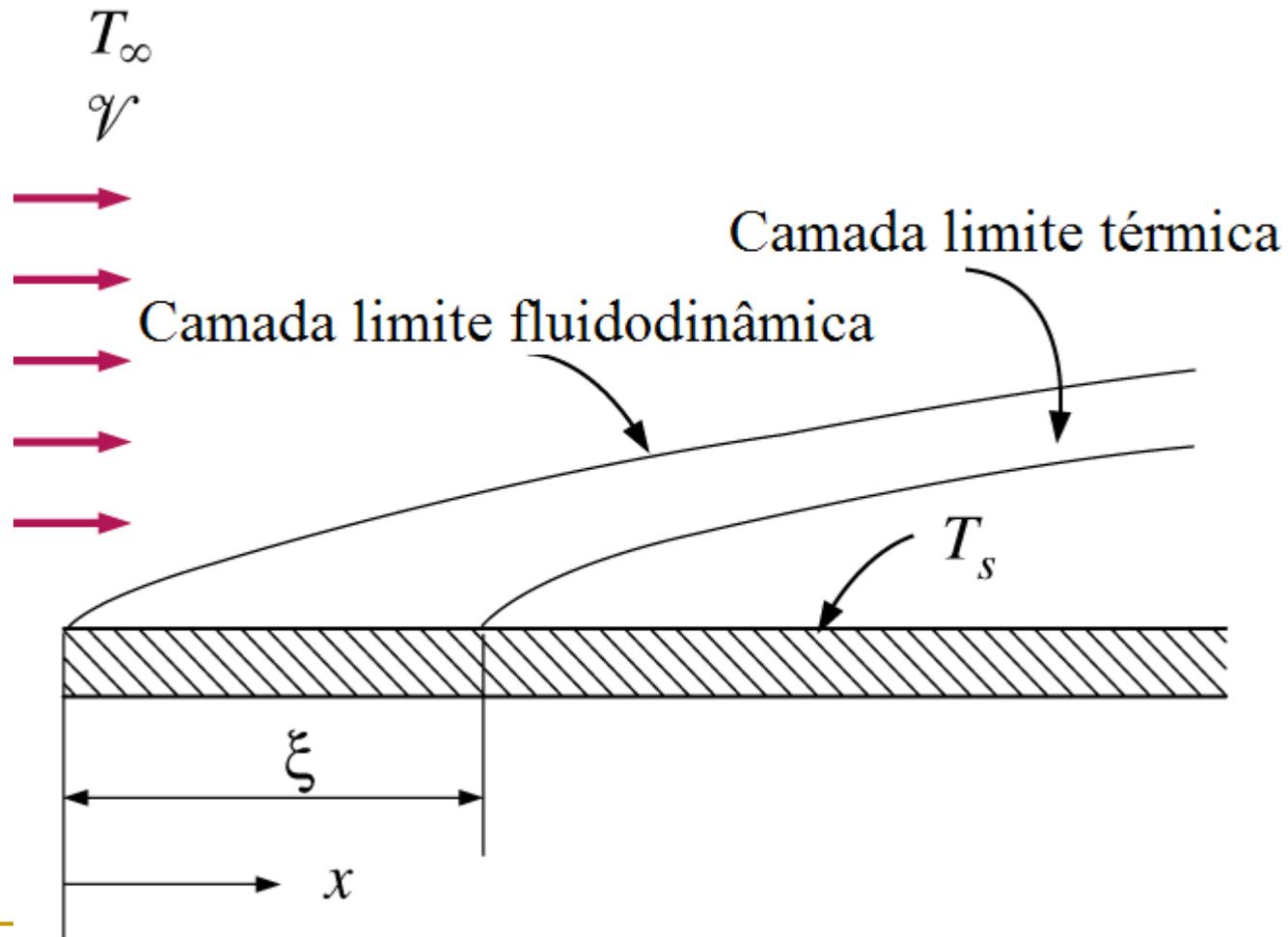
É desejável ter-se uma correlação que se aplique a todos os fluidos, incluindo metais líquidos. De dados conseguidos do ajuste da curva de Churchill e Ozoë, propôs-se a seguinte relação, que é aplicável para todos os números de Prandtl com exactidão de  $\pm 1\%$ ,

$$Nu_x = \frac{h_x x}{k} = \frac{0,3387 Pr^{1/3} Re_x^{1/2}}{\left[1 + (0,0468)/Pr^{2/3}\right]^{1/4}} \quad (7.26)$$

## 7.2 Fluxos paralelos sobre Placas Planas

A abordagem que até aqui tem sido feita limitou-se a considerar situações em que toda a placa é aquecida desde a borda de ataque. Mas muitas aplicações práticas envolvem superfícies com uma secção do comprimento inicial não aquecida. Nesses casos, a camada limite fluidodinâmica inicia na borda de ataque ( $x = 0$ ), mas a camada limite térmica começa a desenvolver-se onde a placa começa a aquecer ( $x = \xi$ ).

## 7.2 Fluxos paralelos sobre Placas Planas



## 7.2 Fluxos paralelos sobre Placas Planas

Considere-se uma placa plana cuja região aquecida é mantida a uma temperatura constante ( $T = T_s$  constantes para  $x > \xi$ ). Usando métodos integrais de solução, os números locais de Nusselt para fluxos laminar e turbulento são determinados por:

**Laminar**

$$Nu_x = \frac{Nu_{x(\text{para } \xi=0)}}{\left[1 - (\xi/x)^{3/4}\right]^{1/3}} = \frac{0,332 Re_x^{0,5} Pr^{1/3}}{\left[1 - (\xi/x)^{3/4}\right]^{1/3}} \quad (7.27)$$

**Turbulento**

$$Nu_x = \frac{Nu_{x(\text{para } \xi=0)}}{\left[1 - (\xi/x)^{9/10}\right]^{1/9}} = \frac{0,0296 Re_x^{0,8} Pr^{1/3}}{\left[1 - (\xi/x)^{9/10}\right]^{1/9}} \quad (7.28)$$

para  $x > \xi$ . Note-se que para  $\xi = 0$ , estas relações do  $Nu_x$  se reduzem ao  $Nu_x$  (para  $Nu_x$  (para  $\xi = 0$ )), que é a relação do número de Nusselt para uma placa plana com um comprimento inicial não aquecido.

## 7.2 Fluxos paralelos sobre Placas Planas

A determinação do número médio de Nusselt para a secção aquecida de uma placa, requer a integração das relações locais do número de Nusselt atrás apresentadas, que não podem ser feitas analiticamente. Daí, as integrações devem ser feitas numericamente. Os resultados das integrações numéricas foram correlacionados para os coeficientes médios de convecção como:

**Laminar**

$$h = \frac{2 \left[ 1 - (\xi/x)^{3/4} \right]}{1 - \xi/L} h_{x=L} \quad (7.29)$$

**Turbulento**

$$h = \frac{5 \left[ 1 - (\xi/x)^{9/10} \right]}{4(1 - \xi/L)} h_{x=L} \quad (7.30)$$

A primeira relação dá o coeficiente médio de convecção para toda a secção aquecida da placa, quando o fluxo é laminar sobre toda a placa.

## 7.2 Fluxos paralelos sobre Placas Planas

Quando uma placa plana é sujeitada a um fluxo uniforme de calor, em vez de temperatura uniforme, o número de Nusselt local é dado por

**Laminar** 
$$Nu_x = 0,453 Re_x^{0,5} Pr^{1/3} \quad (7.31)$$

**Turbulento** 
$$Nu_x = 0,0308 Re_x^{0,8} Pr^{1/3} \quad (7.32)$$

Estas relações dão valores que são 36 por cento mais elevados, para o fluxo laminar, e 4 por cento mais elevados, para o fluxo turbulento, em relação ao caso da placa isotérmica.

## 7.2 Fluxos paralelos sobre Placas Planas

Quando o do fluxo de calor  $q_s$  é prescrito, a taxa de transferência de calor para ou da placa e a temperatura da superfície a uma distância  $x$  são determinadas de:

$$\dot{Q} = \dot{q}_s A_s \quad (7.30)$$

e

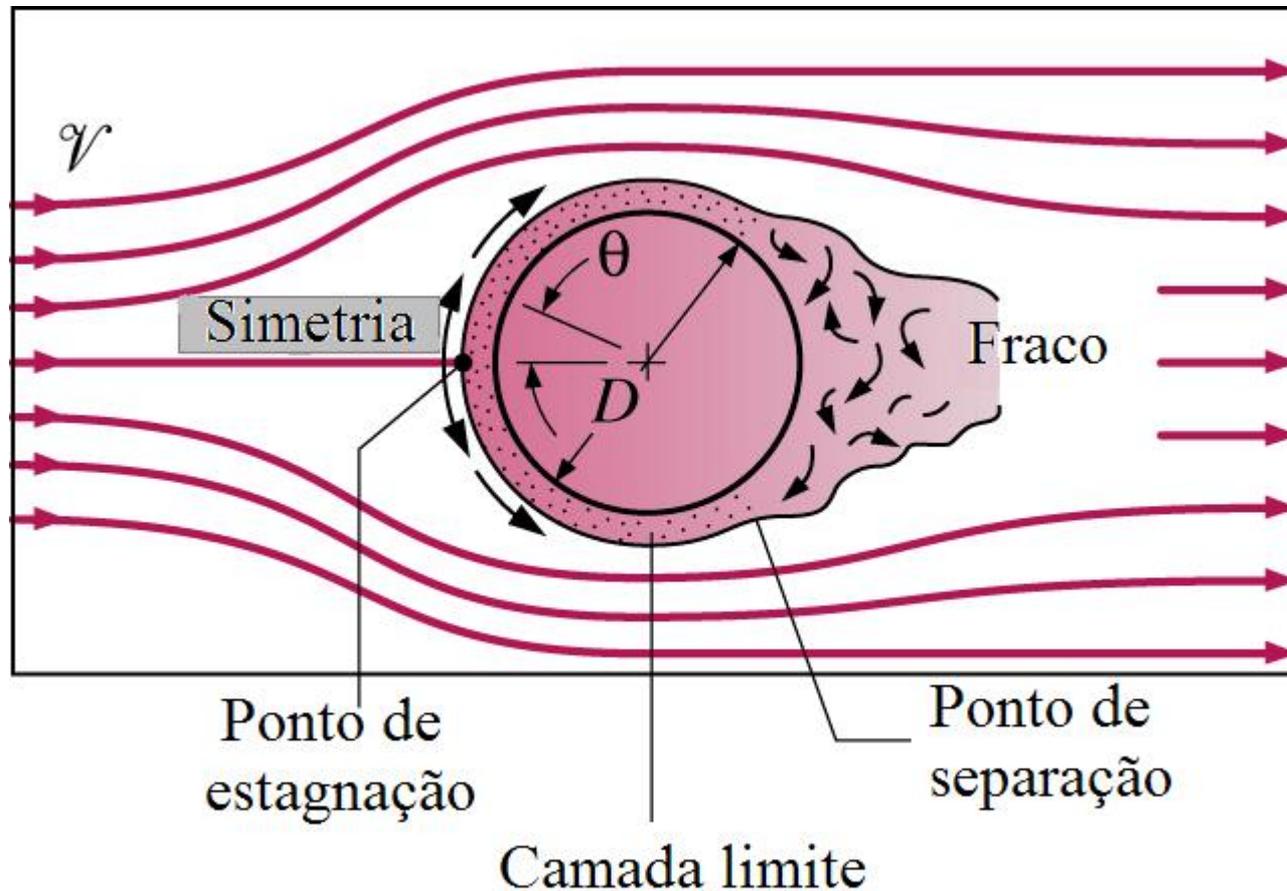
$$q_s = h_x [T_s(x) - T_\infty] \quad \rightarrow \quad T_s(x) = T_\infty + \frac{\dot{q}_s}{h_x} \quad (7.34)$$

onde  $A_s$  é a área da superfície de transferência de calor.

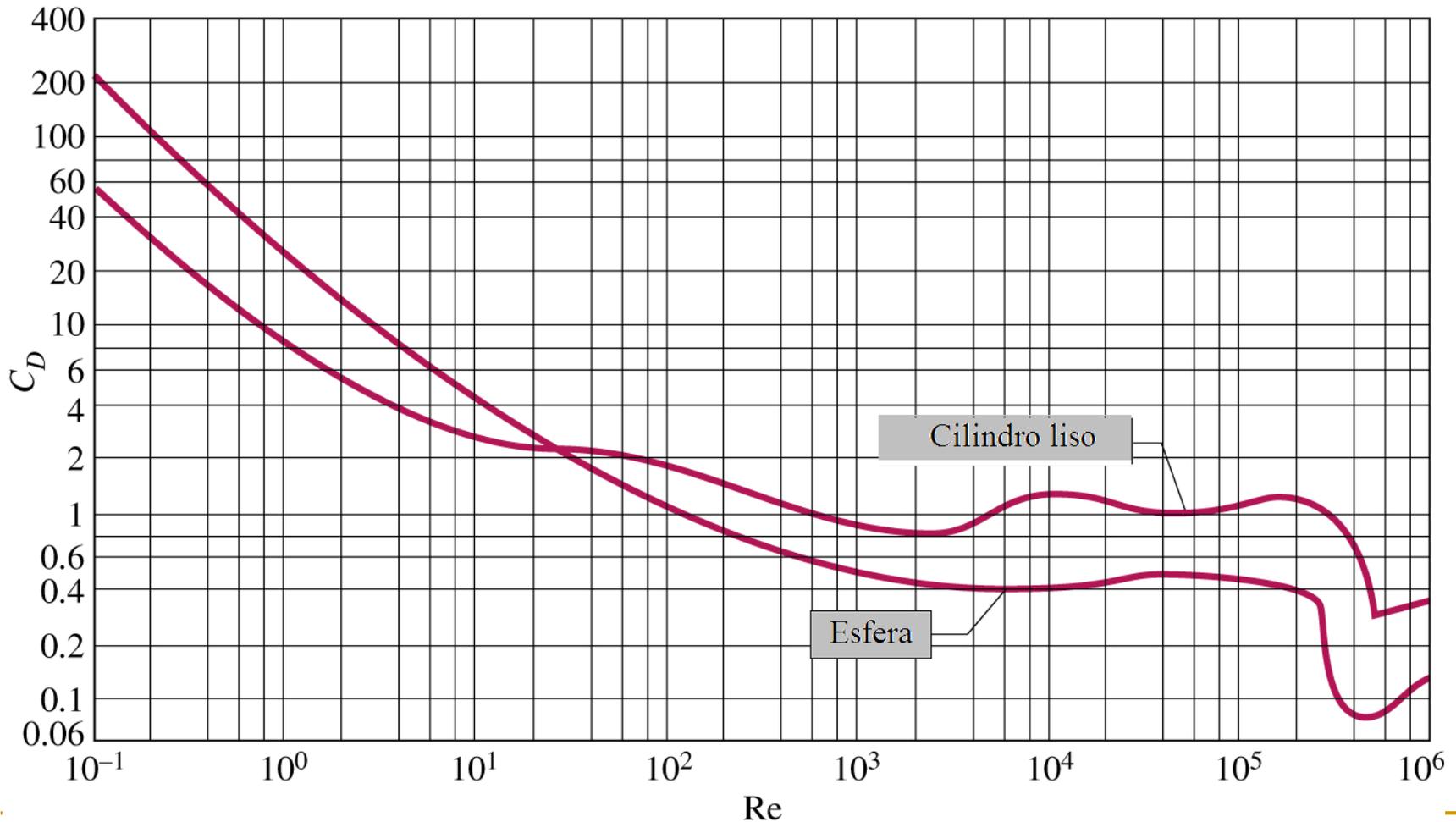
## 7.3 Escoamentos Transversais Sobre cilindros e esferas

O fluxo através de cilindros e de esferas é frequentemente encontrado na prática. Por exemplo, os tubos de um trocador de calor de carcaça-e-tubo envolvem um fluxo interno que corre no interior dos tubos e um fluxo externo sobre os tubos, e ambos os fluxos devem ser considerados na análise do trocador de calor. Também, muitos desportos tais como o futebol, o ténis, e o golfe envolvem bolas que se movem através de um fluxo.

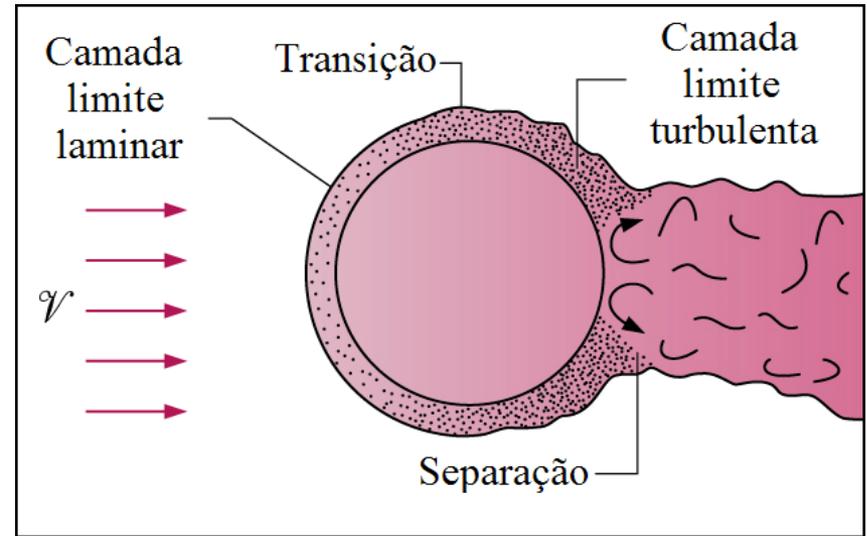
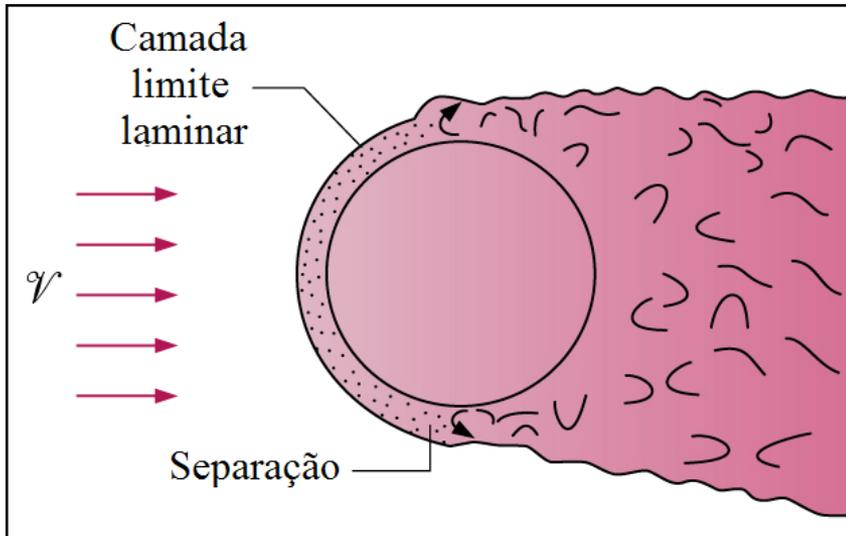
## 7.3 Escoamentos Transversais Sobre cilindros e esferas



## 7.3 Escoamentos Transversais Sobre cilindros e esferas



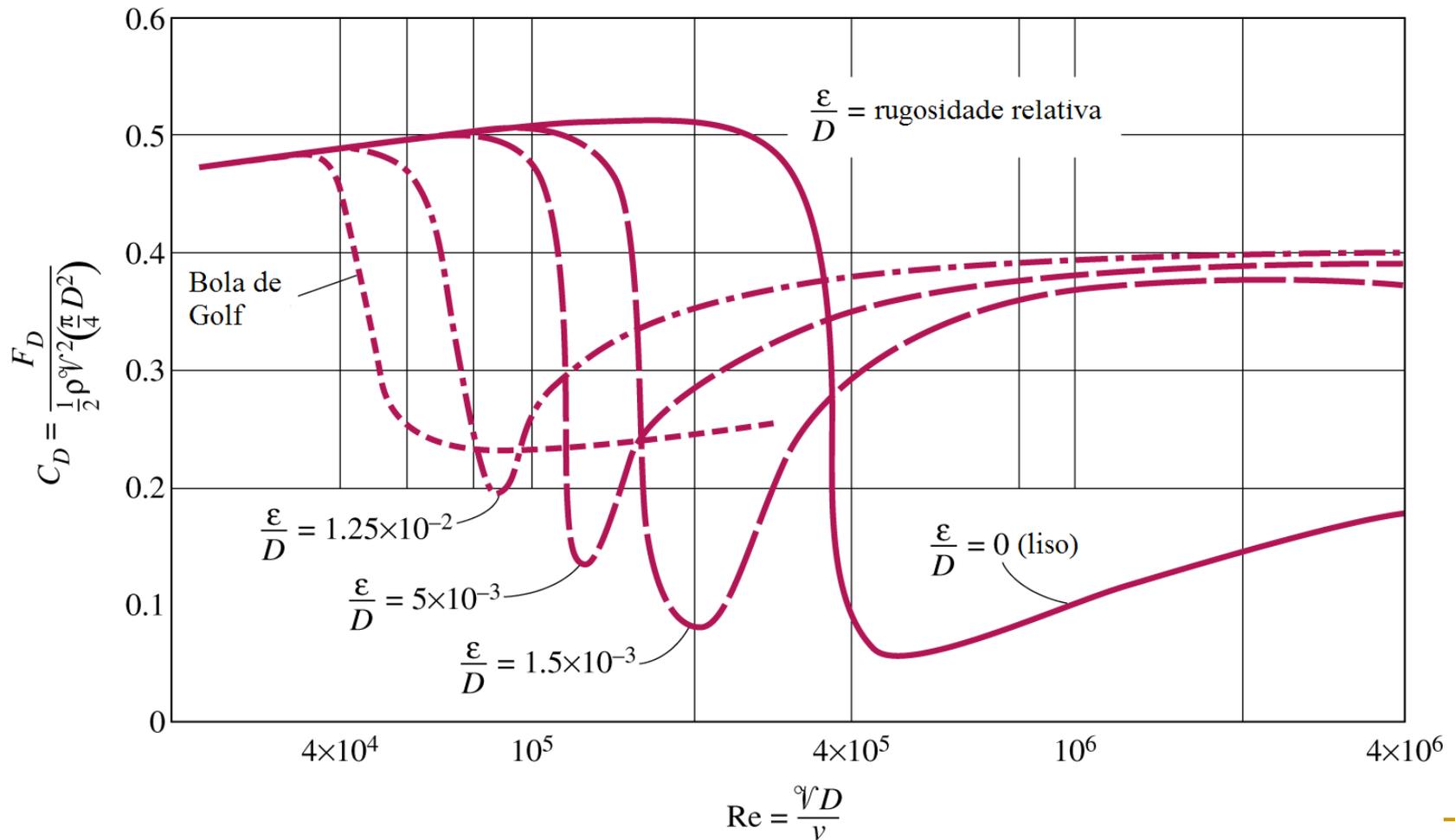
## 7.3 Escoamentos Transversais Sobre cilindros e esferas



Fluxo laminar  $Re < 2 \times 10^5$

Ocorrência de Turbulência  $Re > 2 \times 10^5$

## 7.3 Escoamentos Transversais Sobre cilindros e esferas



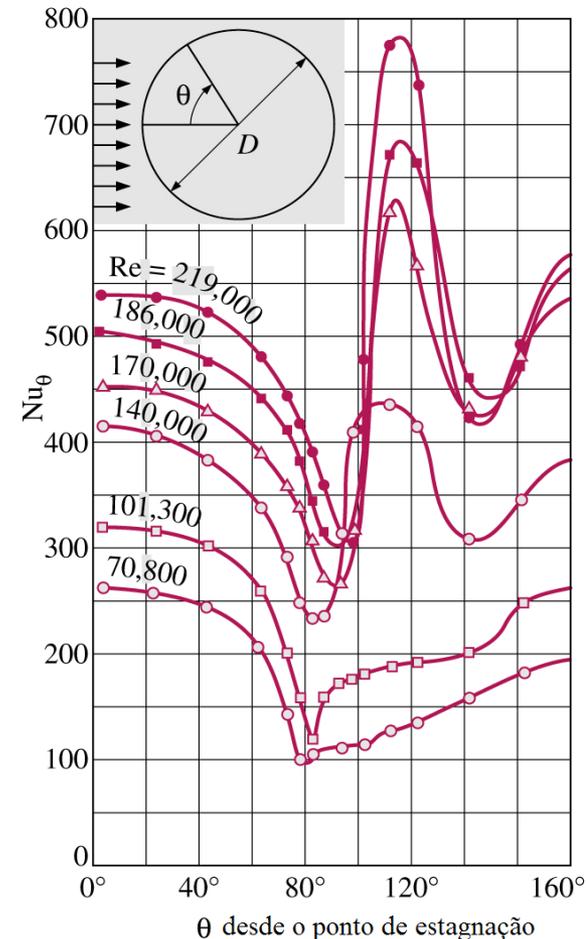
## 7.3 Escoamentos Transversais Sobre cilindros e esferas

Os fluxos através de cilindros e de esferas, no geral, envolvem a separação do fluxo, que é difícil de calcular analiticamente.

Conseqüentemente, tais fluxos devem ser estudados experimentalmente ou numericamente. Os fluxos sobre cilindros e esferas foram estudados experimentalmente por vários investigadores, os quais desenvolveram diversas correlações empíricas para o cálculo do coeficiente de transferência de calor.

## 7.3 Escoamentos Transversais Sobre cilindros e esferas

Variação do coeficiente local de transferência de calor ao longo do perímetro de um cilindro circular num fluxo transversal de ar (Giedt).



## 7.3 Escoamentos Transversais Sobre cilindros e esferas

Das diversas relações, disponíveis na literatura, para o cálculo do número médio de Nusselt para o fluxo transversal sobre um cilindro, apresenta-se a proposta por Churchill e Bernstein:

$$Nu_{cil} = \frac{hD}{k} = 0,3 + \frac{0,62 Re^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + (0,4/Pr)^{2/3}\right]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5} \quad (7.35)$$

Para o fluxo sobre uma esfera, Whitaker recomenda a seguinte correlação :

$$Nu_{esf} = \frac{hD}{k} = 2 + \left[0,4 Re^{1/2} + 0,06 Re^{2/3}\right] Pr^{0,4} \left(\frac{\mu_{\infty}}{\mu_s}\right)^{1/4} \quad (7.36)$$

Que é válida para  $3,5 \leq Re \leq 80000$  e  $0,7 \leq Pr \leq 380$

## 7.3 Escoamentos Transversais Sobre cilindros e esferas

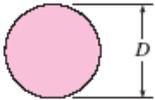
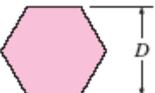
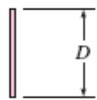
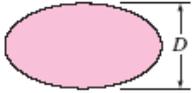
O número médio de Nusselt para o fluxo através de cilindros pode ser expresso de forma compacta como:

$$Nu_{cil} = C Re^m Pr^n \quad (7.37)$$

onde  $n = 1/3$  e as constantes experimentais  $C$  e  $m$  são tabeladas para vários prismas de secção circular e não circular. O comprimento característico  $D$  para o uso no cálculo do Reynolds e nos números de Nusselt para diferentes geometrias está indicado na figura. Todas as propriedades do fluido são avaliadas à temperatura da película.

# Número médio de Nusselt para fluxo através de cilindros

Empirical correlations for the average Nusselt number for forced convection over circular and noncircular cylinders in cross flow (from Zukauskas, Ref. 14, and Jakob, Ref. 6)

Cross-section of the cylinder	Fluid	Range of Re	Nusselt number
Circle 	Gas or liquid	0.4–4 4–40 40–4000 4000–40,000 40,000–400,000	$Nu = 0.989Re^{0.330} Pr^{1/3}$ $Nu = 0.911Re^{0.385} Pr^{1/3}$ $Nu = 0.683Re^{0.466} Pr^{1/3}$ $Nu = 0.193Re^{0.618} Pr^{1/3}$ $Nu = 0.027Re^{0.805} Pr^{1/3}$
Square 	Gas	5000–100,000	$Nu = 0.102Re^{0.675} Pr^{1/3}$
Square (tilted 45°) 	Gas	5000–100,000	$Nu = 0.246Re^{0.588} Pr^{1/3}$
Hexagon 	Gas	5000–100,000	$Nu = 0.153Re^{0.638} Pr^{1/3}$
Hexagon (tilted 45°) 	Gas	5000–19,500 19,500–100,000	$Nu = 0.160Re^{0.638} Pr^{1/3}$ $Nu = 0.0385Re^{0.782} Pr^{1/3}$
Vertical plate 	Gas	4000–15,000	$Nu = 0.228Re^{0.731} Pr^{1/3}$
Ellipse 	Gas	2500–15,000	$Nu = 0.248Re^{0.612} Pr^{1/3}$

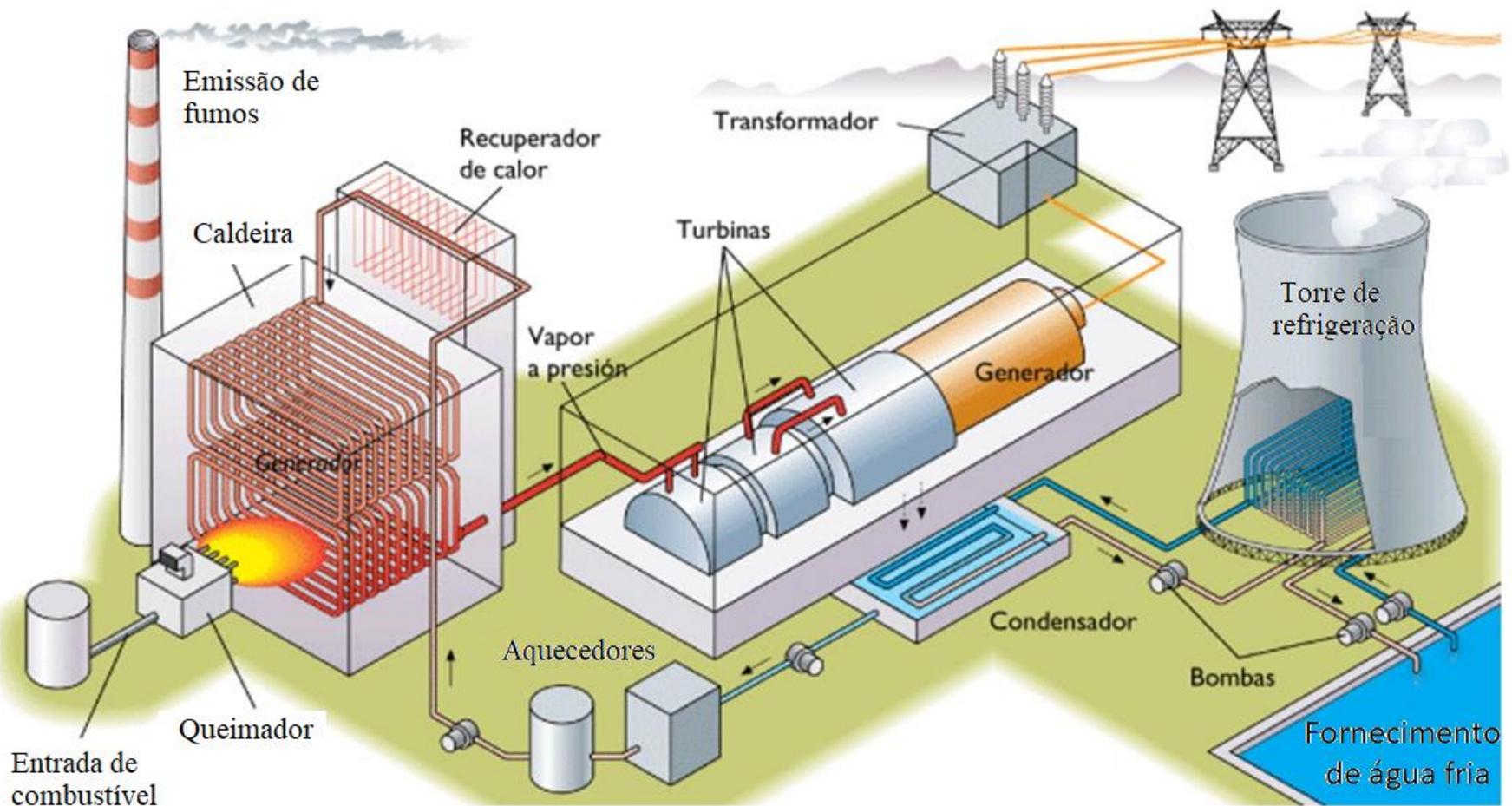
## 7.4 Escoamentos Transversais Sobre Bancos de Tubos

Os bancos de tubos de fluxo cruzado, na prática encontram-se geralmente em equipamentos de transferência de calor tais como os condensadores e os evaporadores das centrais térmicas, refrigeradores e aparelhos de ar condicionado. Em tais equipamentos, um fluido move-se pelo interior dos tubos enquanto o outro se move sobre os tubos num sentido perpendicular.

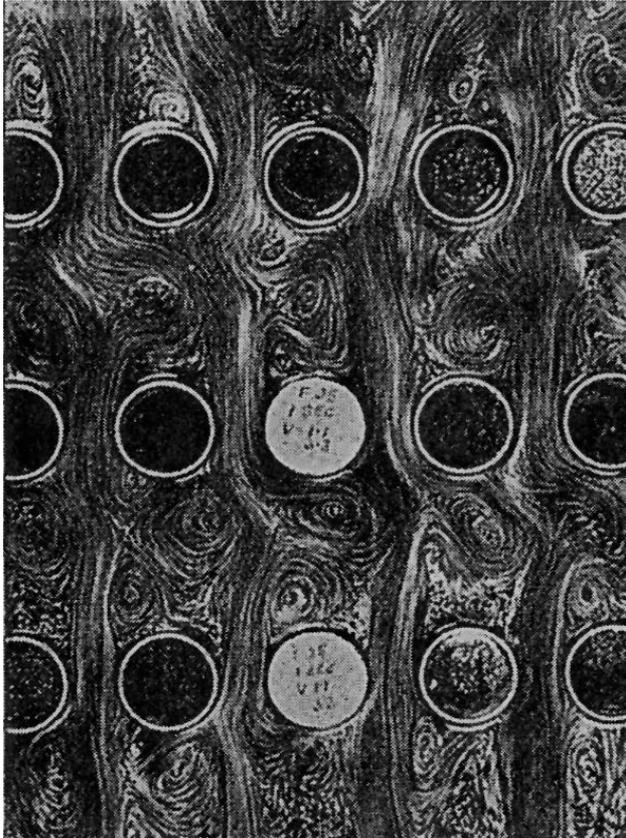


Condensador de uma central

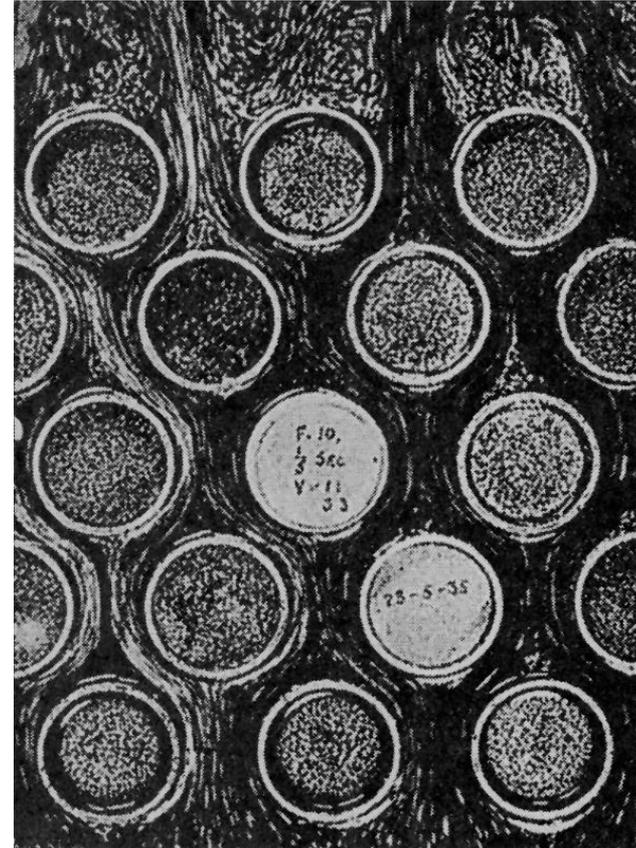
## 7.4 Escoamentos Transversais Sobre Bancos de Tubos



## 7.4 Escoamentos Transversais Sobre Bancos de Tubos

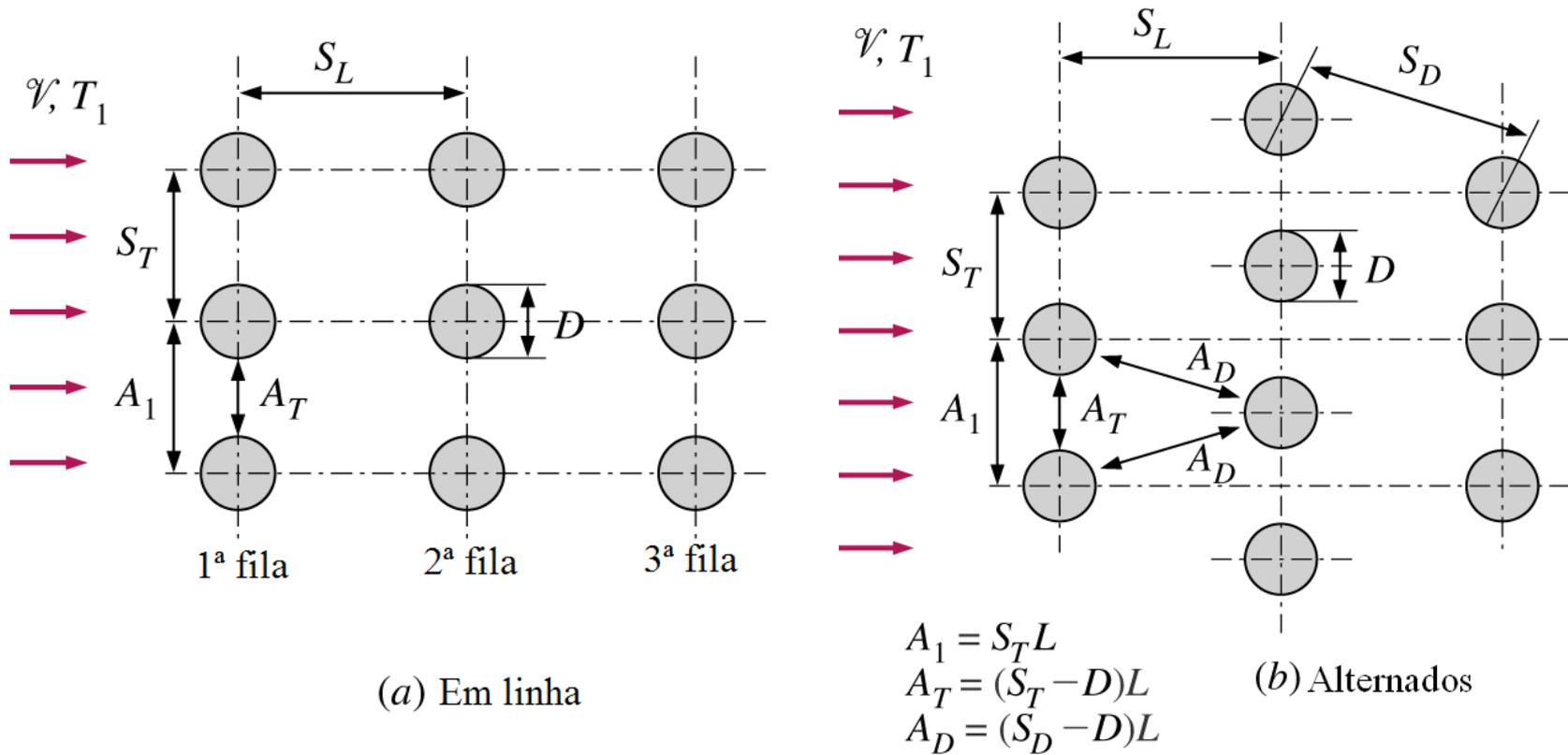


Arranjo em linha



Arranjo alternado

# 7.4 Escoamentos Transversais Sobre Bancos de Tubos



## 7.4 Escoamentos Transversais Sobre Bancos de Tubos

Os tubos em um banco de tubos geralmente são arranjados em linha ou alternados no sentido do fluxo. O diâmetro exterior  $\mathbf{D}$  do tubo é tomado como dimensão característica. O arranjo dos tubos nos bancos de tubos é caracterizado pelo passo transversal  $\mathbf{S}_T$ , pelo passo longitudinal  $\mathbf{S}_L$  e pelo passo diagonal  $\mathbf{S}_D$ , entre os centros dos tubos. O passo diagonal dos tubos é determinado de:

$$S_D = \sqrt{S_L^2 + (S_T/2)^2} \quad (7.38)$$

## 7.4 Escoamentos Transversais Sobre Bancos de Tubos

No arranjo alternado, a velocidade pode aumentar muito na região diagonal se as fileiras de tubo estiverem muito perto umas das outras. Em bancos de tubos, as características do fluxo são dominadas por  $V_{\max}$  velocidade máximo que ocorre dentro do banco do tubo, em vez da velocidade  $V$  de aproximação. Conseqüentemente, o número de Reynolds é definido em função da velocidade máxima.

$$\text{Re}_{D,\max} = \frac{\rho V_{\max} D}{\mu} = \frac{V_{\max} D}{\nu} \quad (7.39)$$

## 7.4 Escoamentos Transversais Sobre Bancos de Tubos

A velocidade máxima é determinada da lei de conservação de massa para um fluxo constante incompressível. Para o arranjo em linha, a velocidade máxima ocorre na área mínima do fluxo entre os tubos, então a lei de conservação de massa pode ser dada por  $\rho VA_1 = \rho V_{\max} A_T$  ou  $VS_T = V_{\max}(S_T - D)$ . Então a velocidade máxima torna-se:

$$V_{\max} = \frac{S_T}{S_T - D} V \quad (7.40)$$

Para arranjos alternados a velocidade máxima é dada por:

$$V_{\max} = \frac{S_T}{2(S_D - D)} V \quad (7.41)$$

Onde  $\rho VA_1 = \rho V_{\max} 2(A_D)$  ou  $VS_T = 2V_{\max}(S_D - D)$ .

## 7.4 Escoamentos Transversais Sobre Bancos de Tubos

Diversas correlações, baseadas em dados experimentais, foram propostas para o número médio de Nusselt para o fluxo transversal sobre bancos de tubos. Muito recentemente, Zukauskas propôs a correlação cuja formulação geral é:

$$Nu_D = \frac{hD}{k} = C Re_D^m Pr^n \left( \frac{Pr}{Pr_s} \right)^{1/4} \quad (7.42)$$

É de notar que todas as propriedades, excepto **Pr** devem, ser avaliadas à temperatura média aritmética do fluido que se determina de:

$$T_m = \frac{T_i + T_e}{2} \quad (7.43)$$

Onde  $T_i$  e  $T_e$  são as temperaturas do fluido na entrada e na saída do banco de tubos, respectivamente.

# 7.4 Escoamentos Transversais Sobre Bancos de Tubos

Nusselt number correlations for cross flow over tube banks for  $N > 16$  and  $0.7 < Pr < 500$  (from Zukauskas, Ref. 15, 1987)\*

Arrangement	Range of $Re_D$	Correlation
In-line	0–100	$Nu_D = 0.9 Re_D^{0.4} Pr^{0.36} (Pr/Pr_s)^{0.25}$
	100–1000	$Nu_D = 0.52 Re_D^{0.5} Pr^{0.36} (Pr/Pr_s)^{0.25}$
	1000– $2 \times 10^5$	$Nu_D = 0.27 Re_D^{0.63} Pr^{0.36} (Pr/Pr_s)^{0.25}$
	$2 \times 10^5$ – $2 \times 10^6$	$Nu_D = 0.033 Re_D^{0.8} Pr^{0.4} (Pr/Pr_s)^{0.25}$
Staggered	0–500	$Nu_D = 1.04 Re_D^{0.4} Pr^{0.36} (Pr/Pr_s)^{0.25}$
	500–1000	$Nu_D = 0.71 Re_D^{0.5} Pr^{0.36} (Pr/Pr_s)^{0.25}$
	1000– $2 \times 10^5$	$Nu_D = 0.35 (S_T/S_L)^{0.2} Re_D^{0.6} Pr^{0.36} (Pr/Pr_s)^{0.25}$
	$2 \times 10^5$ – $2 \times 10^6$	$Nu_D = 0.031 (S_T/S_L)^{0.2} Re_D^{0.8} Pr^{0.36} (Pr/Pr_s)^{0.25}$

\*All properties except  $Pr_s$  are to be evaluated at the arithmetic mean of the inlet and outlet temperatures of the fluid ( $Pr_s$  is to be evaluated at  $T_s$ ).

## 7.4 Escoamentos Transversais Sobre Bancos de Tubos

As relações médias do número de Nusselt tabeladas, são para bancos de tubos com 16 ou mais fileiras. Essas relações podem também ser usadas para bancos de tubos com  $N_L$  menor que 16, contando que sejam modificadas para:

$$Nu_{D,N_L} = F Nu_D \quad (7.44)$$

onde  $F$  é um factor de correcção cujos os valores são dados na seguinte tabela:

Correction factor  $F$  to be used in  $Nu_{D, N_L} = F Nu_D$  for  $N_L < 16$  and  $Re_D > 1000$  (from Zukauskas, Ref 15, 1987).

$N_L$	1	2	3	4	5	7	10	13
In-line	0.70	0.80	0.86	0.90	0.93	0.96	0.98	0.99
Staggered	0.64	0.76	0.84	0.89	0.93	0.96	0.98	0.99

## 7.4 Escoamentos Transversais Sobre Bancos de Tubos

Uma vez o sejam conhecidos o número de Nusselt e o coeficiente médio de transferência de calor para o banco inteiro de tubos, a taxa de transferência de calor pode ser determinada da lei de resfriamento de Newton usando uma diferença apropriada da temperatura  $\Delta T$ .

$$\Delta T_{\ln} = \frac{(T_s - T_e) - (T_s - T_i)}{\ln[(T_s - T_e)/(T_s - T_i)]} = \frac{\Delta T_e - \Delta T_i}{\ln(\Delta T_e / \Delta T_i)} \quad (7.45)$$

## 7.4 Escoamentos Transversais Sobre Bancos de Tubos

A temperatura da saída do fluido  $T_e$  pode ser determinada de

$$T_e = T_s - (T_s - T_i) \exp\left(-\frac{A_s h}{\dot{m} C_p}\right) \quad (7.46)$$

Onde  $A_s = N\pi DL$  é a área de transferência de calor e  $\dot{m} = \rho V(N_T S_T L)$  é o fluxo mássico do fluido.  $N$  é o número total dos tubos no banco,  $N_T$  é o número de tubos num plano transversal,  $L$  é o comprimento dos tubos e  $V$  a velocidade do fluido imediatamente antes de entrar no banco de tubos. Então, a taxa de transferência do calor pode ser determinada de

$$\dot{Q} = hA_s \Delta T_{\ln} = \dot{m} C_p (T_e - T_i) \quad (7.47)$$

A segunda relação é mais conveniente de usar pois para ela não é necessário calcular  $\Delta T_{\ln}$

## 7.4 Escoamentos Transversais Sobre Bancos de Tubos

Uma outra grandeza de interesse, associada aos bancos de tubos, é a **queda de pressão**, que é a diferença entre as pressões na entrada e saída do banco de tubos. É uma medida da resistência que os tubos oferecem ao fluxo que passa sobre eles e é expressa por:

$$\Delta p = N_L f \chi \frac{\rho V_{máx}^2}{2} \quad (7.48)$$

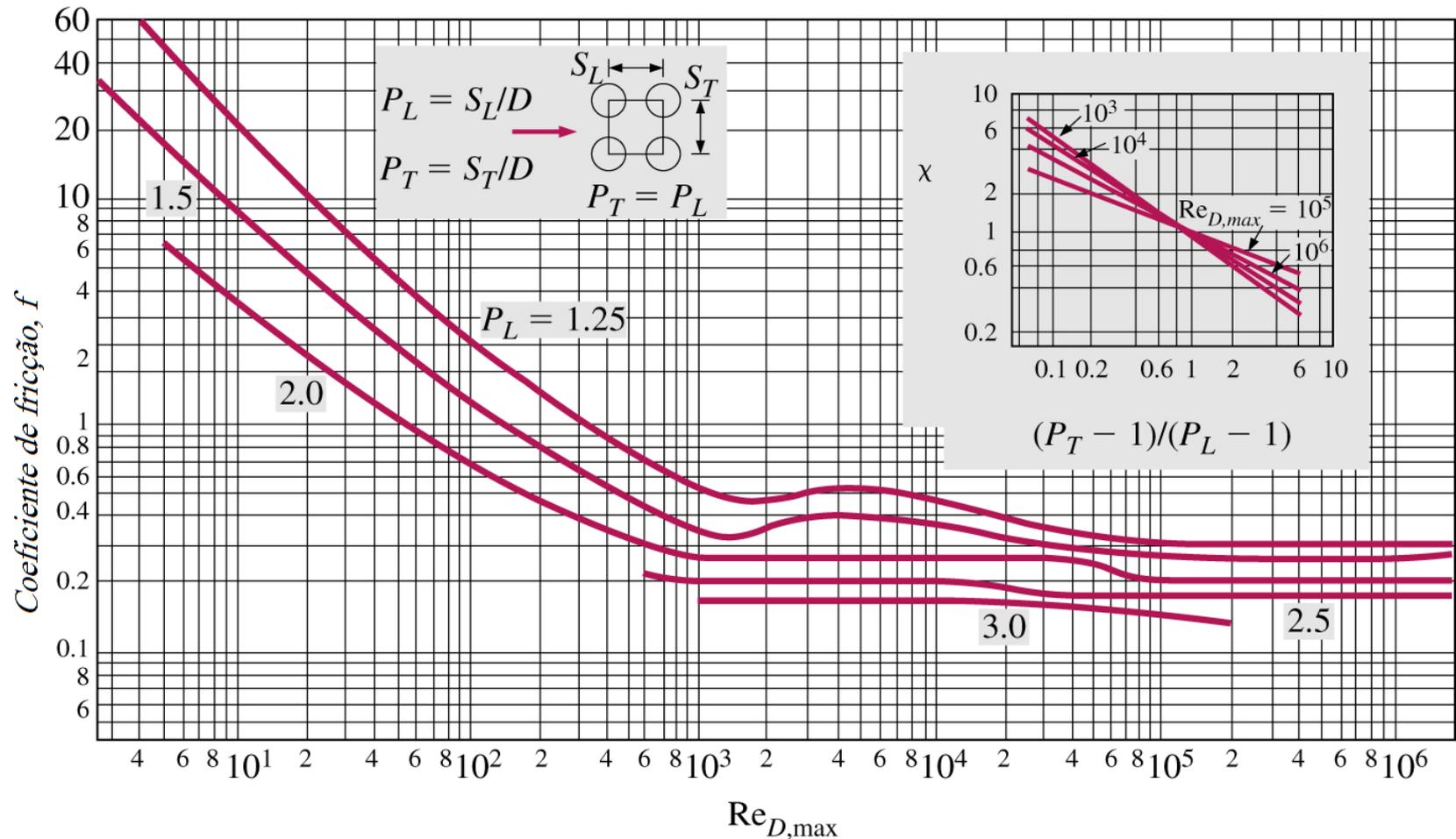
## 7.4 Escoamentos Transversais Sobre Bancos de Tubos

O força necessária para mover um fluido através de um banco de tubos é proporcional queda de pressão e quando a queda de pressão é conhecida, a potência de bombeamento requerida pode ser determinada de:

$$\dot{W}_{bomb} = \dot{V}\Delta P = \frac{\dot{m}\Delta P}{\rho} \quad (7.49)$$

Onde  $\mathbf{V}^* = \mathbf{V}(\mathbf{N}_T \mathbf{S}_T \mathbf{L})$  é o fluxo volumétrico e  $\mathbf{m}^* = \rho \mathbf{V}^* = \rho \mathbf{V}(\mathbf{N}_T \mathbf{S}_T \mathbf{L})$  o fluxo mássico do fluido que atravessa o banco de tubos.

# 7.4 Escoamentos Transversais Sobre Bancos de Tubos



# 7.4 Escoamentos Transversais Sobre Bancos de Tubos

