



Transmissão de calor

3º ano

Aula 15 ▫ 8. Escoamentos Internos

Tópicos:

- Velocidade e Temperatura Médias
- Região de Entrada
- Análise Térmica no Geral
- Fluxos Laminares em Tubos
- Fluxos Turbulentos em Tubos

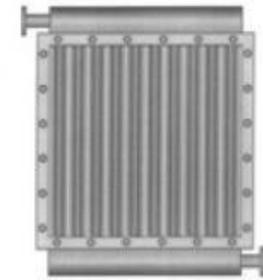
8.1 Introdução

Os líquidos e os gases fluindo por tubulações ou ductos são usados geralmente em sistemas de aquecimento ou de refrigeração. Os fluidos em tais aplicações são forçados a fluir por um ventilador ou por uma bomba através de um tubo suficientemente longo e a realizar transferência de calor desejada. Neste capítulo despende-se particular atenção à determinação do coeficiente de fricção e do coeficiente de transferência de calor por convecção por eles estarem directamente relacionados com a queda de pressão e com a taxa de transferência do calor, respectivamente. Estas grandezas são usadas para determinar a potência de bombagem e o comprimento requerido do tubo.

8.1 Introdução

A maioria dos fluidos, especialmente os líquidos, são transportados em tubulações circulares. Isto acontece porque as tubulações com uma secção transversal circular podem suportar grandes diferenças de pressão entre o interior e o exterior sem nenhuma distorção. As tubulações não circulares são usadas geralmente em sistemas de refrigeração de edifícios onde a diferença de pressão é relativamente pequena e os custos de construção e de instalação são mais baixos. Para uma determinada superfície, o tubo circular garante maior transferência de calor com menor queda de pressão, o que explica a popularidade dos tubos circulares nos equipamentos de transferência de calor.

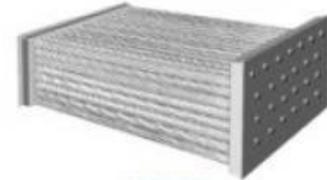
8.1 Introdução



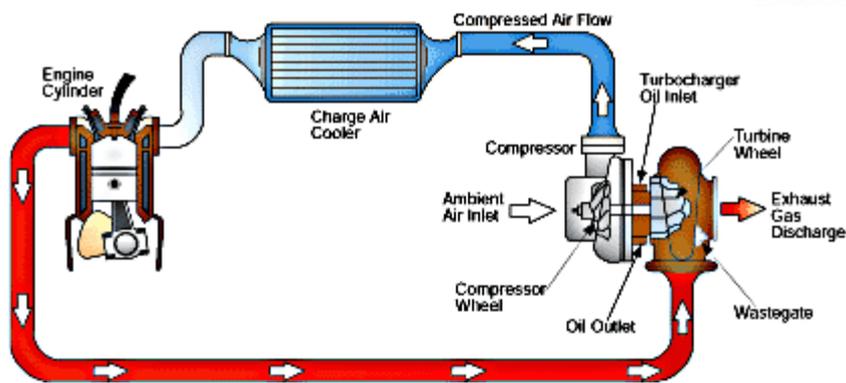
DE PLACAS



DE FILEIRA SIMPLES

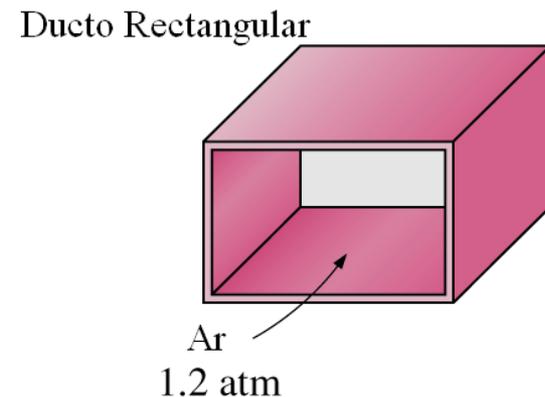
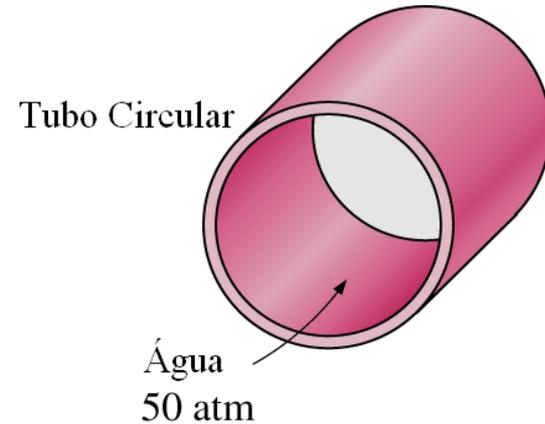


DE BLOCO



8.1 Introdução

Os tubos circulares suportam grandes diferenças de pressão entre o interior e o exterior sem nenhuma distorção, mas as tubulações não circulares não o fazem.



8.2 Temperatura e Velocidade Médias

Na maioria das aplicações práticas, o fluxo de um fluido através de uma tubulação ou ducto pode ser aproximado a unidimensional, e assim supõe-se que as propriedades variam só num sentido (sentido do fluxo). Em consequência, todas as propriedades são uniformes em toda a secção transversal normal ao sentido do fluxo, e supõe-se que as propriedades tenham valores médios maiores na secção transversal. Mas os valores das propriedades numa secção transversal podem variar com o tempo, a menos que o fluxo seja constante.

8.2 Temperatura e Velocidade Médias

No fluxo externo, a velocidade do escoamento livre serviu como velocidade de referência para o uso no cálculo do número de Reynolds e do coeficiente de fricção. No fluxo interno, não há nenhum escoamento livre e assim necessita-se de uma alternativa. A velocidade do fluido num tubo varia de zero na superfície, por não haver deslizamento, até um máximo no centro do tubo. Consequentemente, é conveniente trabalhar-se com uma velocidade média V_m , que se mantém constante no fluxo incompressível quando a área da secção transversal do tubo é constante.

8.2 Temperatura e Velocidade Médias

O valor da velocidade média V_m num tubo é determinado com base no princípio de conservação de massa. Isto é,

$$\dot{m} = \rho V_m A_c = \int_{A_c} \rho V(r, x) dA_c \quad (8.1)$$

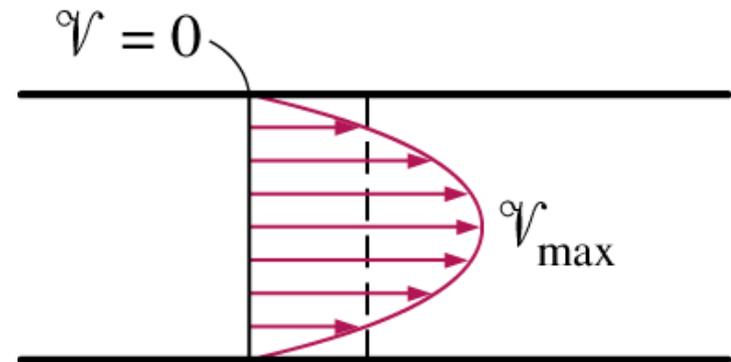
onde \dot{m} é o fluxo mássico, ρ é a massa específica, A_c é a área secção transversal, e $V(r, x)$ o perfil da velocidade. Então a velocidade média para o fluxo incompressível num tubo circular de raio R pode ser expressa como:

$$V_m = \frac{\int_{A_c} \rho V(r, x) dA_c}{\rho A_c} = \frac{\int_0^R \rho V(r, x) 2\pi r dr}{\rho \pi R^2} = \frac{2}{R^2} \int_0^R V(r, x) r dr \quad (8.2)$$

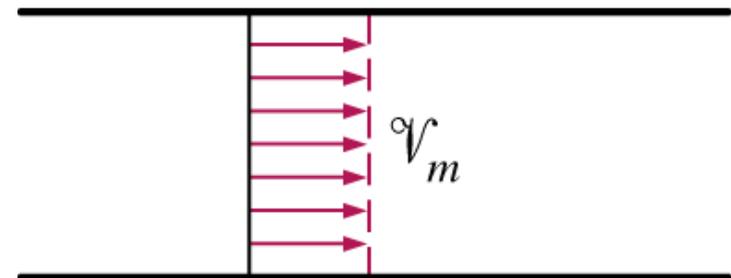
Consequentemente, quando se conhece o fluxo mássico ou o perfil da velocidade, a velocidade média pode ser facilmente determinada.

8.2 Temperatura e Velocidade Médias

Perfis real e ideal de velocidade para o fluxo em um tubo (o fluxo mássico do fluido é o mesmo para ambos os casos).



(a) Real



(b) Ideal

8.2 Temperatura e Velocidade Médias

O valor da temperatura média T_m é determinado do princípio de conservação de energia. Isto é, a energia transportada pelo fluido através de uma secção transversal ao fluxo, deve ser igual à energia que seria transportada através da mesma secção transversal se o fluido estivesse a uma temperatura constante T_m . Isto pode ser expresso matematicamente como:

$$\dot{E}_{\text{fluido}} = \dot{m}C_P T_m = \int_{\dot{m}} \rho C_P T V dA_c \quad (8.3)$$

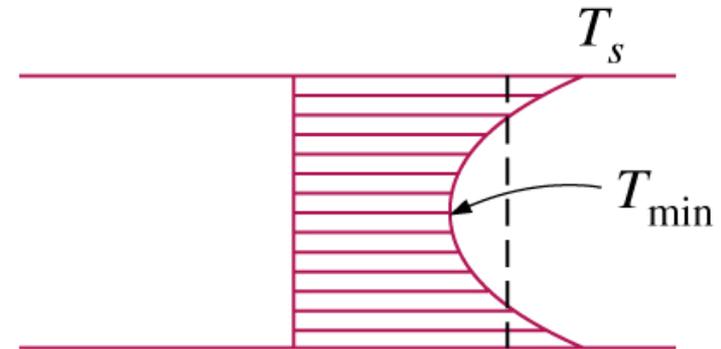
8.2 Temperatura e Velocidade Médias

onde o C_p é o calor específico do fluido. O produto $\dot{m}C_p T_m$ ao longo de toda a secção transversal do tubo, representa o fluxo de energia do fluido nessa secção transversal. A temperatura média de um fluido com massa e calor específicos constantes que escoar por uma tubulação circular de raio R pode ser expressa como:

$$T_m = \frac{\int \dot{m} C_p T \delta \dot{m}}{\dot{m} C_p} = \frac{\int_0^R C_p T (\rho V 2\pi r dr)}{\rho V_m (\pi R^2) C_p} = \frac{2}{V_m R^2} \int_0^R T(r, x) V(r, x) r dr \quad (8.4)$$

8.2 Temperatura e Velocidade Médias

Perfis de temperatura real e ideal para o fluxo num tubo (a taxa de transporte de energia pelo fluido é a mesma para ambos os casos).



(a) Real



(b) Ideal

8.2.1 Fluxos Laminar e Turbulento em tubos

O fluxo num tubo, pode ser laminar ou turbulento, dependendo das condições do escoamento. O fluxo do fluido é laminar a baixa velocidade, mas torna-se turbulento com o aumento da velocidade para além de um valor crítico.

Para o fluxo num tubo circular, o número de Reynolds é definido como:

$$\text{Re} = \frac{\rho V_m D}{\mu} = \frac{V_m D}{\nu} \quad (8.5)$$

8.2.1 Fluxos Laminar e Turbulento em tubos

onde o V_m é a velocidade média do fluido, D é o diâmetro do tubo, e a relação $\nu = \mu/\rho$ é a viscosidade cinemática do fluido. Para o fluxo através de tubos não circulares, o número de Reynolds, o número de Nusselt e o coeficiente de fricção são baseados no D_h diâmetro hidráulico.

$$D_h = \frac{4A_c}{p}$$

8.2.1 Fluxos Laminar e Turbulento em tubos

Onde a A_c é a área da secção transversal do tubo e do p o seu perímetro. O diâmetro hidráulico é definido tal que se reduza ao diâmetro ordinário D para os tubos circulares assim:

$$D_h = \frac{4A_c}{p} = \frac{4\pi D^2/4}{\pi D} = D \quad (8.6)$$

Seria desejável ter valores precisos de números de Reynolds para fluxos laminar, transiente e turbulento, mas na prática é impossível devido ao facto da transição do fluxo laminar para turbulento depender também do grau de distúrbio do fluxo, da aspereza da superfície, das vibrações da tubulação e das flutuações no fluxo. Em condições práticas tem-se:

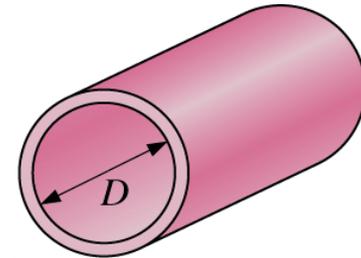
$Re < 2300$	laminar
$2300 \leq Re \leq 10000$	transiente
$Re > 10000$	turbulento

8.2.1 Fluxos Laminar e Turbulento em tubos

O diâmetro hidráulico $D_h = 4Ac/p$ é definido de tal modo que ele reduza qualquer diâmetro para o de tubos circulares.

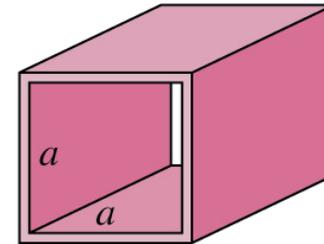
Tubo circular:

$$D_h = \frac{4(\pi D^2/4)}{\pi D} = D$$



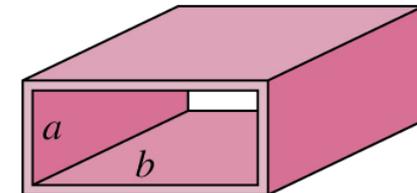
Duto quadrangular:

$$D_h = \frac{4a^2}{4a} = a$$

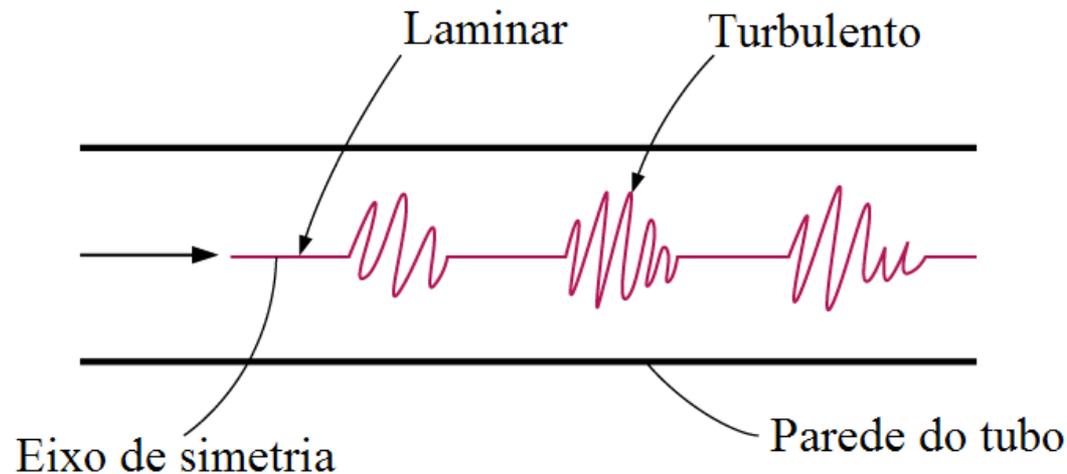


Duto Rectangular:

$$D_h = \frac{4ab}{2(a+b)} = \frac{2ab}{a+b}$$



8.2.1 Fluxos Laminar e Turbulento em tubos

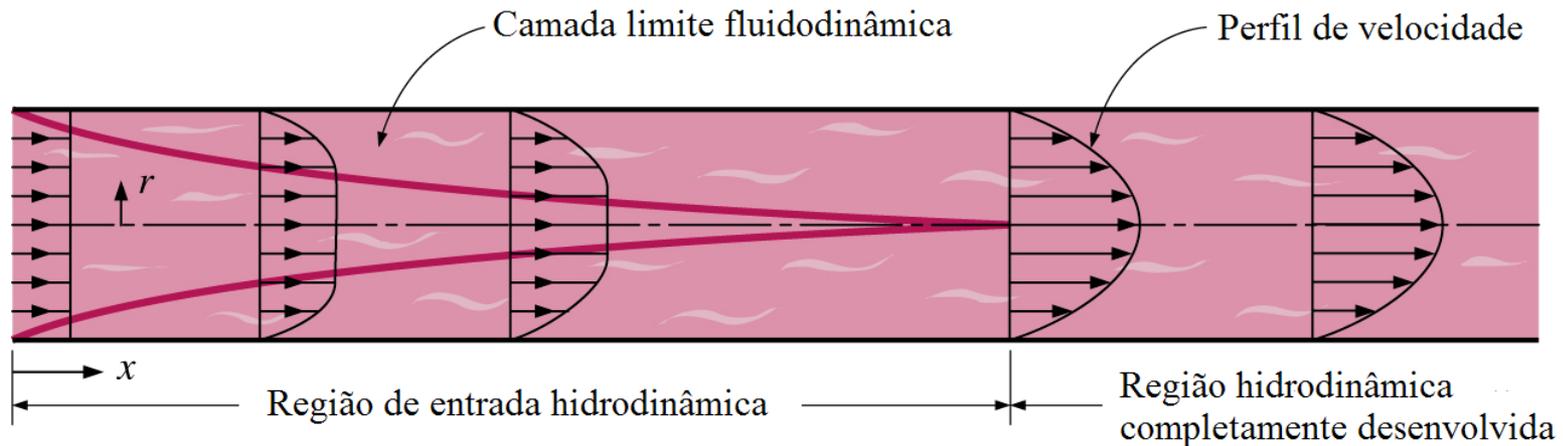


Na região transiente do fluxo, ocorrem intervalos aleatórios de fluxo, entre laminar e turbulento.

8.3 Região de entrada

A região do fluxo na qual a camada limite térmica se desenvolve até atingir o centro do tubo é **chamada região de entrada térmica**, e o comprimento desta região é chamado **comprimento de entrada térmico**. O Fluxo na região de entrada térmica é chamado **fluxo em desenvolvimento térmico** pois esta é a região onde o perfil de temperaturas se desenvolve.

8.3 Região de entrada



Desenvolvimento da camada limite fluidodinâmica num tubo (o perfil médio desenvolvido da velocidade é parabólico no fluxo laminar, mas obtuso no fluxo turbulento).

8.3 Região de entrada

A região em que o fluxo está hidrodinamicamente e termicamente plenamente desenvolvido e assim a os perfis adimensionais de velocidade e de temperatura permanecem constantes é chamada de **fluxo plenamente desenvolvido**. Isto é:

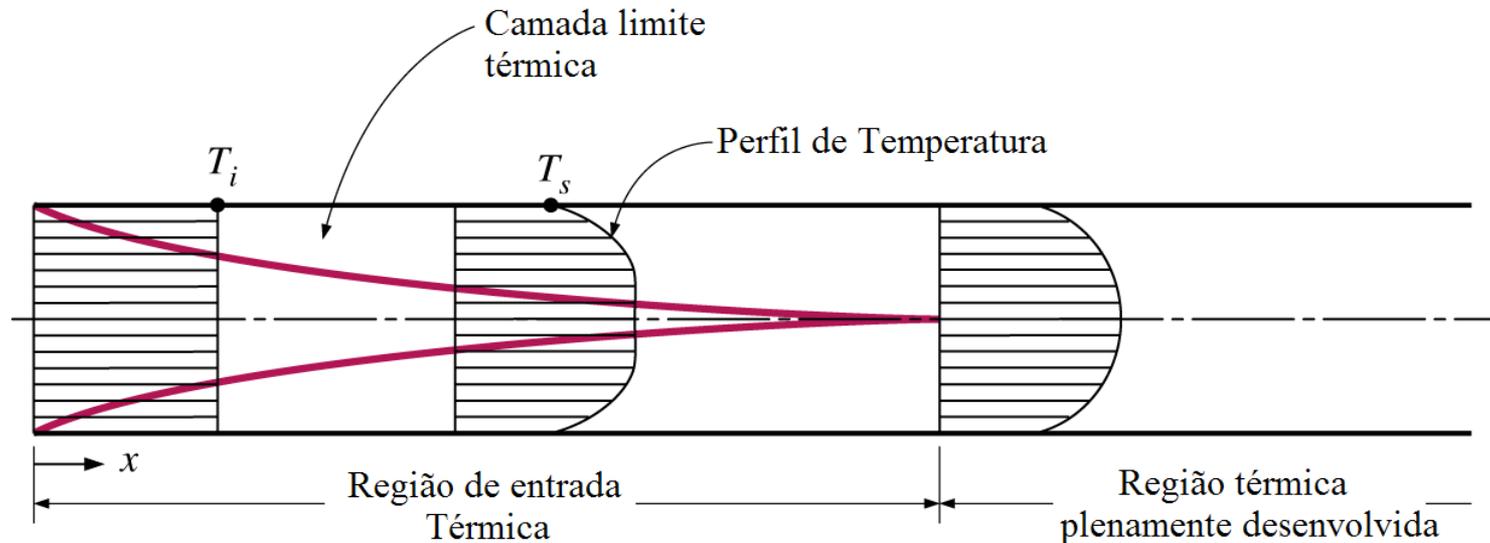
Hidrodinamicamente plenamente desenvolvido:

$$\frac{\partial V(r, x)}{\partial x} = 0 \rightarrow V = V(r) \quad (8.7)$$

Termicamente plenamente desenvolvido

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{T_s(x) - T(r, x)}{T_s(x) - T_m(x)} \right] = 0 \quad (8.8)$$

8.3 Região de entrada



Desenvolvimento da camada limite térmica num tubo (o fluido no tubo encontra-se em arrefecimento).

8.3 Região de entrada

Numa região térmica plenamente desenvolvida, a derivada de $(T_s - T)/(T_s - T_m)$ em relação a x é zero pela definição, e assim $(T_s - T)/(T_s - T_m)$ é independente de x . Então a derivada de $(T_s - T)/(T_s - T_m)$ em relação a r deve também ser independente de x . Isto é,

$$\left. \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{T_s - T}{T_s - T_m} \right) \right|_{r=R} = \frac{-\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R}}{T_s - T_m} \neq f(x) \quad (8.9)$$

O fluxo de calor na superfície pode ser expresso por:

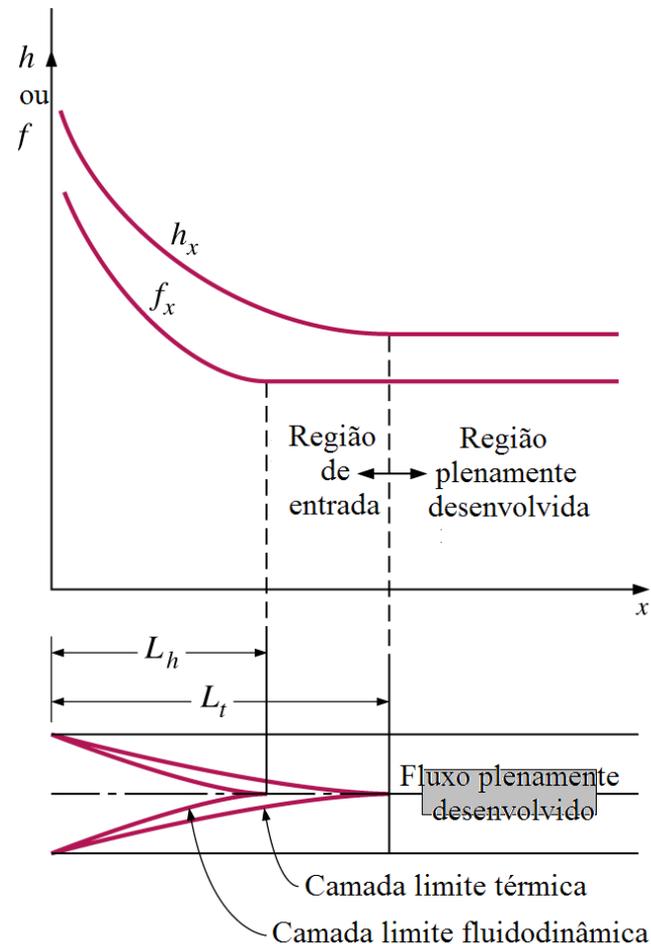
$$\dot{q}_s = h_x (T_s - T_m) = k \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R} \rightarrow h_x = \frac{k \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R}}{T_s - T_m} \quad (8.10)$$

Assim conclui-se que na região térmica plenamente desenvolvida de um tubo, o coeficiente local de convecção é constante (não varia com x).

Conseqüentemente, os coeficientes de fricção e de convecção permanecem constantes na região plenamente desenvolvida de um tubo.

8.3.1 Comprimento de Entrada

Varição do factor de fricção e do coeficiente de transferência de calor por convecção no sentido do fluxo para o escoamento num tubo ($Pr > 1$).



8.3.1 Comprimento de Entrada

O comprimento de entrada hidrodinâmico é geralmente escolhido para estar a uma distância da entrada do tubo onde o coeficiente da fricção alcança aproximadamente 2 por cento do valor plenamente desenvolvido. No fluxo laminar, os comprimentos de entrada hidrodinâmico e térmico são dados aproximadamente como:

$$L_{h,\text{laminar}} \approx 0,05 \text{ Re } D \quad (8.11)$$

$$L_{t,\text{laminar}} \approx 0,05 \text{ Re Pr } D = \text{Pr } L_{h,\text{laminar}} \quad (8.12)$$

Para **Re = 20**, o comprimento hidrodinâmico de entrada tem aproximadamente o valor do diâmetro, mas aumenta linearmente com o aumento da velocidade. No caso limite onde **Re = 2300**, o comprimento hidrodinâmico de entrada é **115D**.

8.3.1 Comprimento de Entrada

Os coeficientes de fricção e de transferência de calor permanecem constantes no fluxo laminar ou turbulento plenamente desenvolvidos, desde que os perfis de velocidade e de temperatura normalizados não variem no sentido do fluxo. O comprimento hidrodinâmico de entrada para o fluxo turbulento pode ser determinado de :

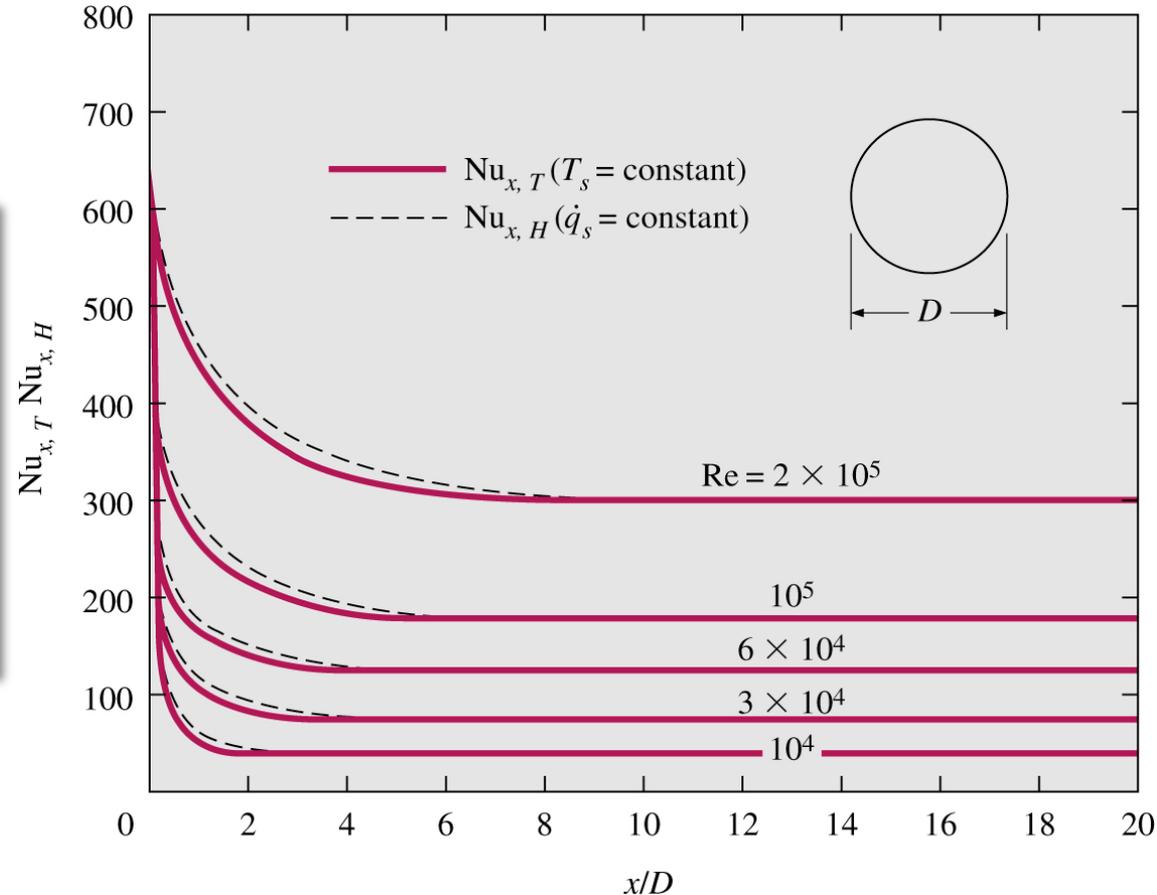
$$L_{h,turbulento} = 1,359 Re^{1/4} \quad (8.13)$$

Na prática, geralmente acredita-se que os efeitos de entrada fazem-se sentir num comprimento do tubo de 10 diâmetros e os comprimentos hidrodinâmico e térmico de entrada são aproximadamente:

$$L_{h,turbulento} \approx L_{t,turbulento} \approx 10D \quad (8.14)$$

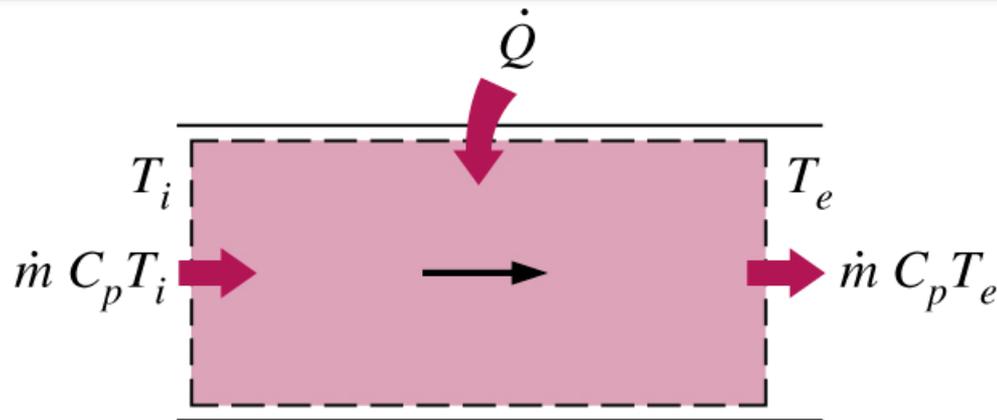
8.3.1 Comprimento de Entrada

Varição do número de Nusselt local ao longo de um tubo no fluxo turbulento, para ambos os casos: temperatura da superfície uniforme e fluxo de calor constante na superfície.



8.4 Análise Térmica no Geral

A transferência de calor para um fluido que escoar por um tubo é igual ao aumento da energia desse fluido.



Balanço de energia:

$$\dot{Q} = \dot{m} C_p (T_e - T_i)$$

8.4 Análise Térmica no Geral

Na ausência de qualquer interacção de trabalho (tais como resistências eléctricas), a equação da conservação de energia para o fluxo constante de um fluido em um tubo pode ser expressa como:

$$\dot{Q} = \dot{m}C_p(T_e - T_i) \quad (\text{W}) \quad (8.15)$$

onde T_i e T_e são as temperaturas médias do fluido na entrada e saída do tubo, respectivamente, e Q é a taxa de transferência de calor de ou para o fluido.

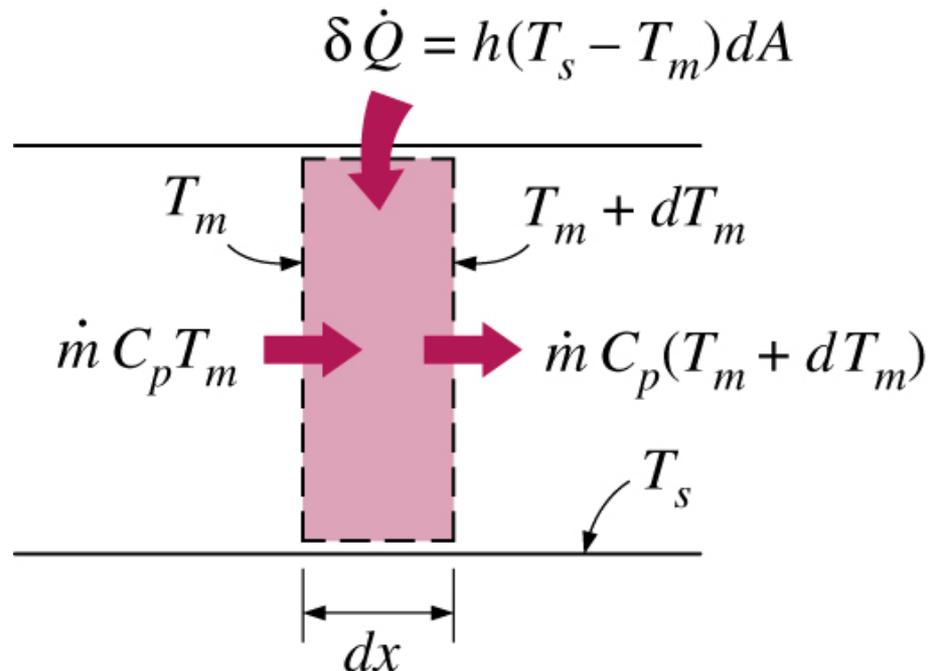
A condição de fluxo de calor constante na superfície, consegue-se quando o tubo é sujeito ao aquecimento por radiação ou por uma resistência eléctrica uniforme em todos os sentidos. O fluxo de calor na superfície é expresso por:

$$\dot{q}_s = h_x(T_s - T_m) \quad (\text{W/m}^2) \quad (8.16)$$

onde o h_x é o coeficiente local de transferência de calor e T_s e T_m são as temperaturas média da superfície e do fluido nessa posição.

8.4.1 Fluxo Constante na Superfície

Interações de energia para um volume de controle diferencial num tubo.



8.4.1 Fluxo Constante na Superfície

No caso em que $\mathbf{q}_s = \text{é constante}$, a taxa de transferência de calor pode também ser expressa como

$$\dot{Q} = \dot{q}_s A_s = \dot{m} C_p (T_e - T_i) \quad (\text{W}) \quad (8.17)$$

Então a temperatura média do fluido na saída do tubo torna-se:

$$T_e = T_i + \frac{\dot{q}_s A_s}{\dot{m} C_p} \quad (8.18)$$

É de notar que a temperatura média do fluido aumenta linearmente no sentido do fluxo, no caso do fluxo de calor constante na superfície, desde que a área da superfície aumente linearmente no sentido do fluxo. A temperatura da superfície, no caso de fluxo de calor constante na superfície \mathbf{q}_s pode ser determinada de:

$$\dot{q}_s = h(T_s - T_m) \rightarrow T_s = T_m + \frac{\dot{q}_s}{h} \quad (8.19)$$

8.4.1 Fluxo Constante na Superfície

A curva da temperatura média do fluido T_m num gráfico de T-x pode ser expressa aplicando-se o balanço de energia em escoamentos em regime permanente num elemento do tubo de espessura dx . Daí:

$$\dot{m}C_p dT_m = \dot{q}_s (pdx) \rightarrow \frac{dT_m}{dx} = \frac{\dot{q}_s p}{\dot{m}C_p} = \text{constante} \quad (8.19)$$

onde p é o perímetro do tubo. Anotando que os q_s e h são constantes, a diferenciação da Equação 8.18 em relação a x dá:

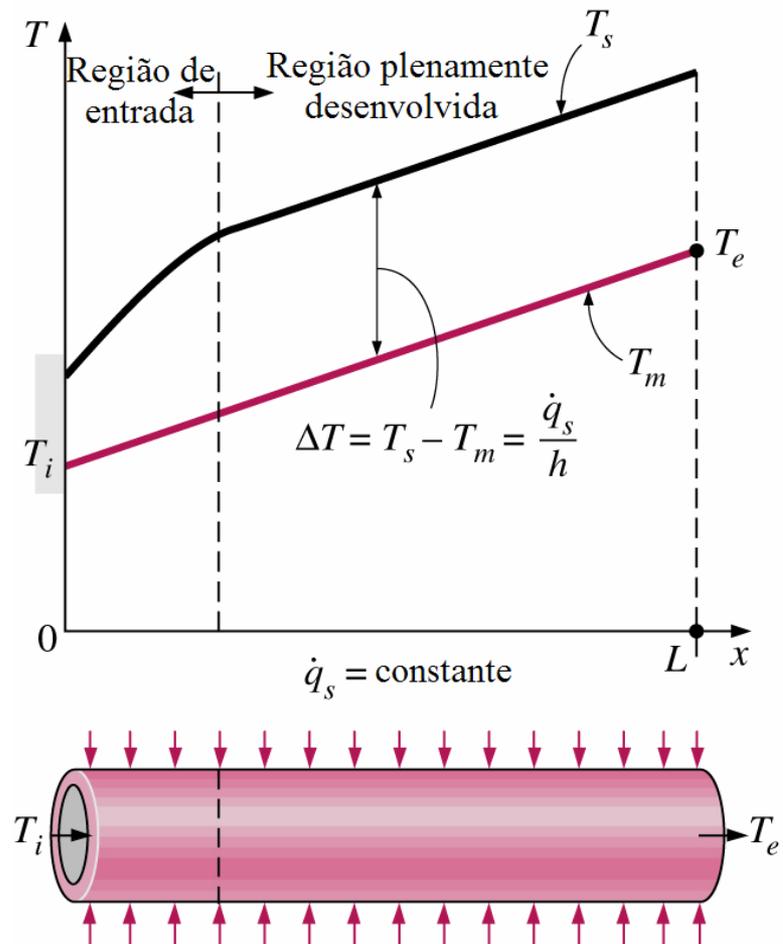
$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{dT_s}{dx} \quad (8.20)$$

Também, a exigência de que o perfil de temperatura adimensional permaneça inalterado na região inteiramente desenvolvida dá:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{T_s - T}{T_s - T_m} \right) = 0 \rightarrow \frac{1}{T_s - T_m} \left(\frac{\partial T_s}{\partial x} - \frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0 \rightarrow \frac{\partial T_s}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x} \quad (8.21)$$

8.4.1 Fluxo Constante na Superfície

Varição da temperatura da superfície do tubo e da temperatura média do fluido ao longo do tubo para o caso do fluxo de calor constante na superfície.



8.4.1 Fluxo Constante na Superfície

desde $T_s - T_m = \text{constante}$. Combinando as Equações 8.19, 8.20, e 8.21 chega-se a:

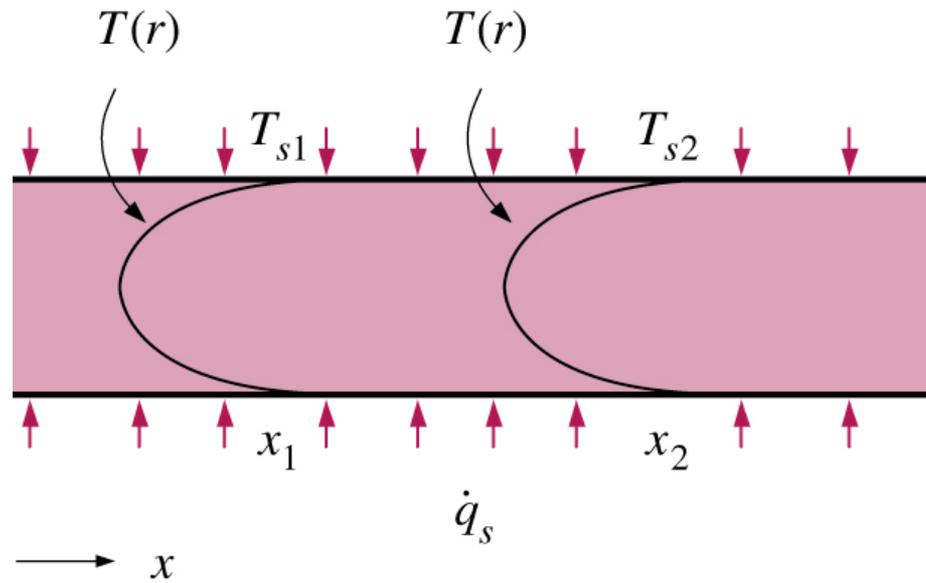
$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_s}{dx} = \frac{dT_m}{dx} = \frac{\dot{q}_s p}{\dot{m} C_p} = \text{constante} \quad (8.22)$$

Para um tubo circular, $p = 2\pi R$ e $\dot{m} = \rho V_m A_c = \rho V_m (\pi R^2)$, e a Equação 8.22 passa a ser:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_s}{dx} = \frac{dT_m}{dx} = \frac{2\dot{q}_s}{\rho V_m C_p R} = \text{constante} \quad (8.23)$$

Onde V_m é a velocidade média do fluido

8.4.1 Fluxo Constante na Superfície



A forma do perfil de temperatura permanece inalterada na região plenamente desenvolvida de um tubo, sujeito ao fluxo de calor constante na superfície .

8.4.2 Temperatura Constante na Superfície

Da lei do resfriamento de Newton, a taxa de transferência de calor de ou para um fluido que escoar por um tubo pode ser expressa como

$$\dot{Q} = hA_s \Delta T_{med} = hA_s (T_s - T_m)_{med} \quad (\text{W}) \quad (8.24)$$

No caso da temperatura da superfície constante a T_{med} pode ser expressa aproximadamente pela diferença média aritmética de temperaturas como:

$$\Delta T_{med} \approx \Delta T_{mar} = \frac{\Delta T_i + \Delta T_e}{2} = \frac{(T_s - T_i) + (T_s - T_e)}{2} = T_s - \frac{T_i + T_e}{2} = T_s - T_b \quad (8.25)$$

O balanço de energia num volume de controle diferencial dá:

$$\dot{m}C_P dT_m = h(T_s - T_m) dA_s \quad (8.26)$$

Isto é, o aumento na energia do fluido (representado pelo aumento da sua temperatura média dT_m) é igual ao calor transferido ao fluido pela superfície do tubo por convecção.

8.4.2 Temperatura Constante na Superfície

É de notar que a área diferencial da superfície é o $dA_s = p dx$, onde p é o perímetro do tubo, e $dT_m = -d(T_s - T_m)$, desde que T_s seja constante, a relação anterior pode ser re-arranjada:

$$\frac{d(T_s - T_m)}{T_s - T_m} = -\frac{hp}{\dot{m}C_p} dx \quad (8.27)$$

Integrando de $x=0$ (entrada do tubo onde $T_m = T_i$) até L (saída do tubo onde $T_m = T_e$)

$$\ln \frac{T_s - T_e}{T_s - T_i} = -\frac{hA_s}{\dot{m}C_p} \quad (8.28)$$

8.4.2 Temperatura Constante na Superfície

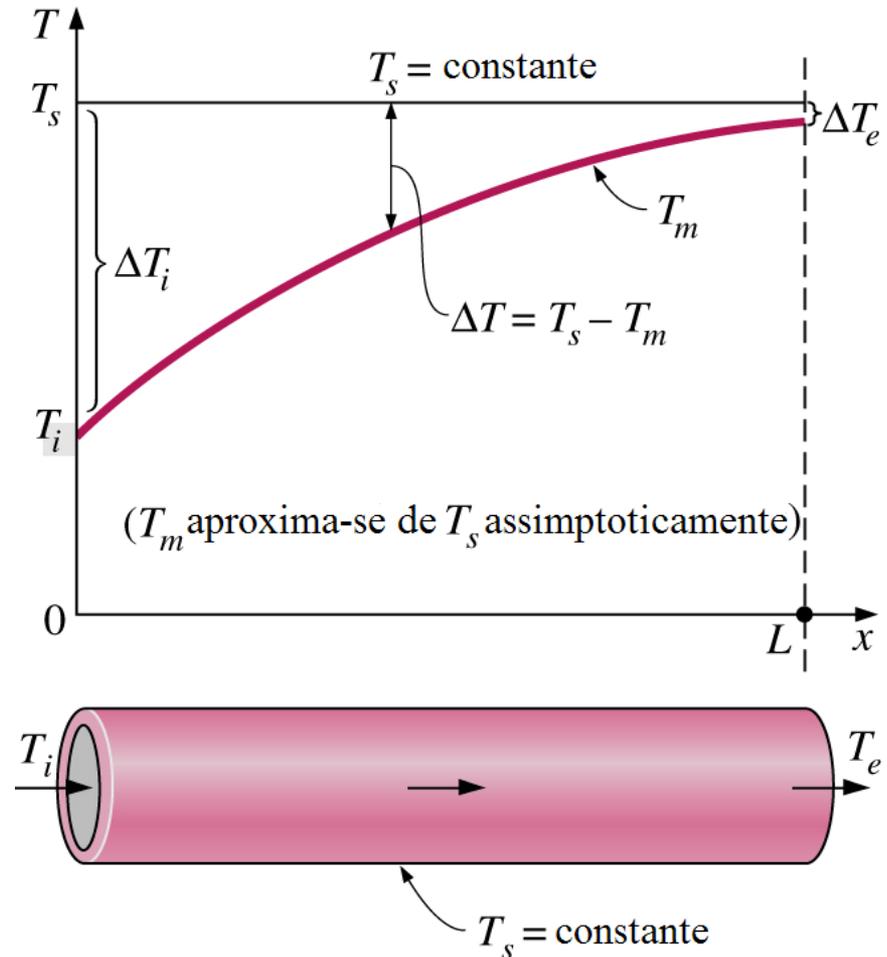
onde $A_s = \pi L$ é a área da superfície do tubo e h é o coeficiente médio constante de transferência de calor por convecção.

Logaritmizando ambos os lados e resolvendo em função de T_e obtém-se a seguinte relação, muito útil, para a determinação da temperatura média do fluido na saída do tubo:

$$T_e = T_s - (T_s - T_i) \exp(-hA_s / \dot{m}C_P) \quad (8.29)$$

8.4.2 Temperatura Constante na Superfície

Varição da temperatura média do fluido ao longo de um tubo, para o caso de temperatura constante.



8.4.2 Temperatura Constante na Superfície

É de notar que a diferença de temperatura entre o fluido e a superfície decai exponencialmente no sentido do fluxo, e a taxa da queda depende do valor do expoente hA_x/mC_p . Este parâmetro adimensional é chamado o número de unidades de transferência, denominado **NUT**, e é uma dimensão que caracteriza a eficácia dos sistemas de transferência do calor.

Resolvendo a Equação 8.29 para mC_p obtém-se:

$$\dot{m}C_p = -\frac{hAs}{\ln[(T_s - T_e)/(T_s - T_i)]} \quad (8.30)$$

Substituindo na Equação 8.17 obtém-se

$$\dot{Q} = hA_s \Delta T_{\ln} \quad (8.31)$$

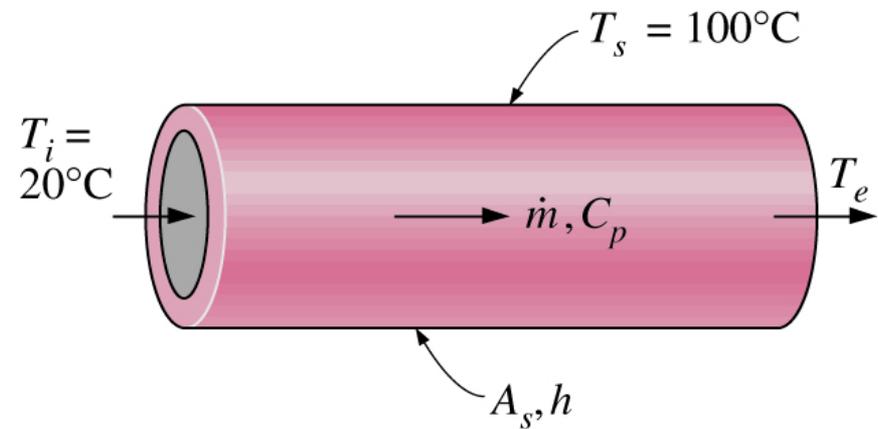
Onde:

$$\Delta T_{\ln} = \frac{T_i - T_e}{\ln[(T_s - T_e)/(T_s - T_i)]} = \frac{\Delta T_e - \Delta T_i}{\ln(\Delta T_e / \Delta T_i)} \quad (8.32)$$

Que é a **temperatura média logarítmica**

8.4.2 Temperatura Constante na Superfície

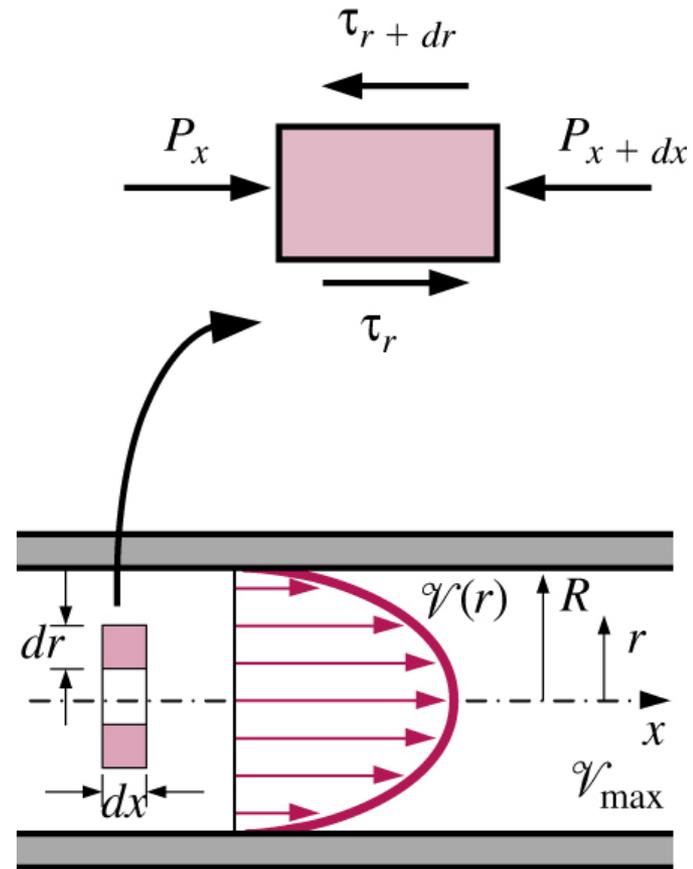
Um NUT maior que 5 indica que o fluido que escoar por um tubo alcançará a temperatura da superfície na saída, independentemente da temperatura de entrada.



$NTU = hA_s / \dot{m}C_p$	$T_e, ^\circ\text{C}$
0.01	20.8
0.05	23.9
0.10	27.6
0.50	51.5
1.00	70.6
5.00	99.5
10.00	100.0

8.5 Escoamentos Laminares em Tubos

Diagrama livre de um elemento fluido de um corpo cilíndrico de raio r , espessura dr e de comprimento dx orientado axialmente, num tubo horizontal num fluxo constante plenamente desenvolvido.



8.5 Escoamentos Laminares em Tubos

O elemento do volume envolve somente a pressão e os efeitos viscosos, assim as forças da pressão e de corte devem balançar-se. O balanço da força no elemento do volume no sentido de fluxo dá:

$$(2\pi r dr P)_x - (2\pi r dr P)_{x+dx} + (2\pi r dx \tau)_r - (2\pi r dx \tau)_{r+dr} = 0 \quad (8.33)$$

que indica que no fluxo plenamente desenvolvido num tubo, as forças viscosas e de pressão balançam-se. Dividindo por $2\pi r dr dx$ e organizando,

$$r \frac{P_{x+dx} - P_x}{dx} + \frac{(r\tau)_{x+dx} - (r\tau)_r}{dr} = 0 \quad (8.34)$$

calculando o limite quando dr e $dx \rightarrow 0$

$$r \frac{dP}{dx} + \frac{d(r\tau)}{dr} = 0 \quad (8.35)$$

Substituindo $\tau = -\mu(dV/dr)$ e organizando os termos tem-se:

$$\frac{\mu}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dV}{dr} \right) = \frac{dP}{dx} \quad (8.36)$$

8.5 Escoamentos Laminares em Tubos

Resolvendo a equação anterior e organizando os termos consegue-se:

$$V(r) = \frac{1}{4\mu} \left(\frac{dP}{dx} \right) + C_1 \ln r + C_2 \quad (8.37)$$

Aplicando as condições de contorno $\partial V / \partial r = 0$ em $r = 0$ e $V = 0$ em $r = R$ obtém-se:

$$V(r) = \frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{dP}{dx} \right) \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad (8.38)$$

A velocidade média obtém-se da sua definição, substituindo a Equação 8.39 na 8.2 e fazendo a integração o que resulta em:

$$V_m = \frac{2}{R^2} \int_0^R V r dr = \frac{-2}{R^2} \int_0^R \frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{dP}{dx} \right) \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) r dr = -\frac{R^2}{8\mu} \left(\frac{dP}{dx} \right) \quad (8.39)$$

8.5 Escoamentos Laminares em Tubos

Combinando as duas últimas expressões o perfil de velocidades passa a ser:

$$V(r) = 2V_m \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad (8.40)$$

A velocidade máxima ocorre na linha de simetria e é determinada pela Equação 8.40 substituindo $r = 0$

$$V_{\max} = 2V_m \quad (8.41)$$

Uma das grandezas de interesse na análise do escoamentos no interior de tubos são as perdas de pressão que estão directamente ligadas a potência de bombeamento. É de notar que $dP/dx = \text{constante}$ ao longo do tubo e integrando desde $x = 0$ onde a pressão é P_1 até $x = L$ onde a pressão é P_2 obtém-se:

$$\frac{dP}{dx} = \frac{P_2 - P_1}{L} = -\frac{\Delta P}{L} \quad (8.42)$$

8.5.1 Perdas de Pressão

Substituindo a Equação 8.41 na equação da Velocidade média 8.38, a perda de pressão pode escrever-se como:

$$\text{Fluxo laminar} \quad \Delta P = \frac{8\mu L V_m}{R^2} = \frac{32\mu L V_m}{D^2} \quad (8.43)$$

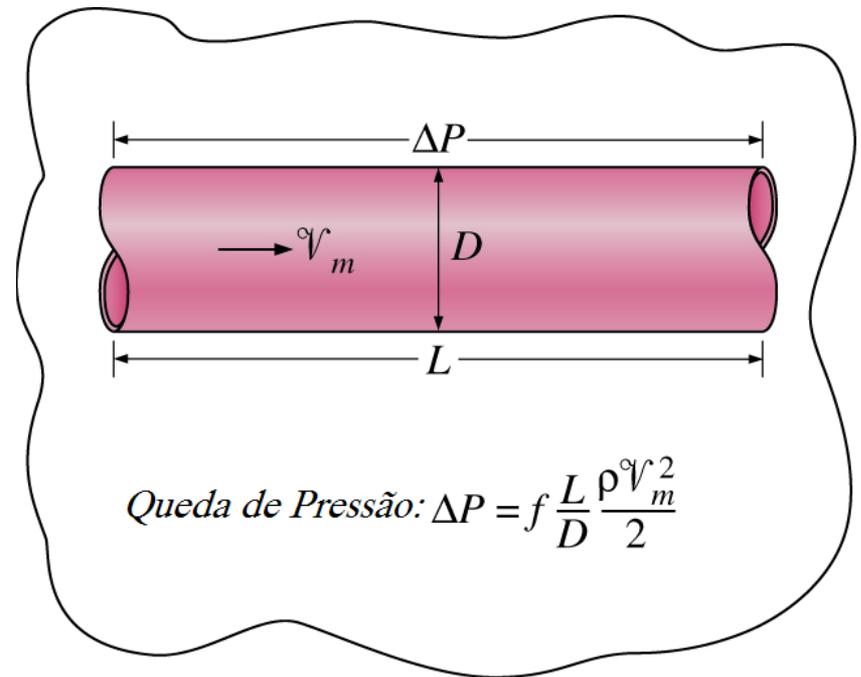
Na prática torna-se conveniente expressar a perda de pressão para todos os tipos de fluxo como:

$$\Delta P = f \frac{L}{D} \frac{\mu V_m^2}{2} \quad (8.44)$$

Onde f é o coeficiente de fricção adimensional

8.5.1 Perdas de Pressão

A relação da perda de pressão é uma das mais conhecidas da mecânica dos fluidos, e é válida para fluxos laminares e turbulentos, em tubulações circulares e não circulares e para superfícies lisas ou rugosas.



8.5.1 Perdas de Pressão

Igualando as Equações 8.42 e 8.43 obtém-se o coeficiente de fricção f para um escoamento laminar plenamente desenvolvido num tubo de secção circular

Tubo circular, laminar

$$f = \frac{64\mu}{\rho D V_m} = \frac{64}{\text{Re}} \quad (8.45)$$

Conhecida a perda de carga, a potência de bombeamento é determinada de:

$$\dot{W}_{bomb} = \dot{V} \Delta P \quad (8.46)$$

Onde \mathbf{V} é o fluxo volumétrico do escoamento e expressa-se pela seguinte fórmula:

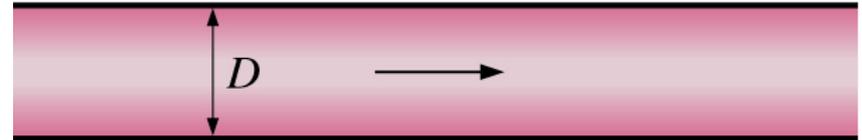
$$\dot{V} = V_{med} A_c = \frac{\Delta P R^2}{8\mu L} \pi R^2 = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8\mu L} = \frac{\pi D^4 \Delta P}{128\mu L} \quad (8.47)$$

Esta equação é conhecida como a **Lei de Poiseuille**

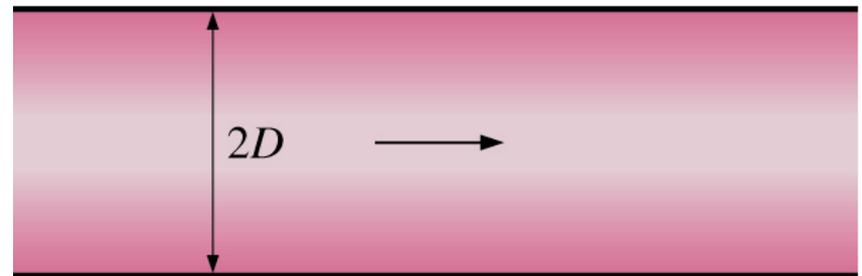
8.5.1 Perdas de Pressão

A potência de bombeamento para um sistema com fluxo laminar, pode ser reduzida em 16 vezes duplicando o diâmetro da tubulação.

$$\dot{W}_{\text{bomb}} = 16 \text{ W}$$

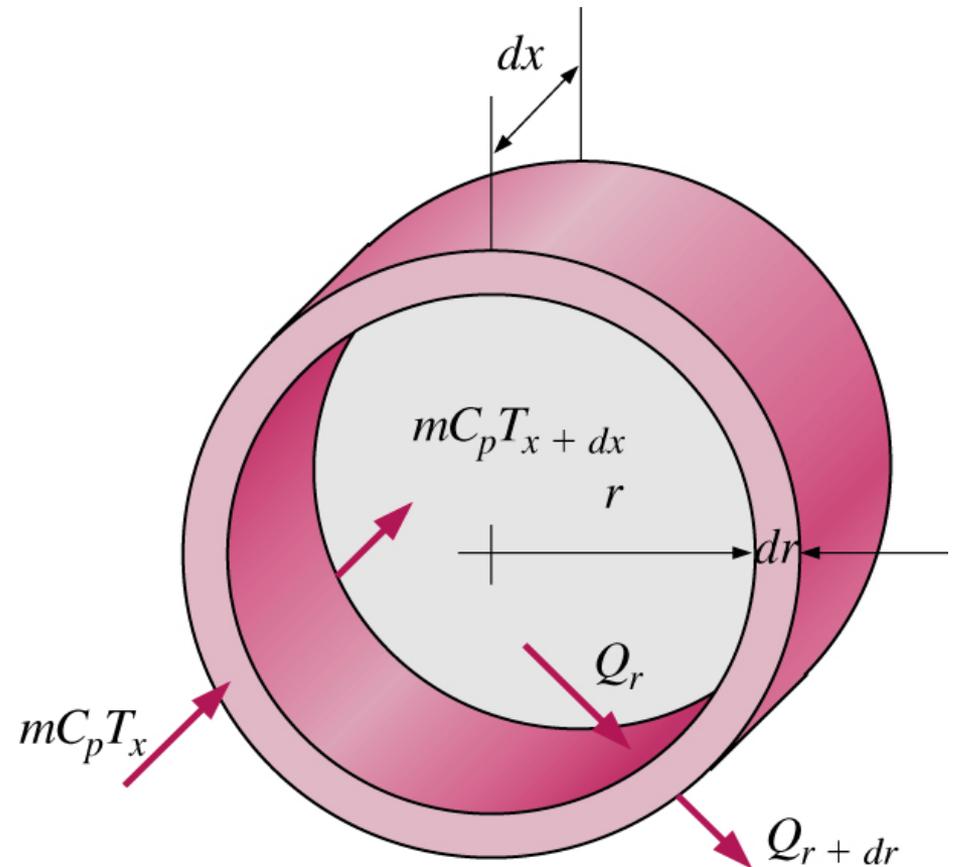


$$\dot{W}_{\text{bomb}} = 1 \text{ W}$$



8.5.2 Perfil de Temperaturas e Número de Nusselt

Elemento diferencial do volume de controle usado na derivação da equação de balanço de energia.



8.5.2 Perfil de Temperaturas e Número de Nusselt

O balanço de energia em regime estacionário para um elemento cilíndrico de espessura dr e comprimento dx pode ser expresso por:

$$\dot{m}C_p T_x - \dot{m}C_p T_{x+dx} + \dot{Q}_r - \dot{Q}_{r+dr} = 0 \quad (8.48)$$

Onde $\dot{m} = \rho V A_c = \rho V (2\pi r dr)$. Substituindo e dividindo por $2\pi r dr dx$ depois de organizar os termos obtém-se:

$$\rho C_p V \frac{T_{x+dx} - T_x}{dx} = - \frac{1}{2\pi r dx} \frac{\dot{Q}_{r+dr} - \dot{Q}_r}{dr} \quad (8.49)$$

ou

$$V \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{2\rho C_p \pi r dx} \frac{\partial \dot{Q}}{\partial r} \quad (8.50)$$

Onde usou-se a definição da derivada

8.5.2 Perfil de Temperaturas e Número de Nusselt

Se escrever-se:

$$\frac{\partial \dot{Q}}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left(-k2\pi r dx \frac{\partial T}{\partial r} \right) = -2\pi k dx \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (8.51)$$

substituir-se e usar-se $\alpha = k/\rho C_p$ obtém-se:

$$V \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\alpha}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (8.52)$$

Que significa que a taxa de energia transferida ao volume de controle pelo fluxo mássico é igual a taxa de calor conduzido na direcção radial

8.5.3 Fluxo Constante na Superfície

Para um fluxo plenamente desenvolvido num tubo circular sujeito a um fluxo de calor constante na superfície da Equação 8.25 obtém-se:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_s}{dx} = \frac{dT_m}{dx} = \frac{2\dot{q}_s}{\rho V_m C_P R} = \text{constante} \quad (8.53)$$

Substituindo a Equação 8.52 e a relação para o perfil de velocidades, Equação 8.39, na Equação 8.51 obtém-se:

$$\frac{4\dot{q}_s}{kR} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) \quad (8.54)$$

Que é uma equação diferencial ordinária de segunda ordem.

8.5.3 Fluxo Constante na Superfície

A solução geral obtém-se separando as variáveis e integrando duas vezes:

$$T = \frac{\dot{q}_s}{kR} \left(r^2 - \frac{r^2}{4R^2} \right) + C_1 r + C_2 \quad (8.55)$$

A solução particular do problema obtém-se aplicando as condições de contorno $\partial \mathbf{T} / \partial \mathbf{x} = \mathbf{0}$ em $r = 0$ e $\mathbf{T} = \mathbf{T}_s$ em $r = R$ assim:

$$T = T_s - \frac{\dot{q}_s R}{k} \left(\frac{3}{4} - \frac{r^2}{R^2} - \frac{r^4}{4R^4} \right) \quad (8.56)$$

A temperatura média \mathbf{T}_m é determinada substituindo as relações para os perfis de velocidade e de temperatura, Equações 8.40 e 8.55 na 8.4 e fazendo as respectivas integrações, o que dá:

$$T_m = T_s - \frac{11}{24} \frac{\dot{q}_s R}{k} \quad (8.58)$$

8.5.3 Fluxo Constante na Superfície

Combinando a relação anterior com $q_s = h(T_s - T_m)$ obtém-se:

$$h = \frac{24}{11} \frac{k}{R} = \frac{48}{11} \frac{k}{D} = 4,36 \frac{k}{D} \quad (8.57)$$

ou

Tubo circular, laminar ($q = \text{constante}$) $Nu = \frac{hD}{k} = 4,36 \quad (8.58)$

No fluxo laminar, numa região plenamente desenvolvida de um tubo circular sujeito a um fluxo de calor constante o número de Nusselt é constante. Não depende dos números de Prandtl ou de Reynolds

8.5.4 Superfície com Temperatura Constante

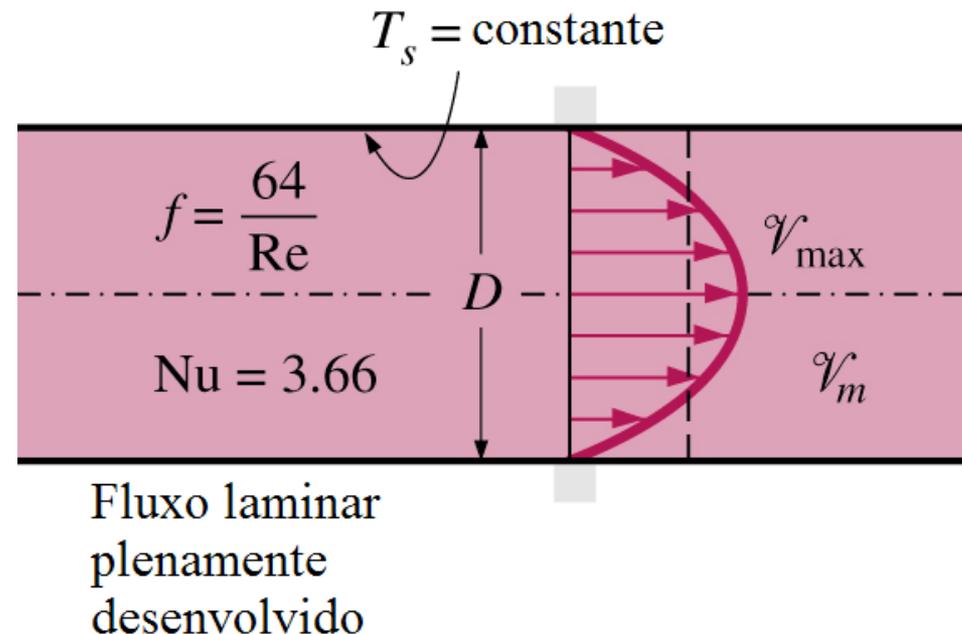
Análise similar pode-se fazer para o fluxo laminar plenamente desenvolvido num tubo circular para o caso de temperatura constante da superfície T_s . O procedimento da solução neste caso é mais complexo porque requer iterações, mas a relação do número de Nusselt obtida é igualmente simples

$$Nu = \frac{hD}{k} = 3,66 \quad (8.59)$$

O coeficiente de condutibilidade térmica k para o uso na relação de Nu acima, deve ser avaliado a temperatura média do escoamento no volume, que é a média aritmética das temperaturas médias do fluido na entrada e na saída do tubo. Para o fluxo laminar, o efeito da aspereza da superfície no factor da fricção e no coeficiente de transferência de calor são desprezíveis.

8.5.5 Superfície com Temperatura Constante

No fluxo laminar num tubo com temperatura da superfície constante, os coeficientes de fricção e de transferência de calor permanecem constantes na região plenamente desenvolvida.

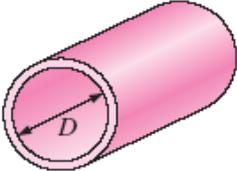
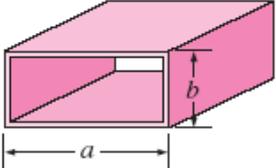
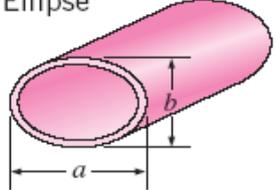
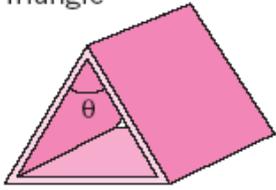


8.5.5 Fluxo Laminar em Tubos Não Circulares

O coeficiente de fricção f e o número de Nusselt são dados tabelados para o fluxo laminar inteiramente desenvolvido em tubos de diferentes secções transversais. Os números de Reynolds e de Nusselt para o fluxo nestes tubos, baseiam-se no diâmetro hidráulico $D_h = 4A_c / p$, onde a A_c é a área secção transversal do tubo e p é o seu perímetro. Uma vez que o número de Nusselt seja conhecido, o coeficiente de transferência de calor por convecção é determinado de $h = kNu/D_h$.

Número de Nusselt e coeficiente de fricção para o fluxo laminar plenamente desenvolvido em tubos de diferentes secções transversais

Nusselt number and friction factor for fully developed laminar flow in tubes of various cross sections ($D_h = 4A_c/p$, $Re = v_m D_h/\nu$, and $Nu = hD_h/k$)

Tube Geometry	a/b or θ°	Nusselt Number		Friction Factor f
		$T_s = \text{Const.}$	$\dot{q}_s = \text{Const.}$	
Circle 	—	3.66	4.36	64.00/Re
Rectangle 	a/b 1 2 3 4 6 8 ∞	2.98 3.39 3.96 4.44 5.14 5.60 7.54	3.61 4.12 4.79 5.33 6.05 6.49 8.24	56.92/Re 62.20/Re 68.36/Re 72.92/Re 78.80/Re 82.32/Re 96.00/Re
Ellipse 	a/b 1 2 4 8 16	3.66 3.74 3.79 3.72 3.65	4.36 4.56 4.88 5.09 5.18	64.00/Re 67.28/Re 72.96/Re 76.60/Re 78.16/Re
Triangle 	θ 10° 30° 60° 90° 120°	1.61 2.26 2.47 2.34 2.00	2.45 2.91 3.11 2.98 2.68	50.80/Re 52.28/Re 53.32/Re 52.60/Re 50.96/Re

8.5.6 Fluxo laminar plenamente desenvolvido na Região de entrada

Para um tubo circular de comprimento L sujeito a temperatura constante na superfície, o número médio de Nusselt na região de entrada térmica pode ser determinado de:

Região de entrada laminar

$$Nu = 3,66 + \frac{0,065(D/L)Re Pr}{1 + 0,04[(D/L)Re Pr]^{2/3}} \quad (8.60)$$

Quando a diferença entre as temperaturas da superfície e do fluido é grande, é necessário tomar em conta a variação da viscosidade com a temperatura. O número médio de Nusselt para o fluxo laminar plenamente desenvolvido num tubo circular pode ser determinado de:

$$Nu = 1,86 \left(\frac{Re Pr D}{L} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu_b}{\mu_s} \right)^{0,14} \quad (8.61)$$

O número médio de Nusselt para a região térmica de entrada do fluxo entre placas paralelas isotérmicas de comprimento L é expresso por:

$$Nu = 7,54 + \frac{0,03(D_h/L)Re Pr}{1 + 0,016[(D_h/L)Re Pr]^{2/3}} \quad Re \leq 2800 \quad (8.62)$$

8.6 Fluxos Turbulentos em Tubos

Para tubos lisos, o coeficiente de fricção em escoamentos turbulentos pode ser determinado da primeira equação explícita de Petukhov

$$f = (0,790 \ln Re - 1,64)^{-2} \quad 10^4 < Re < 10^6 \quad (8.63)$$

O número de Nusselt em fluxos turbulentos é relacionado ao coeficiente de fricção pela analogia de Chilton-Coburn

$$Nu = 0,125 f Re Pr^{1/3} \quad (8.64)$$

Para o fluxo turbulento plenamente desenvolvido em tubos lisos, uma relação simples para o número de Nusselt pode ser obtida substituindo a relação simples exponencial $f = 0.184 Re^{-0.2}$ do coeficiente de fricção na Equação. 8.64.

$$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{1/3} \quad \left(\begin{array}{l} 0,7 \leq Pr \leq 160 \\ Re > 10000 \end{array} \right) \quad (8.65)$$

chamada **equação de Colburn**

8.6 Fluxos Turbulentos em Tubos

A precisão da equação de Colburn pode ser melhorada modificando-a para a forma:

$$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^n \quad (8.66)$$

onde $n = 0,4$ para o aquecimento e $0,3$ para o arrefecimento do fluído que escoo pelo tubo. Esta equação é conhecida como a equação de Dittus-Boelter [Dittus e Boelter (1930)] e é mais usual que a equação de Colburn. As propriedades do fluído são avaliadas na temperatura média do fluido $T_b = (T_i + T_e)/2$. Quando a diferença da temperatura entre o fluído e a parede é muito grande, pode ser necessário usar um factor da correcção para ter em conta a diferença da viscosidade perto da parede e no centro do tubo.

8.6 Fluxos Turbulentos em Tubos

As relações do número de Nusselt acima apresentadas são razoavelmente simples, mas podem dar erros de até 25 por cento. Este erro pode ser reduzido consideravelmente a menos de 10 por cento usando relações mais complexas mas mais exactas tais como a segunda equação de Petukhov expressada como

$$Nu = \frac{(f/8)Re Pr}{1,07 + 12,7(f/8)^{0,5} \left(Pr^{2/3} - 1 \right)} \quad \left(\begin{array}{l} 0,5 \leq Pr \leq 2000 \\ 10^4 < Re < 5 \times 10^6 \end{array} \right) \quad (8.67)$$

A precisão desta relação em números baixos de Reynolds é melhorada modificando-a para [Gnielinski (1976)]

$$Nu = \frac{(f/8)(Re-1000)Pr}{1,07 + 12,7(f/8)^{0,5} \left(Pr^{2/3} - 1 \right)} \quad \left(\begin{array}{l} 0,5 \leq Pr \leq 2000 \\ 3 \times 10^3 < Re < 5 \times 10^6 \end{array} \right) \quad (8.68)$$

8.6 Fluxos Turbulentos em Tubos

As relações apresentadas não se aplicam aos metais fluídos por causa de seus números de Prandtl muito baixos. Para metais fluídos ($0.004 < Pr < 0.01$), são recomendadas as seguintes relações por Sleicher e por Rouse para $10^4 < Re < 10^6$:

$$\text{Metais líquidos } T_s = \text{constante} \quad Nu = 4,8 + 0,0156 Re^{0,85} Pr_s^{0,93} \quad (8.69)$$

$$\text{Metais líquidos } q_s = \text{constante} \quad Nu = 6,3 + 0,0167 Re^{0,85} Pr_s^{0,93} \quad (8.70)$$

onde o subscrito **s** indica que o número de Prandtl deve ser avaliado a temperatura da superfície.

8.6.1 Superfícies Rugosas

Toda a irregularidade ou aspereza na superfície perturbam a subcamada laminar, e afectam o fluxo. Consequentemente, ao contrário do fluxo laminar, o factor de fricção e o coeficiente de convecção no fluxo turbulento são grandes funções da aspereza de superfície. O coeficiente de fricção no fluxo turbulento plenamente desenvolvido depende do número de Reynolds e da aspereza relativa ϵ/D . Em 1939, C. F. Colebrook combinou todos os dados do factor de fricção para os fluxos transiente e turbulento tubulações lisas como também ásperas na seguinte relação implícita sabida como a equação de Colebrook.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2,0 \log \left(\frac{\epsilon/D}{3,7} + \frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right) \quad (\text{fluxo turbulento}) \quad (8.71)$$

8.6.1 Superfícies Rugosas

A equação de Colebrook é implícita para f , assim a determinação do coeficiente de fricção requer tediosas iterações, a menos que seja usado um **solver**. Uma relação explícita aproximada para f foi dada por S. E. Haaland em 1983 :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} \approx -1,8 \log \left[\frac{6,9}{\text{Re}} + \left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} \right)^{1,11} \right] \quad (8.72)$$

8.6.1 Superfícies Rugosas

O coeficiente de fricção é mínimo para as tubulações lisas e aumenta com o grau de rugosidade das mesmas.

Relative Roughness, ϵ/L	Friction Factor, f
0.0*	0.0119
0.00001	0.0119
0.0001	0.0134
0.0005	0.0172
0.001	0.0199
0.005	0.0305
0.01	0.0380
0.05	0.0716

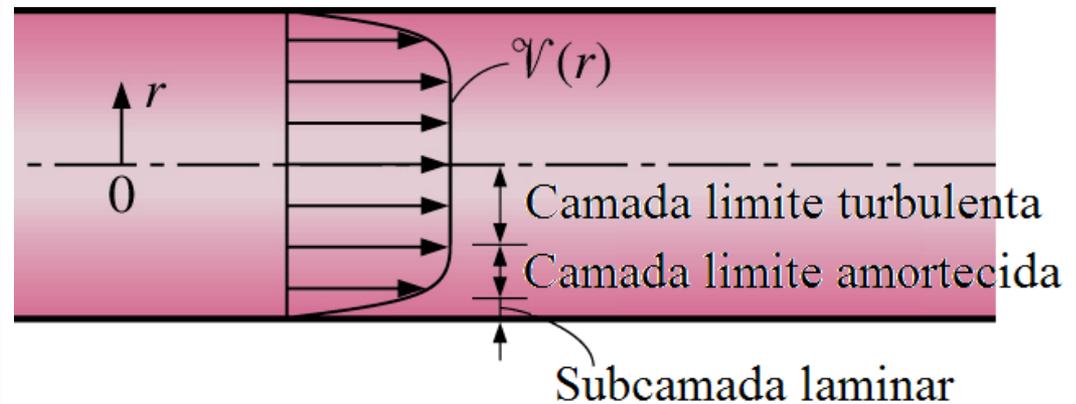
*Smooth surface. All values are for $Re = 10^6$, and are calculated from Eq. 8-73.

8.6.2 Fluxos Turbulentos Plenamente Desenvolvidos na Região de Entrada

Os comprimentos de entrada para o fluxo turbulento são tipicamente curtos, frequentemente são apenas 10 diâmetros do tubo, e assim o número de Nusselt determinado para o fluxo turbulento plenamente desenvolvido, pode ser usado por aproximação para todo o tubo. Esta aproximação simples dá resultados razoáveis para a perda de pressão e transferência de calor em tubos longos e resultados conservadores para os curtos.

8.6.2 Fluxos Turbulentos Plenamente Desenvolvidos na Região de Entrada

No fluxo turbulento, o perfil de velocidades é quase uma linha recta na região central, e todos os gradientes significativos da velocidade ocorrem na subcamada viscosa.



8.6.3 Fluxo através do Anulo de um Tubo

Alguns equipamentos simples de transferência de calor consistem em dois tubos concêntricos, e são chamados de trocadores de calor de tubo duplo. Em tais dispositivos, um fluido corre através do tubo quando o outro através do espaço anular.

Considere-se um anulo concêntrico de diâmetros interno D_i e externo D_o . O diâmetro hidráulico do anulo é:

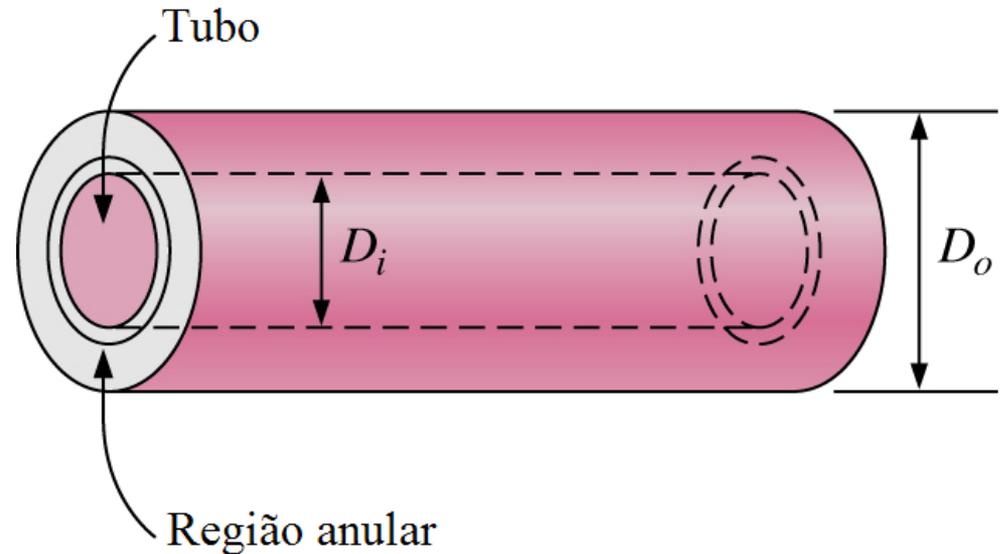
$$D_h = \frac{4Ac}{p} = \frac{4\pi(D_o^2 - D_i^2)}{\pi(D_o + D_i)} = D_o - D_i \quad (8.73)$$

Quando o número de Nusselt é conhecido o coeficiente de transferência de calor por convecção determina-se de:

$$Nu_i = \frac{h_i D_h}{k} \quad \text{e} \quad Nu_o = \frac{h_o D_h}{k} \quad (8.74)$$

8.6.3 Fluxo através do Anulo de um Tubo

Trocador de calor de tubo duplo que consiste em dois tubos concêntricos.



8.6.3 Fluxo através do Anulo de um Tubo

O fluxo anular está associado a dois números de Nusselt: Nu_i para a superfície interior do tubo e Nu_o para a superfície exterior, uma vez que pode envolver a transferência de calor em ambas as superfícies. Os números de Nusselt para o fluxo laminar plenamente desenvolvido, com uma superfície isotérmica e adiabática encontram-se apresentados na tabela.

D_i/D_o	Nu_i	Nu_o
0,00	-	3,66
0,05	17,46	4,06
0,10	11,56	4,11
0,25	7,37	4,23
0,50	5,74	4,43
1,00	4,86	4,86

8.6.3 Fluxo através do Anulo de um Tubo

Para melhorar a precisão dos números de Nusselt obtidos das relações para o fluxo anular, Petukhov e o Roizen recomendam multiplicá-los pelos seguintes factores de correcção, quando uma das paredes do tubo é adiabática e a transferência de calor faz-se através da outra parede:

$$F_i = 0,86 \left(\frac{D_i}{D_o} \right)^{-0,16} \quad \text{Parede externa adiabática} \quad (8.75)$$

$$F_o = 0,86 \left(\frac{D_i}{D_o} \right)^{-0,16} \quad \text{Parede interna adiabática} \quad (8.76)$$

8.6.4 Aumento Da Transferência De Calor

Os tubos com superfícies ásperas têm coeficientes de transferência de calor muito mais elevados que os tubos com superfícies lisas. Conseqüentemente, as superfícies do tubo são frequentemente intencionalmente tornadas ásperas, por meio de estrias ou alhetas a fim de aumentar o coeficiente de transferência de calor por convecção e assim a taxa de transferência de calor por convecção. Consegue-se um aumento de até de 400 por cento na transferência de calor, num fluxo turbulento, em um tubo tornando áspera a sua superfície.

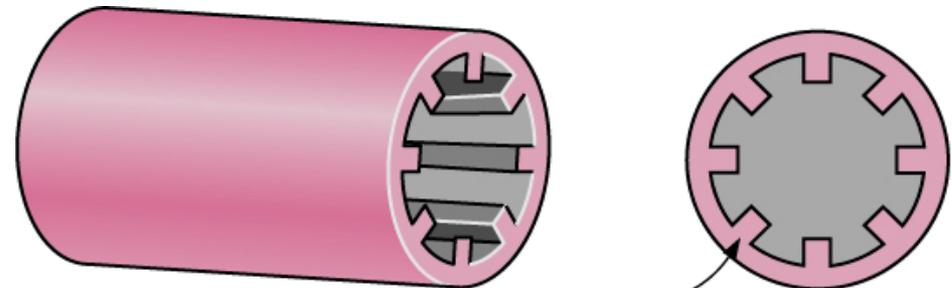
8.6.4 Aumento Da Transferência De Calor

Tornar áspera a superfície, naturalmente, aumenta também o coeficiente de fricção e assim a potência da bomba ou o ventilador. O coeficiente de transferência de calor por convecção pode também ser aumentado introduzindo:

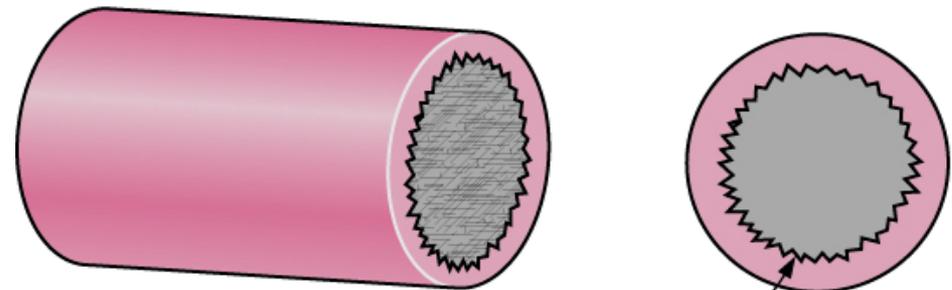
- um fluxo pulsante por meio de geradores de impulso, ou
- um redemoinho introduzindo uma fita adesiva torcida no tubo

8.6.4 Aumento Da Transferência De Calor

As superfícies dos tubos são frequentemente tornadas rugosas ou alhetadas a fim de aumentar a transferência de calor por convecção.



(a) Superfície alhetada



(b) Superfície rugoza