



# Transmissão de calor

3<sup>o</sup> ano

---

# Aula 16 ▫ 9. Convecção Natural

Tópicos:

- Mecanismos Físicos da Convecção Natural
- Equação do Movimento e o Número de Grashof
- Convecção Natural Sobre Superfícies
- Convecção Natural Em Superfícies Alhetadas
- Convecção Natural em Cavidades
- Combinação de Convecção Natural e Forçada

# 9.1 Introdução

Nos capítulos anteriores, foram consideradas a transferência de calor por convecção forçada, onde um fluido foi forçado a mover-se sobre uma superfície ou por um tubo, por meio externo, como uma bomba ou um ventilador. Neste capítulo, vai-se considerar a convecção natural, onde qualquer movimento do fluido ocorre por meio natural, tal como o empuxo.

O movimento do fluido em convecção forçada é bastante perceptível, uma vez que um ventilador ou uma bomba pode transferir momentum suficiente ao fluido para movê-lo numa determinada direção.

O movimento do fluido em convecção natural, muitas vezes não é perceptível devido à baixa velocidade envolvida.

# 9.1 Mecanismos Físicos da Convecção

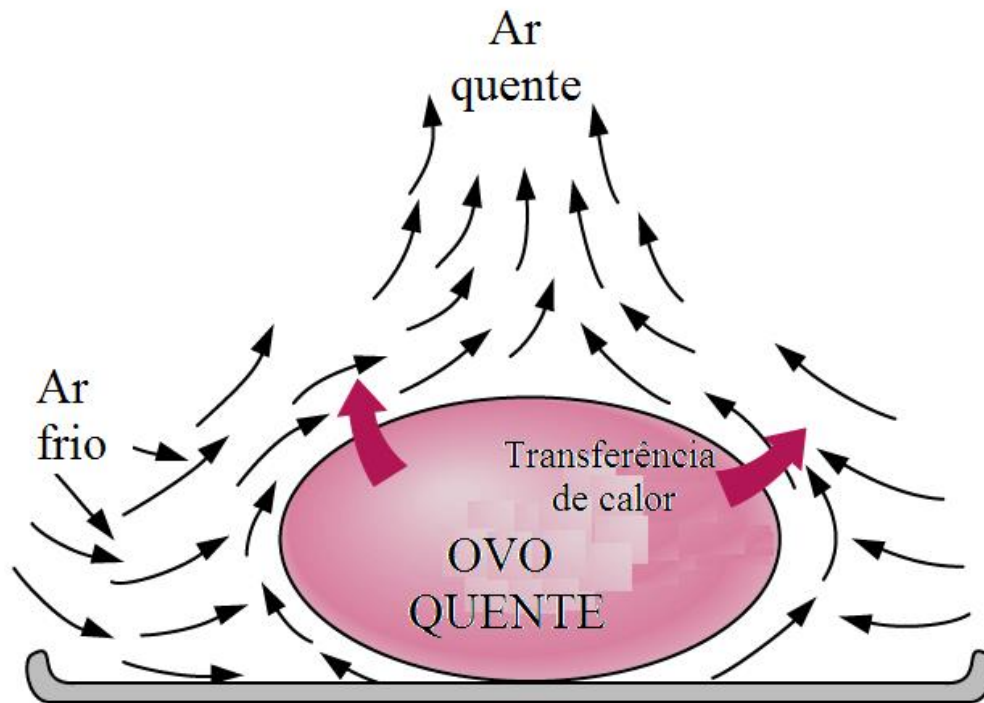
## Natural

Muitas aplicações familiares de transferência de calor envolvem a convecção natural como o principal mecanismo de transferência de calor. Alguns exemplos são:

- o arrefecimento de equipamentos eletrônicos como transistores de potência, televisores, videocassetes;
- a transferência de calor de aquecedores elétricos ou radiadores de vapor;
- A transferência de calor na refrigeração de bobines e linhas de transmissão de energia; e
- a transferência de calor dos corpos de animais e seres humanos.

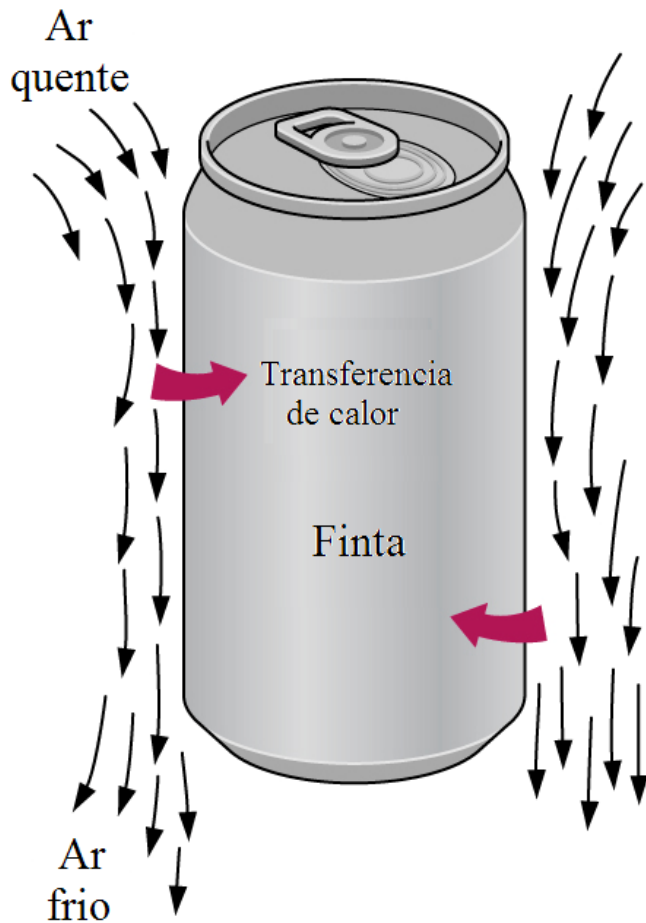
A convecção natural em gases é normalmente acompanhada por radiação de magnitude comparável, excepto para superfícies de baixa emissividade.

# 9.1 Mecanismos Físicos da Convecção Natural



Arrefecimento de um ovo cozido num ambiente frio por convecção natural.

# 9.1 Mecanismos Físicos da Convecção Natural



O aquecimento de uma lata de refresco num meio quente (morno) por convecção natural

# 9.1 Mecanismos Físicos da Convecção

## Natural

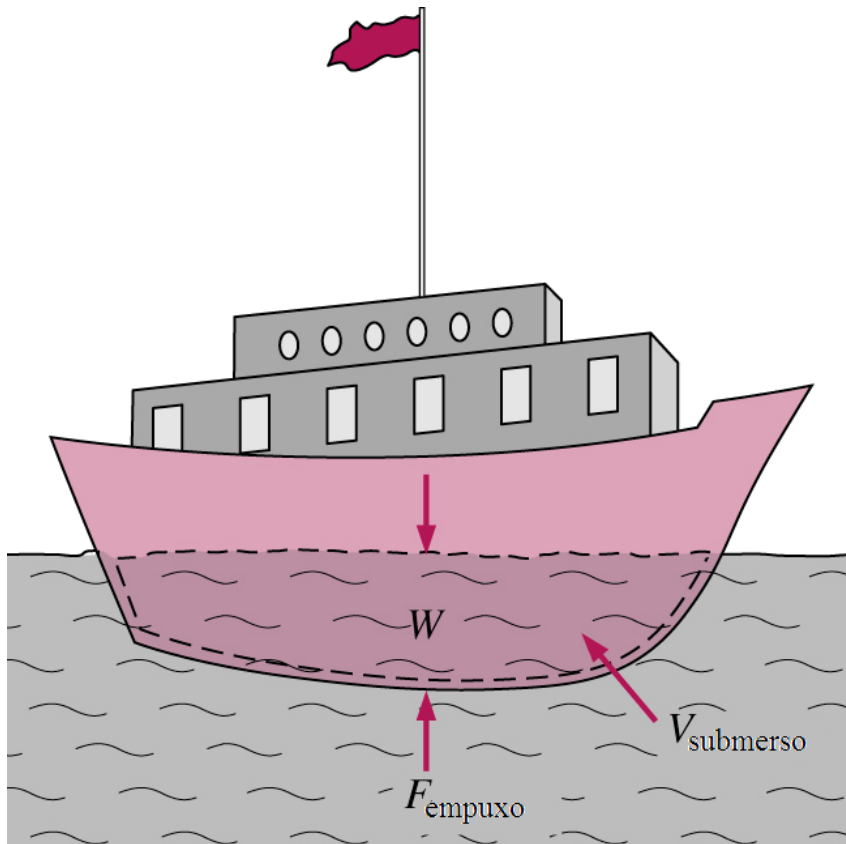
Num campo gravitacional, existe uma força  $\mathbf{F}$  que empurra para cima um fluido leve colocado num fluido mais pesado. A força ascendente exercida por um fluido num corpo completamente ou parcialmente imerso nele é chamada **força de empuxo**. O valor da força de empuxo é igual ao peso do líquido deslocado pelo corpo. Isto é:

$$F_{empuxo} = \rho_{fluido} g V_{corpo} \quad (9.1)$$

Na ausência de outras forças, a força vertical líquida que age num corpo é a diferença entre o peso do corpo e a força de empuxo. Isto é:

$$\begin{aligned} F_{resultante} &= P - F_{empuxo} = \\ &= \rho_{corpo} g V_{corpo} - \rho_{fluido} g V_{corpo} \\ &= (\rho_{corpo} - \rho_{fluido}) g V_{corpo} \end{aligned} \quad (9.2)$$

# 9.1 Mecanismos Físicos da Convecção Natural



A força de empuxo é que mantém os barcos a flutuar na água  
( $W = F_{\text{empuxo}}$  para objectos flutuantes)



# 9.1 Mecanismos Físicos da Convecção

## Natural

Para se expressar a diferença de massa específica em termos da diferença de temperatura é necessário conhecer a propriedade que representa a variação da massa específica do fluido em função da temperatura, à pressão constante, que se denomina **coeficiente de expansão volumétrica**  $\beta$  e é definido como:

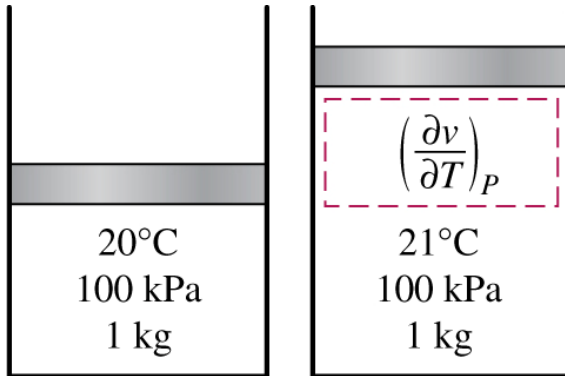
$$\beta = \frac{1}{v} \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P = - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P \quad (1/K) \quad (9.3)$$

Em convecção natural, a condição do fluido suficientemente perto de uma parede quente ou fria é designada por “infinito” assim o coeficiente de expansão volumétrica pode-se ser expresso por:

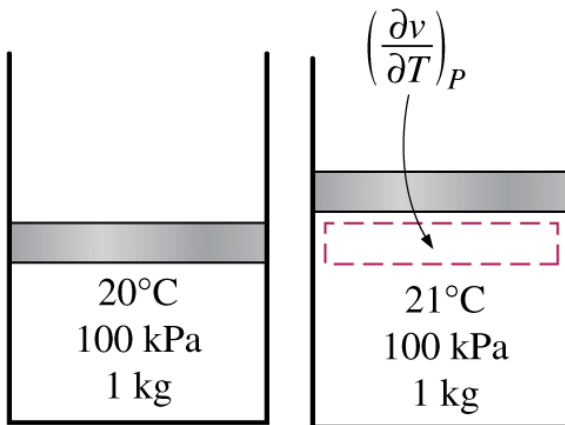
$$\beta \approx \frac{1}{\rho} \frac{\Delta \rho}{\Delta T} = - \frac{1}{\rho} \frac{\rho_\infty - \rho}{T_\infty - T} \quad (\text{a } P \text{ constante}) \quad (9.4)$$

# 9.1 Mecanismos Físicos da Convecção

## Natural



(a) Substância com grande  $\beta$



(b) Substância com pequeno  $\beta$

$$\rho_\infty - \rho = \rho\beta(T - T_\infty) \quad (\text{a } P \text{ constante}) \quad (9.5)$$

onde  $\rho_\infty$  é a massa específica a uma  $T_\infty$  temperatura do fluido parado longe da superfície.

O coeficiente de expansão volumétrica é a medida da variação do volume de uma substância com a temperatura mantendo-se a pressão constante.

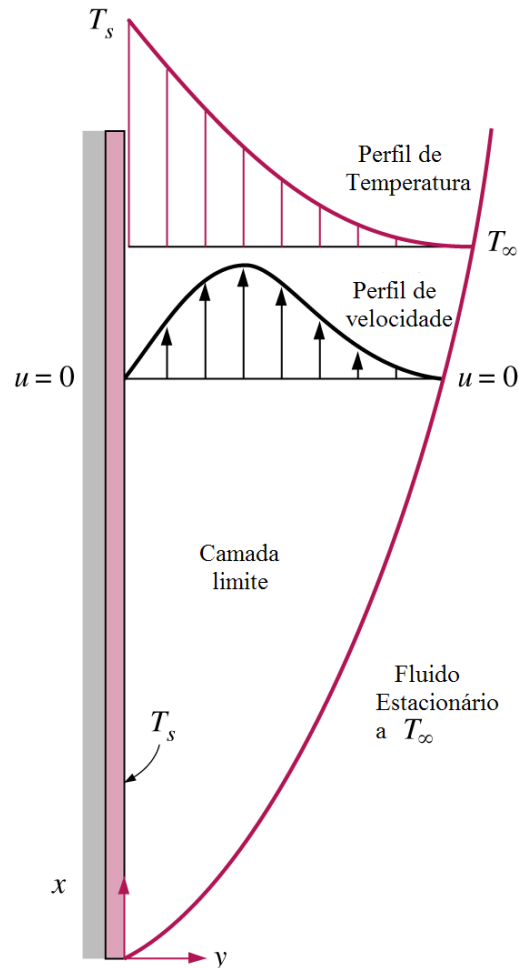
# 9.1 Mecanismos Físicos da Convecção Natural

Para um gás perfeito onde  $\mathbf{P} = \rho\mathbf{RT}$  a temperatura  $\mathbf{T}$ ,  $\beta$  é o inverso da temperatura.

$$\beta_{\text{gásideal}} = \frac{1}{T} \quad (1/\text{K}) \quad (9.6)$$

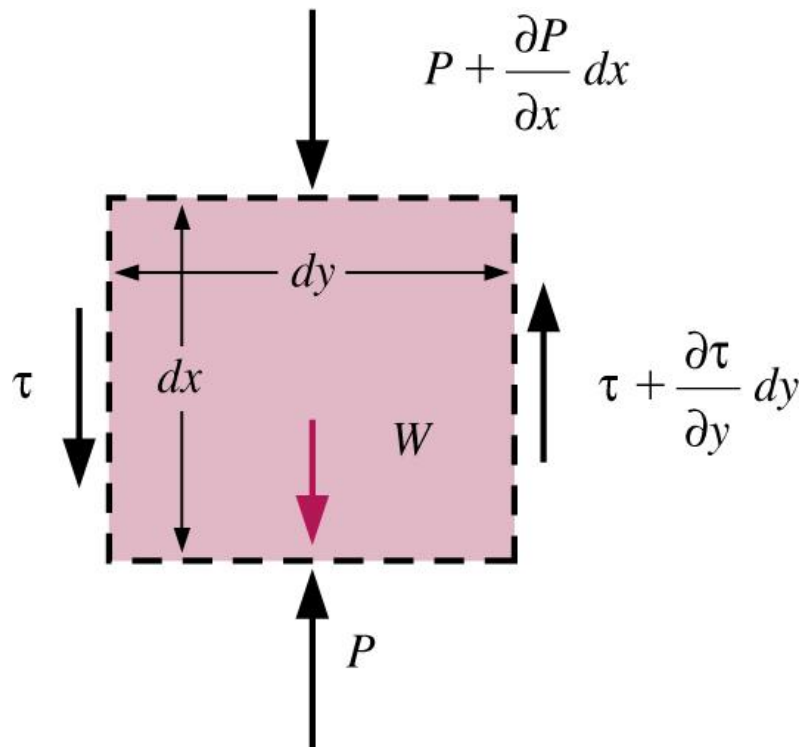
onde  $\mathbf{T}$  é avaliada à temperatura absoluta. Um valor grande de  $\beta$  de um fluido, significa uma grande alteração na sua massa específica com a temperatura, e o produto  $\beta\Delta\mathbf{T}$  representa a fracção da alteração do volume de um fluido, que corresponde a uma alteração da temperatura  $\Delta\mathbf{T}$  à pressão constante.

## 9.2 Equação do Movimento e o Número de Grashof



Perfis típicos de velocidade e de temperatura para a convecção natural de um fluxo sobre uma placa vertical quente à temperatura  $T_s$  exposta a um fluido à temperatura  $T_\infty$ .

## 9.2 Equação do Movimento e o Número de Grashof



Considere-se um elemento diferencial do volume com  $dx$  de altura, comprimento  $dy$  e profundidade unitária no sentido  $z$  (normal ao slide) para a análise.

## 9.2 Equação do Movimento e o Número de Grashof

A segunda lei de Newton do movimento para o volume do controle pode ser expressada como:

$$\delta m \cdot a_x = F_x \quad (9.7)$$

A aceleração no sentido  $x$  é obtida calculando o diferencial total de  $u(x, y)$ , que é  $du = (\partial u / \partial x)dx + (\partial u / \partial y)dy$ , e dividindo por  $dt$  obtém-se:

$$a_x = \frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{dy}{dt} = u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \quad (9.8)$$

A força que actua na direcção  $x$  passa a ser:

$$\begin{aligned} F_x &= \left( \frac{\partial \tau}{\partial y} dy \right) (dx \cdot 1) - \left( \frac{\partial P}{\partial y} dx \right) (dy \cdot 1) - \rho g (dx \cdot dy \cdot 1) \\ &= \left( \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial P}{\partial x} - \rho g \right) (dx \cdot dy \cdot 1) \end{aligned} \quad (9.9)$$

## 9.2 Equação do Movimento e o Número de Grashof

Substituindo as Equações 9.8 e 9.9 na Equação 9.7 e dividindo-se por  $\rho \cdot dx \cdot dy \cdot 1$  consegue-se a conservação do momentum no sentido  $x$  como

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial P}{\partial x} - \rho g \quad (9.10)$$

A equação do momentum no sentido  $x$  de um fluido parado, fora da camada limite, pode ser obtida da relação acima como um caso especial fazendo  $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ :

$$\frac{\partial P_{\infty}}{\partial x} = -\rho_{\infty} g \quad (9.11)$$

a variação da pressão no sentido normal à superfície é insignificante, e para um dado  $x$ , a pressão na camada limite é igual à pressão no fluido parado. Consequentemente,  $\mathbf{P} = \mathbf{P}(\mathbf{x}) = \mathbf{P}_{\infty}(\mathbf{x})$  e  $\partial \mathbf{P} / \partial \mathbf{x} = \partial \mathbf{P}_{\infty} / \partial \mathbf{x} = \rho_{\infty} \mathbf{g}$ . Substituindo na Equação 9.10:

## 9.2 Equação do Movimento e o Número de Grashof

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (\rho_\infty - \rho)g \quad (9.12)$$

Da Equação 9.5 tem-se  $\rho_\infty - \rho = \rho\beta(T - T_\infty)$  substituindo isto na última equação e dividindo ambos os lados por  $\rho$  encontra-se a expressão desejada para a **equação de momento na direcção x**

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial P}{\partial x} + g\beta(T - T_\infty) \quad (9.13)$$

Esta é a equação que governa o movimento fluido na camada limite devido ao efeito do empuxo. É de notar que a equação do momentum envolve a temperatura, assim, as equações do momentum e de energia devem ser resolvidas simultaneamente.



## 9.2 Equação do Movimento e o Número de Grashof

As equações governantes da convecção natural e as condições de fronteira podem ser adimensionalizadas dividindo todas as variáveis dependentes e independentes por grandezas constantes apropriadas:

$$x^* = \frac{x}{L_c}, \quad y^* = \frac{y}{L_c}, \quad u^* = \frac{u}{V}, \quad v^* = \frac{v}{V}, \quad \text{e} \quad T^* = \frac{T - T_\infty}{T_s - T_\infty}$$

onde os asteriscos são usados para referir-se às variáveis adimensionais. Substituindo-as na equação do momentum e simplificando obtém-se:

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \left[ \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu^2} \right] \frac{T^*}{\text{Re}_L} + \frac{1}{\text{Re}_L^2} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \quad (9.14)$$

## 9.2 Equação do Movimento e o Número de Grashof

O parâmetro adimensional entre parênteses representa os efeitos da convecção natural, e é chamado o **número de Grashof  $Gr_L$** .

$$Gr_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu^2} \quad (9.15)$$

Onde:

$g$  – a aceleração da gravidade,  $m/s^2$

$\beta$  – coeficiente de expansão volumétrica,  $1/K$  ( $1/T$  para gases ideais)

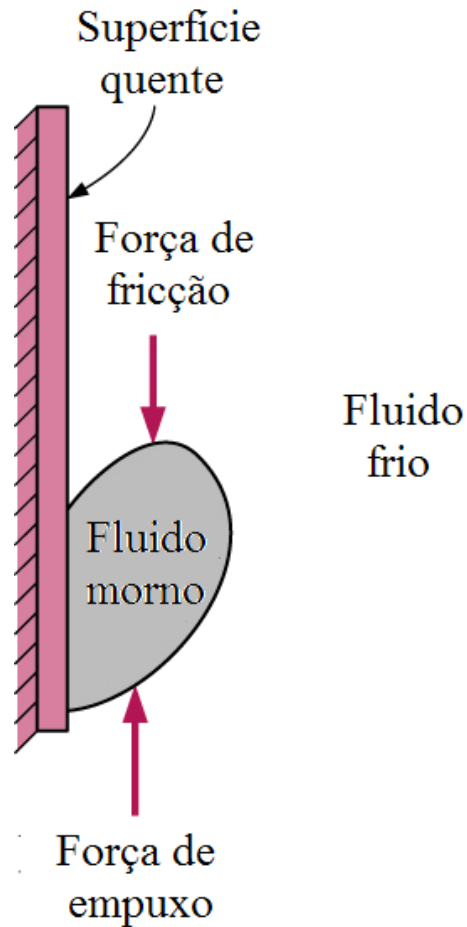
$T_s$  – temperatura da superfície,  $^\circ C$

$T_\infty$  - temperatura do fluido suficientemente longe da superfície,  $^\circ C$

$L_c$  – comprimento característico da superfície,  $m$

$\nu$  – viscosidade cinemática do fluido,  $m^2/s$

## 9.2 Equação do Movimento e o Número de Grashof



O fluxo em regime de convecção natural é governado pelo número adimensional de Grashof, que é a relação entre a força do empuxo e a força viscosa que age no fluido.

## 9.3 Convecção Natural Sobre Superfícies

A transferência de calor por convecção natural numa superfície, depende tanto da geometria da superfície, como da sua orientação. Depende também da variação da temperatura na superfície e das propriedades termofísicas do fluido envolvido. As relações empíricas simples para determinar o número médio de Nusselt **Nu** na convecção natural, têm o formato:

$$Nu = \frac{hL_c}{k} = C(Gr_L Pr)^n = CRa_L^n \quad (9.16)$$

## 9.3 Convecção Natural Sobre Superfícies

onde  $Ra_L$  é o número de Rayleigh, que é o produto dos números de Grashof e de Prandtl:

$$Ra_L = Gr_L Pr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu^2} Pr \quad (9.17)$$

Os valores das constantes **C** e **n** dependem da geometria da superfície e do regime do fluxo, que é caracterizado pelo número de Rayleigh. O valor de **n** é geralmente  $1/4$  para o fluxo laminar e  $1/3$  para o turbulento. O valor da constante **C** é normalmente menor do que um.

## 9.3 Convecção Natural Sobre Superfícies

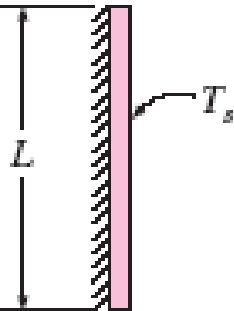
Quando o número médio de Nusselt e o coeficiente médio são conhecidos a taxa de transferência de calor por convecção natural de uma superfície contínua a uma temperatura uniforme  $T_s$  ao fluido circunvizinho é expressa pela lei de resfriamento de Newton como:

$$Q_{conv} = hA_s (T_s - T_\infty) \quad (\text{W}) \quad (9.18)$$

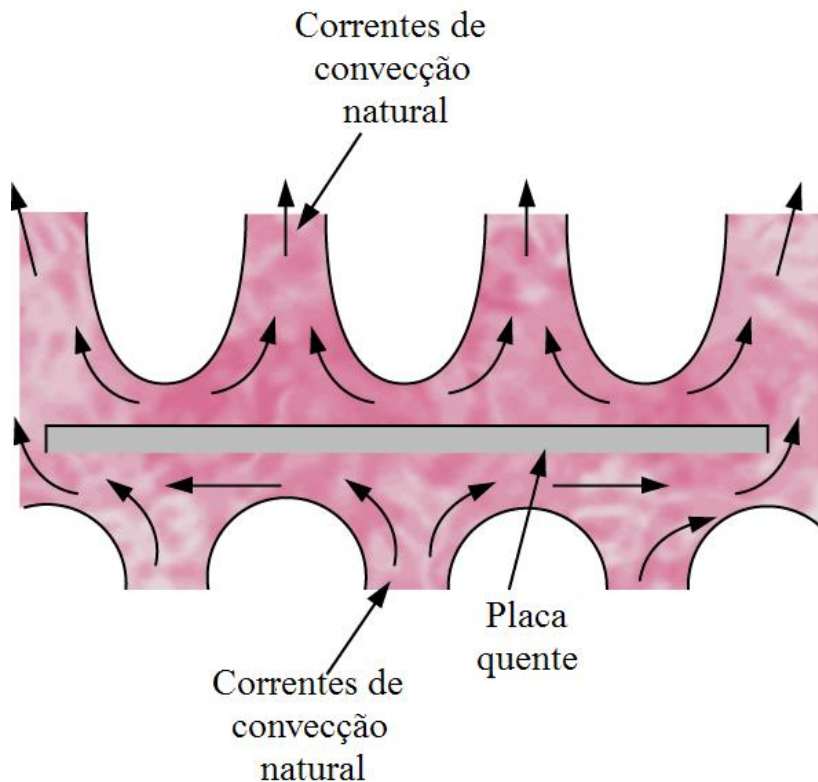
Onde  $A_s$  é a área da superfície de transferência de calor e  $h$  o coeficiente médio de transferência de calor na superfície

## 9.3.1 Placas verticais ( $T_s = \text{constante}$ )

Para uma placa plana vertical, o comprimento característico é a altura da placa  $L$ . Na tabela apresentam-se três relações para o número médio de Nusselt para uma placa vertical isotérmica. As primeiras duas são muito simples mas sugere-se o uso da terceira (Equação 9.21). Esta relação é mais precisa no intervalo de  $10^{-1} < Ra_L < 10^9$

Geometria	$L_c$	Intervalo de $Ra_L$	$Nu$
	L	$10^4 - 10^9$	$Nu = 0,59Ra_L^{1/4}$ (9.19)
		$10^9 - 10^{13}$	$Nu = 0,1Ra_L^{1/3}$ (9.20)
		Todo o intervalo	$Nu = \left\{ 0,825 + \frac{0,387Ra_L^{1/6}}{\left[ 1 + (0,492/Pr)^{9/16} \right]^{8/27}} \right\}^2$ (9.21)

## 9.3.2 Placas Horizontais

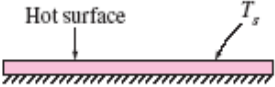



A taxa de transferência de calor para ou de uma superfície horizontal depende da superfície quente estar virada para cima ou para baixo. Para uma superfície quente num ambiente frio, a força age para cima, forçando o fluido aquecido a elevar-se. Se a superfície quente estiver virada para cima, o fluido quente circula livremente, induzindo correntes naturais fortes de convecção e assim transferência de calor eficaz.



## 9.3.2 Placas Horizontais

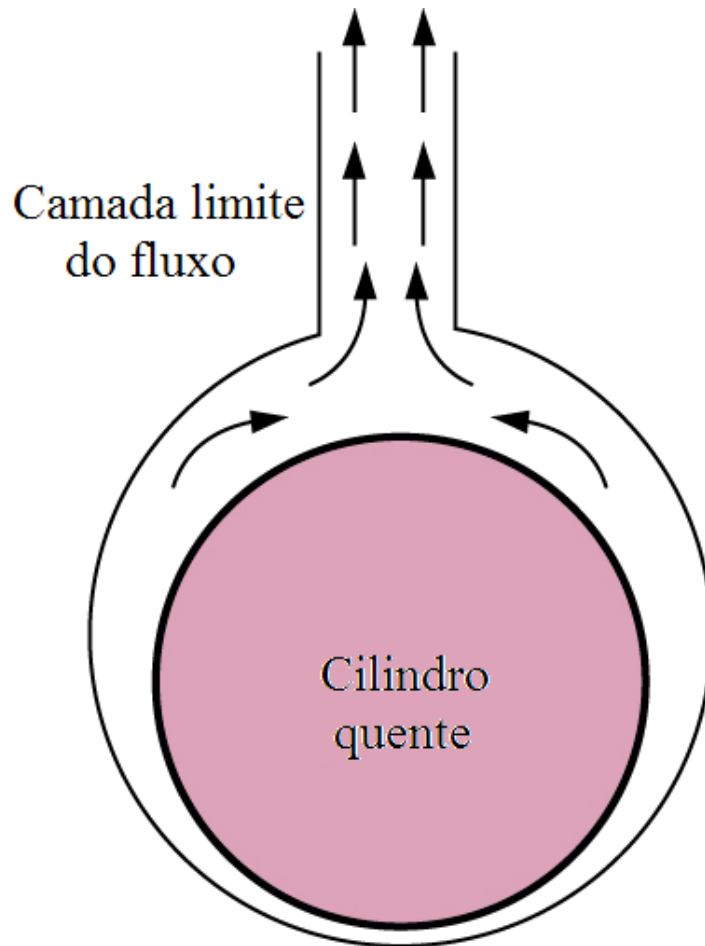
O número médio de Nusselt para placas horizontais pode ser calculado de simples equações exponenciais (Equações 9.22, 9.23 e 9.24) dependendo do caso.

Geometria	$L_c$	Intervalo de $Ra_L$	Nu
Superfícies superior de uma placa quente ou inferior de uma fria 	As/p	$10^4 - 10^7$	$Nu = 0,54Ra_L^{1/4}$ (9.22)
Superfícies inferior de uma placa quente ou superior de uma fria 		$10^7 - 10^{11}$	$Nu = 0,15Ra_L^{1/3}$ (9.23)
		$10^5 - 10^{11}$	$Nu = 0,27Ra_L^{1/4}$ (9.24)

## 9.3.3 Cilindros Horizontais e Esferas

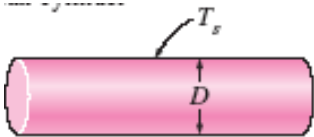
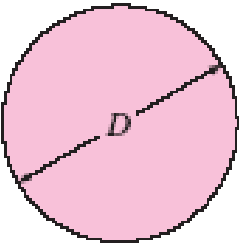
A camada limite sobre cilindro quente horizontal começa no fundo, aumentando de espessura ao longo da circunferência e toma a forma de uma pena elevando-se, conseqüentemente, o número de Nusselt local é mais elevado no fundo e mais baixo no cimo do cilindro, se a camada limite permanecer laminar. O contrário é verdadeiro, no exemplo de um cilindro horizontal frio num meio mais quente, a camada limite começa no cimo deste e dirige-se para baixo como uma pena a descer.

## 9.3.3 Cilindros Horizontais e Esferas



Convecção natural sobre  
um cilindro quente  
horizontal

## 9.3.3 Cilindros Horizontais e Esferas

Geometria	$L_c$	Intervalo de $Ra_L$	$Nu$
	D	$Ra_D < 10^{12}$	$Nu = \left\{ 0,6 + \frac{0,387 Ra_D^{1/6}}{\left[ 1 + (0,559/Pr)^{9/16} \right]^{8/27}} \right\}^2 \quad (9.25)$
	D	$Ra_D < 10^{11}$ $(Pr \geq 0,7)$	$Nu = 2 + \frac{0,589 Ra_L^{1/4}}{\left[ 1 + (0,469/Pr)^{9/16} \right]^{4/9}} \quad (9.26)$

## 9.3.4 Placas verticais ( $q_s = \text{constante}$ )

No caso do fluxo de calor na superfície constante, a taxa de transferência de calor é conhecida (é simplesmente  $\mathbf{Q} = \mathbf{q}_s \cdot \mathbf{A}_s$ ), mas a temperatura da superfície não é. De facto,  $T_s$  aumenta com a altura ao longo da placa. As relações do número de Nusselt para os casos da temperatura de superfície e do fluxo de calor na superfície constantes são quase idênticas.

Consequentemente, as relações para placas isotérmicas podem também ser usadas para as placas sujeitas ao fluxo uniforme de calor, contando que a temperatura  $T_{L/2}$  do ponto médio da placa seja usada para  $T_s$  no cálculo da temperatura da película, do número de Rayleigh, e do número de Nusselt. É de notar que  $h = q_s / (T_{L/2} - T_\infty)$ , é o número médio de Nusselt e neste caso pode ser expresso como:

$$Nu = \frac{hL}{k} = \frac{\dot{q}_s L}{k(T_{L/2} - T_\infty)} \quad (9.27)$$

## 9.3.5 Cilindros Verticais

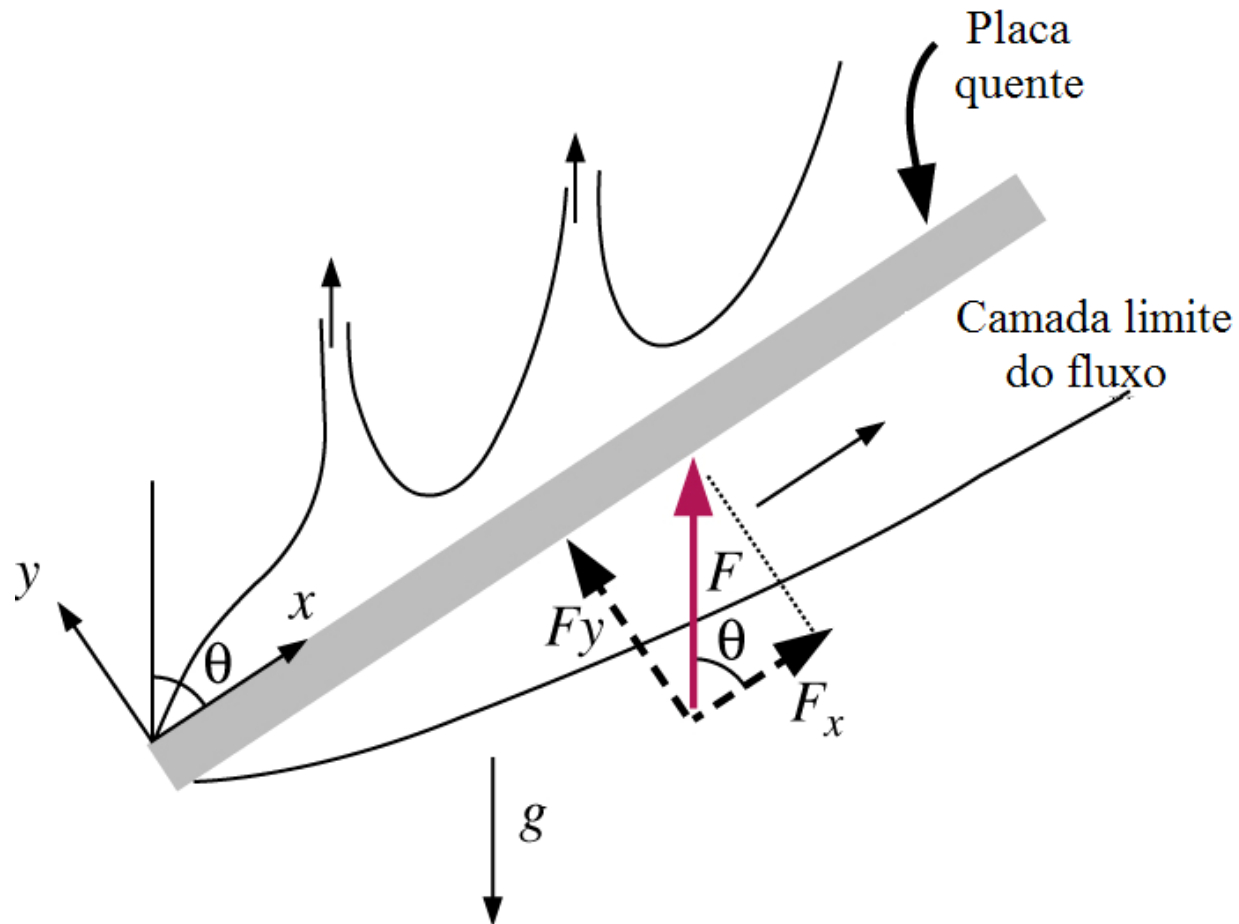
A temperatura  $T_{L/2}$  do ponto médio é determinada por iteração, de modo que os números de Nusselt determinados pelas Equações 9.21 e 9.27 coincidam.

A superfície exterior de um cilindro vertical pode ser tratada como uma placa vertical se o diâmetro do cilindro for suficientemente grande de modo que os efeitos da curvatura sejam insignificantes. Esta circunstância é satisfeita se:

$$D \geq \frac{35L}{Gr_L^{1/4}} \quad (9.28)$$

Se este critério for satisfeito podem-se usar as relações para as placas planas para a determinação do número de Nusselt, caso contrário usam-se outros métodos disponíveis na literatura.

## 9.3.5 Placas Inclinadas



## 9.3.5 Placas Inclinadas

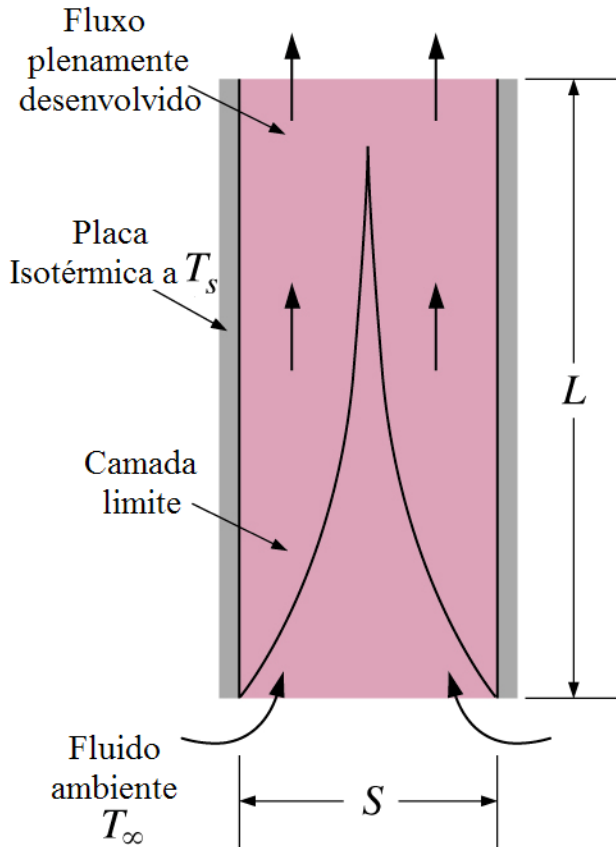
Considere-se uma placa quente inclinada que faz um ângulo  $\theta$  com a vertical num ambiente de arrefecimento. A força  $F = g(\rho_\infty - \rho)$  actuando na camada limite de uma unidade do volume de controle fá-lo na direcção vertical. No caso de uma placa inclinada, esta força pode ser decomposta em duas componentes  $F_x = F \cos \theta$  paralela a placa que empurra o escoamento ao longo desta e  $F_y = F \sin \theta$  normal a placa.

É de notar que a força que provoca o movimento é reduzida, o que faz esperar que as correntes convectivas sejam mais fracas, e a taxa de transferência de calor seja mais baixa em relação ao caso da placa vertical.

Nas placas inclinadas, usa-se as equações da placa vertical para as superfícies superior de uma placa fria e inferior de uma placa quente substituindo  $g$  por  $g \cos \theta$  para o  $Ra < 10^9$

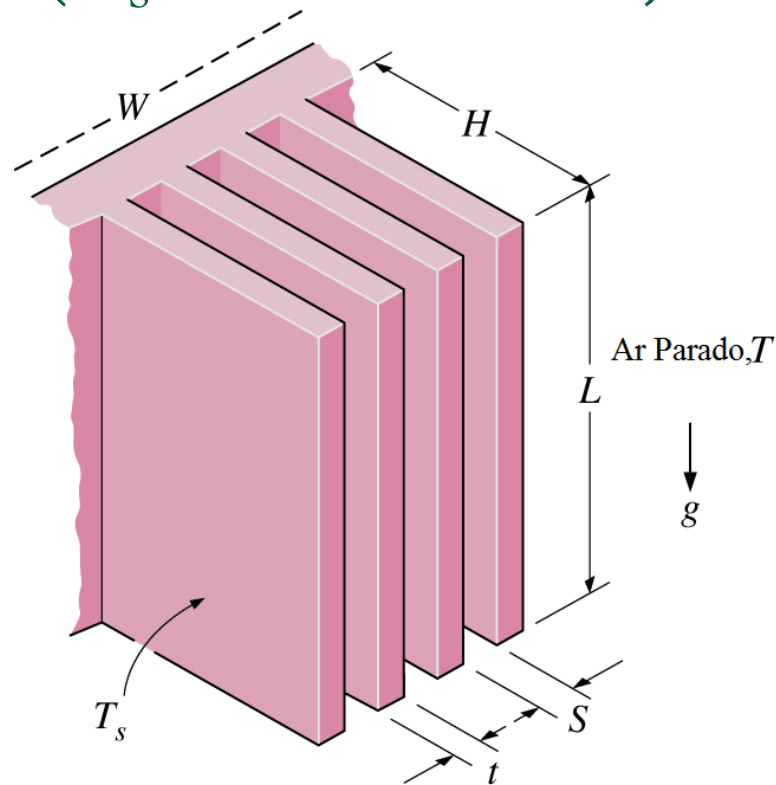


# 9.4 Convecção Natural Em Superfícies Alhetadas



A convecção natural que ocorre através de um canal formado por duas placas encontra-se com frequência na prática. Quando as placas estão quentes ( $T_s > T_\infty$ ), o fluido ambiente a  $T_\infty$  entra no canal pela extremidade mais baixa, e enquanto é aquecido ascende sob o efeito do empuxo, e o fluido aquecido sai do canal pela extremidade superior. As placas podem ser alhetas de um dissipador de calor, ou PCBs (placas de circuitos impressos) de um dispositivo electrónico. As placas podem ser aproximadas a isotérmicas ( $T_s = \text{constante}$ ) no primeiro caso, e a fluxo constante ( $q_s = \text{constante}$ ) no segundo caso.

## 9.5.1 Convecção Natural Em Superfícies Alhetadas ( $T_s = \text{constante}$ )



Dimensões principais de uma superfície alhetada orientada verticalmente

## 9.5.1 Convecção Natural Em Superfícies Alhetadas ( $T_s = \text{constante}$ )

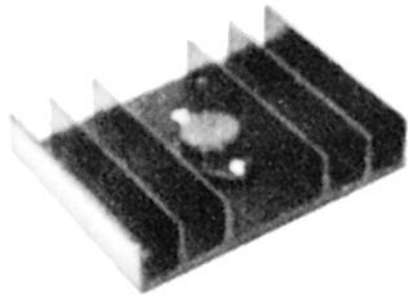
Superfícies alhetadas de várias formas, chamadas dissipadores de calor, são usadas frequentemente para refrigerar dispositivos electrónicos. O comprimento característico para placas paralelas verticais usadas como alhetas é geralmente considerado como o afastamento entre alhetas adjacentes  $S$ , embora a altura  $L$  da alheta pudesse também ser usada. O número de Rayleigh é expresso como:

$$Ra_s = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)S^3}{\nu^2} \text{Pr} \quad \text{e} \quad Ra_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu^2} \text{Pr} = Ra_s \frac{L^3}{S^3} \quad (9.30)$$

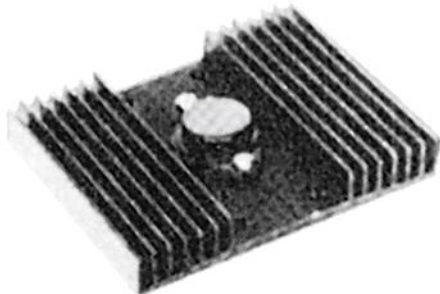
A relação recomendada para o número médio de Nusselt para placas paralelas isotérmicas verticais é:

$$Nu = \frac{hS}{k} = \left[ \frac{576}{(Ra_s S/L)^2} + \frac{2,873}{(Ra_s S/L)^{0,5}} \right]^{-0,5} \quad (9.31)$$

## 9.5.1 Convecção Natural Em Superfícies Alhetadas ( $T_s = \text{constante}$ )



(a)



(b)

Uma questão que se levanta com frequência na selecção de um dissipador de calor é escolher um com as alhetas próximas umas das outras (b) ou as alhetas bastante espaçadas com uma área menor (a). O dissipador de calor com as alhetas próximas terá uma área de superficial maior de transferência de calor mas com um menor coeficiente de transferência de calor devido a resistência extra que as alhetas introduzem ao fluxo do fluido na passagem entre elas.

## 9.5.1 Convecção Natural Em Superfícies Alhetadas ( $T_s = \text{constante}$ )

Quando as alhetas são essencialmente isotérmicas e a espessura  $t$  das mesmas é pequena, relativamente ao seu afastamento  $S$ , o afastamento óptimo da alheta para um dissipador de calor vertical foi determinado por Barra-Cohen e por Rohsenow como:

$$T_s = \text{constante} \quad S_{opt} = 2,714 \left( \frac{S^3 L}{Ra_s} \right)^{0,25} = 2,714 \frac{L}{Ra_L^{0,25}} \quad (9.32)$$

Pode ser demonstrado, combinando as três equações acima, que quando  $S = S_{opt}$ , o número de Nusselt é um constante e seu valor é 1,307

$$S = S_{opt} \quad Nu = \frac{h S_{opt}}{k} = 1,307 \quad (9.33)$$

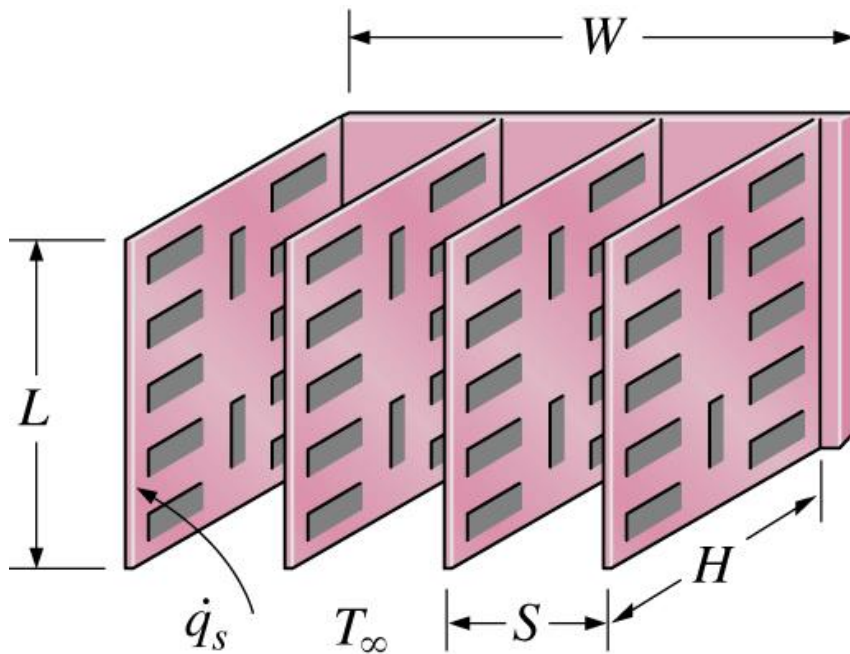
## 9.5.1 Convecção Natural Em Superfícies Alhetadas ( $T_s = \text{constante}$ )

A taxa de calor transferido por convecção natural pelas alhetas pode ser determinado como:

$$\dot{Q} = h(2nLH)(T_s - T_\infty) \quad (9.34)$$

Onde  $n = W/(S+t) \approx W/S$  é o número de alhetas no dissipador de calor e  $T_s$  é a temperatura da superfície. Todas as propriedades são consultadas a temperatura média dada por  $T_m = (T_s + T_\infty)/2$

## 9.5.2 Convecção Natural Em Superfícies Alhetadas ( $q_s = \text{constante}$ )



As placas de circuitos impressos usadas em sistemas electrónicos são frequentemente modeladas como placas paralelas sujeitas a fluxo de calor uniforme

## 9.5.2 Convecção Natural Em Superfícies Alhetadas ( $q_s = \text{constante}$ )

A temperatura da placa neste caso aumenta com a altura, alcançando um máximo na borda superior da placa. O número modificado de Rayleigh para o fluxo uniforme de calor em ambas as placas é expresso por:

$$Ra_s^* = \frac{g\beta\dot{q}_s S^4}{k\nu^2} \text{Pr} \quad (9.35)$$

O número de Nusselt na borda superior da placa onde a temperatura máxima ocorre é determinado de [Barra-Cohen e Rohsenow (1984)]

$$Nu = \frac{h_L S}{k} = \left[ \frac{48}{(Ra_s^* S/L)^2} + \frac{2,51}{(Ra_s^* S/L)^{0,4}} \right]^{-0,5} \quad (9.36)$$



## 9.5.2 Convecção Natural Em Superfícies Alhetadas ( $q_s = \text{constante}$ )

O espaço óptimo entre as alhetas para o caso de fluxo de calor uniforme em ambas as placas é determinado de:

$$q = \text{constante} \quad S_{opt} = 2,12 \left( \frac{S^4 L}{Ra_S^*} \right)^{0,2} \quad (9.37)$$

O calor total transferido das placas é dado por:

$$\dot{Q} = \dot{q}_s A_s = \dot{q}_s (2nLH) \quad (9.38)$$

Onde  $n = W/(S+t) \approx W/S$  é o número de placas. A temperatura crítica da superfície  $T_L$  ocorre na borda superior da placa e determina-se de:

$$\dot{q}_s = h_L (T_L - T_\infty) \quad (9.39)$$

Todas as propriedades são consultadas a temperatura média dada por  $T_m = (T_s + T_\infty)/2$

## 9.6 Convecção Natural em Cavidades

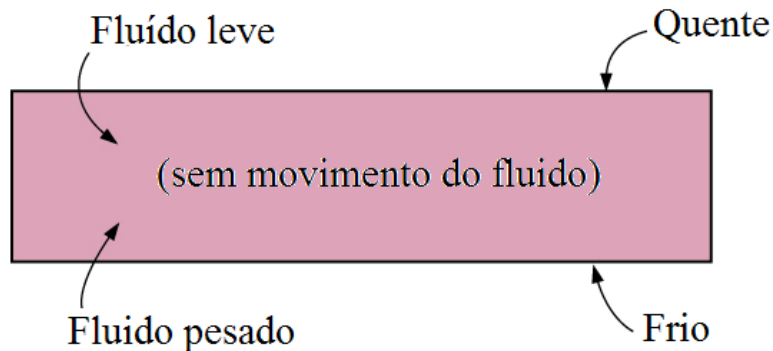
Uma parte considerável de calor perdido nas residências é feito pelos vidros.

Um dos grandes problemas consiste em arranjar um isolamento que seja transparente e o melhor que existe é o ar.

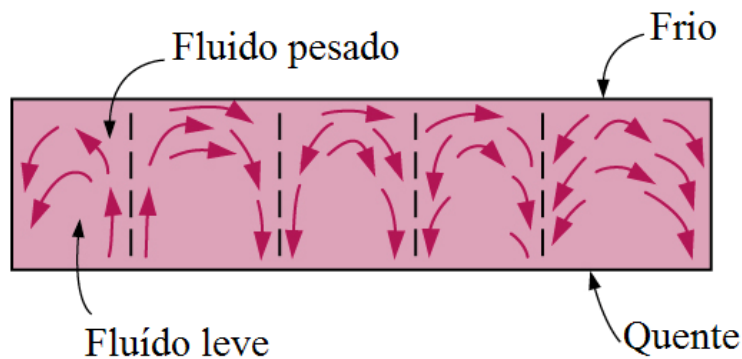
Em alguns casos a situação que se pretende é uma forma mais eficiente de dissipação de calor.

Sendo assim cria-se janelas duplas com ar pelo meio formando uma cavidade.

# 9.6 Convecção Natural em Cavidades



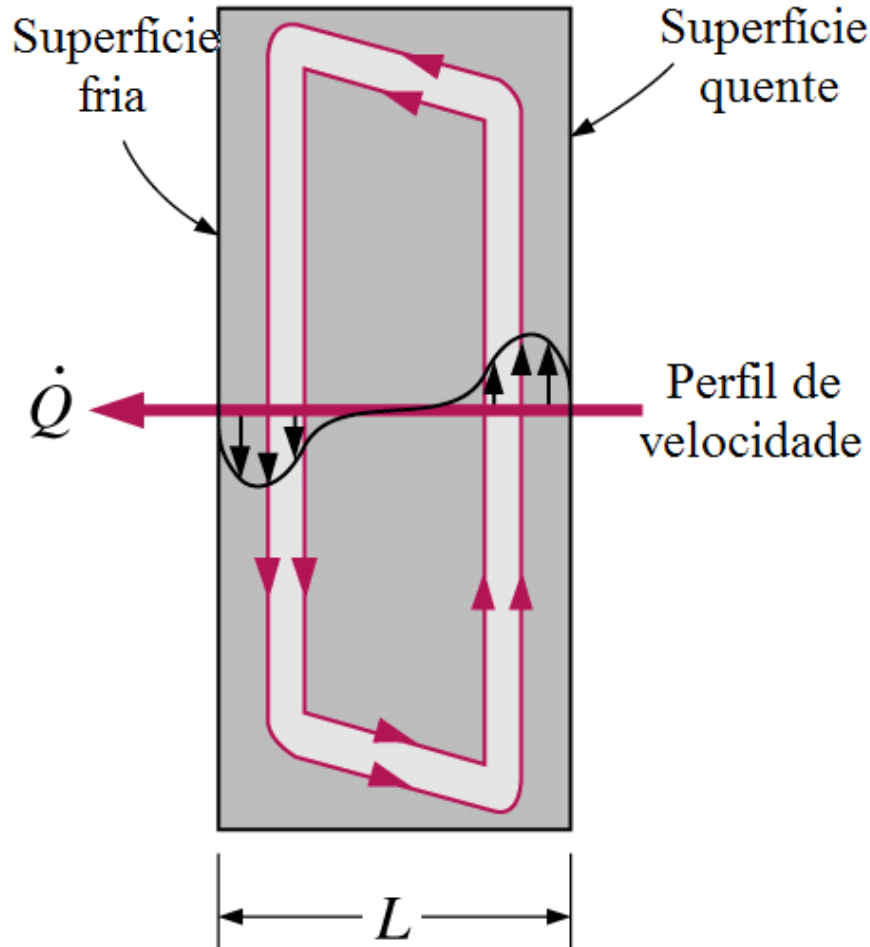
(a) Placa quente por cima



(b) Placa quente por baixo

Correntes convectivas numa cavidade com (a) placa quente na superfície superior (b) placa quente na superfície inferior

# 9.6 Convecção Natural em Cavidades



Correntes convectivas numa cavidade rectangular vertical

## 9.6 Convecção Natural em Cavidades

O numero de Rayleigh para uma cavidade determina-se de:

$$Ra_L = \frac{g\beta(T_1 - T_2)L_c^3}{\nu^2} \text{Pr} \quad (9.40)$$

Onde a dimensão característica  $L_c$  é a distancia entre as superfícies quente e fria e  $T_1$  e  $T_2$  são as temperaturas das superfícies quente e fria respectivamente. Todas as propriedades são consultadas à temperatura média dada por  $\mathbf{T}_m = (\mathbf{T}_s + \mathbf{T}_\infty)/2$

## 9.7 Condutibilidade Térmica Efectiva

Quando o numero de Nusselt é conhecido a taxa de transferência de calor através de um invólucro determina-se de:

$$\dot{Q} = hA_s(T_1 - T_2) = kNuA_s \frac{T_1 - T_2}{L_c} \quad (9.41)$$

A taxa de transmissão de calor em regime estacionário através de um meio de espessura  $L_c$ , área  $A_s$ , e condutibilidade térmica  $k$  é expressa por:

$$\dot{Q}_{cond} = kA_s \frac{T_1 - T_2}{L_c} \quad (9.42)$$

onde  $T_1$  e  $T_2$  são as temperaturas nos dois lados da camada.

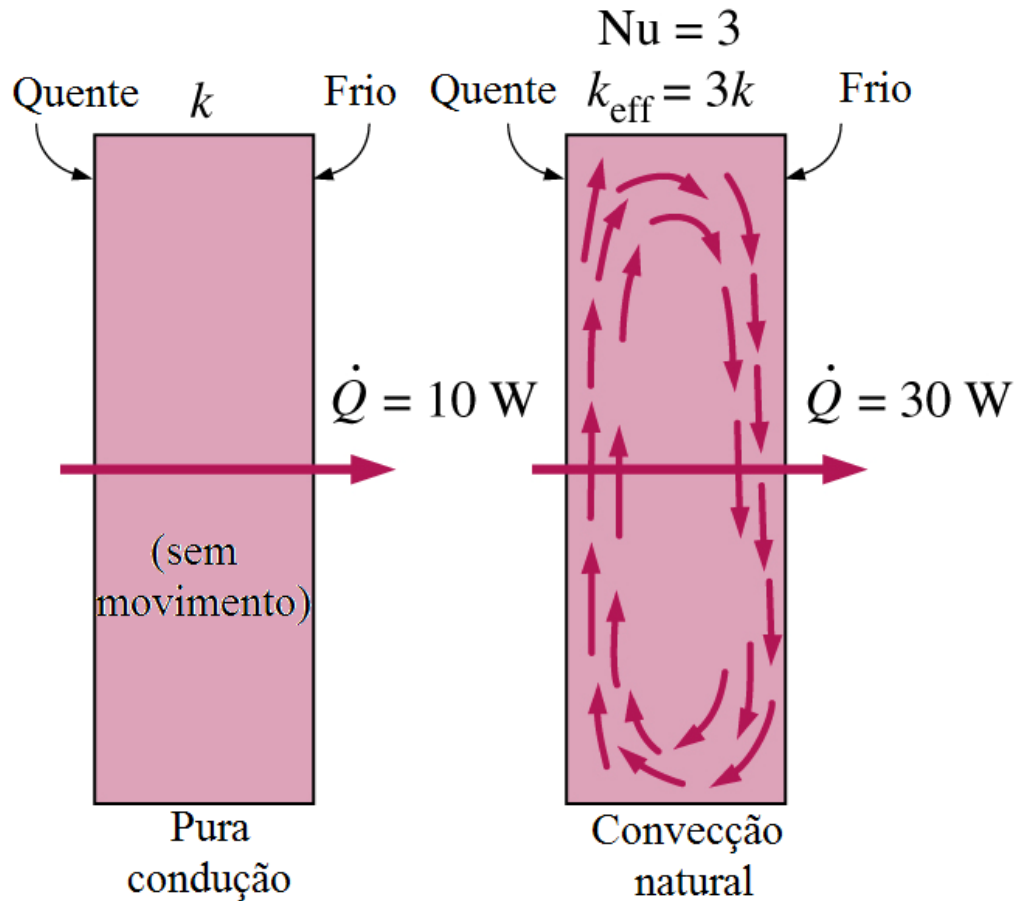
## 9.7 Condutibilidade Térmica Efectiva

O fluido no invólucro comporta-se como um fluido cuja condutividade térmica é  $kNu$  em consequência das correntes de convecção. Consequentemente,  $kNu$  é chamado condutividade térmica efectiva no invólucro. Isto é,

$$k_{efe} = kNu \quad (9.43)$$

É de notar que no caso especial em que  $Nu=1$ , a condutividade térmica efectiva da cavidade torna-se igual à condutividade do fluido. Este caso corresponde à condução pura.

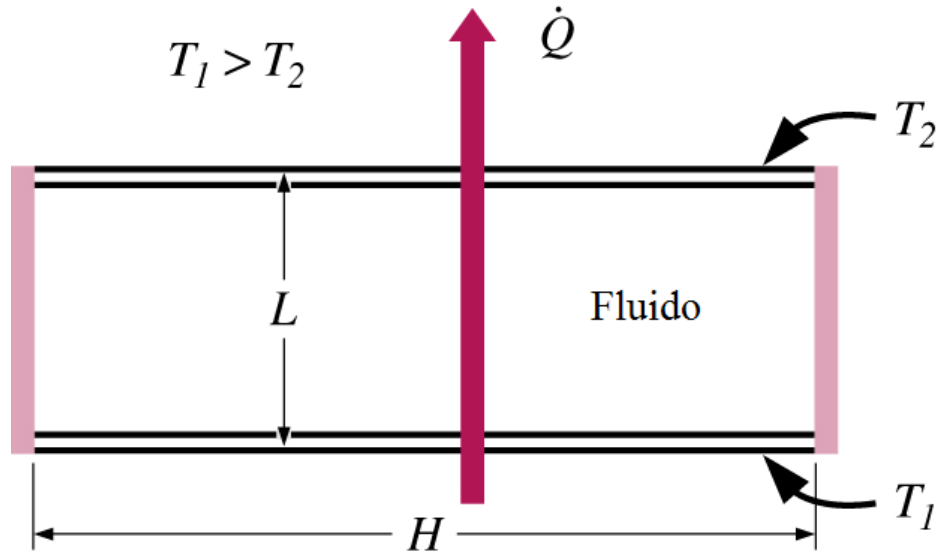
# 9.7 Condutibilidade Térmica Efectiva



Um número de Nusselt de 3 para um invólucro indica que a transferência de calor por convecção natural por um invólucro é três vezes maior que por condução pura.



## 9.8.1 Invólucros Rectangulares Horizontais



Invólucro rectangular disposto horizontalmente com superfícies isotérmicas

## 9.8.1 Invólucros Rectangulares Horizontais

Não é necessário nenhuma relação do número de Nusselt para o caso em que a placa mais quente está por cima, desde que não haja nenhuma corrente de convecção a transferência de calor será descendente por condução ( $Nu=1$ ). Quando a placa mais quente estiver por baixo, haverá correntes significativas de convecção no intervalo  $Ra_L < 1708$  e a taxa de transferência de calor aumenta. Para os invólucros horizontais que contêm o ar, Jakob (1949) recomenda as seguintes correlações simples:

$$Nu = 0,195Ra_L^{1/4} \quad 10^4 < Ra_L < 4 \times 10^5 \quad (9.44)$$

$$Nu = 0,068Ra_L^{1/3} \quad 4 \times 10^5 < Ra_L < 10^7 \quad (9.45)$$

Estas relações também podem ser usadas para outros gases com  $0,5 < Pr < 2$

## 9.8.1 Invólucros Rectangulares Horizontais

Usando água, óleo de silicone e o mercúrio em suas experiências, Globo e Dropkin (1959) obtiveram a seguinte correlação para os cercos horizontais aquecidos por baixo,

$$Nu = 0,069Ra_L^{1/3}Pr \quad 3 \times 10^5 < Ra_L < 7 \times 10^9 \quad (9.46)$$

Baseado em experiências com ar, Hollands et al (1976) recomendam a seguinte correlação para cercos horizontais,

$$Nu = 1 + 1,44 \left[ 1 - \frac{1708}{Ra_L} \right]^+ + \left[ \frac{Ra_L^{1/3}}{18} - 1 \right]^+ \quad Ra_L < 10^8 \quad (9.47)$$

A notação  $[ ]^+$  indica que se o valor entre parênteses for negativo, deve ser igualado a zero. Esta relação traz bons resultados também para fluidos com os números moderados de Prandtl para  $Ra_L < 10^5$  daí ela também poder ser usada para água.

## 9.8.2 Invólucros Rectangulares Inclinados

Espaços de ar entre duas placas paralelas inclinadas encontram-se geralmente em colectores solares de placa plana (entre a tampa de vidro e a placa absorvedora) e nas telhas de placa dupla em telhados inclinados. A transferência de calor num invólucro inclinado depende da relação  $H/L$  como também do ângulo  $\theta$  da inclinação horizontal. Para relações grandes de ( $H/L \geq 12$ ), esta equação [Hollands et al., 1976] correlaciona dados experimentais com grande precisão para ângulos de inclinação até  $70^\circ$ ,

$$Nu = 1 + 1,44 \left[ 1 - \frac{1708}{Ra_L \cos \theta} \right]^+ \left( 1 - \frac{1708(\sin 1,8\theta)^{1,6}}{Ra_L \cos \theta} \right) + \left[ \frac{(Ra_L \cos \theta)^{1/3}}{18} - 1 \right]^+ \quad (9.48)$$

para  $Ra_L < 10^5$ ,  $0 < \theta < 70^\circ$ , e  $H/L \geq 12$ . A notação  $[ ]^+$  indica que se o valor entre parênteses for negativo, deve ser igualado a zero

## 9.8.2 Invólucros Rectangulares Inclinados

Para invólucros com relações de aspecto menores ( $H/L = 12$ ), a correlação seguinte pode ser usada contanto que o ângulo de inclinação seja menor do que o valor crítico  $\theta_{cr}$  alistado na tabela [Catton (1978)]

$$Nu = Nu_{\theta=0^\circ} \left( \frac{Nu_{\theta=90^\circ}}{Nu_{\theta=0^\circ}} \right)^{\theta/\theta_{cr}} (\sin \theta_{cr})^{\theta/(4\theta_{cr})} \quad 0^\circ < \theta < \theta_{cr} \quad (9.49)$$

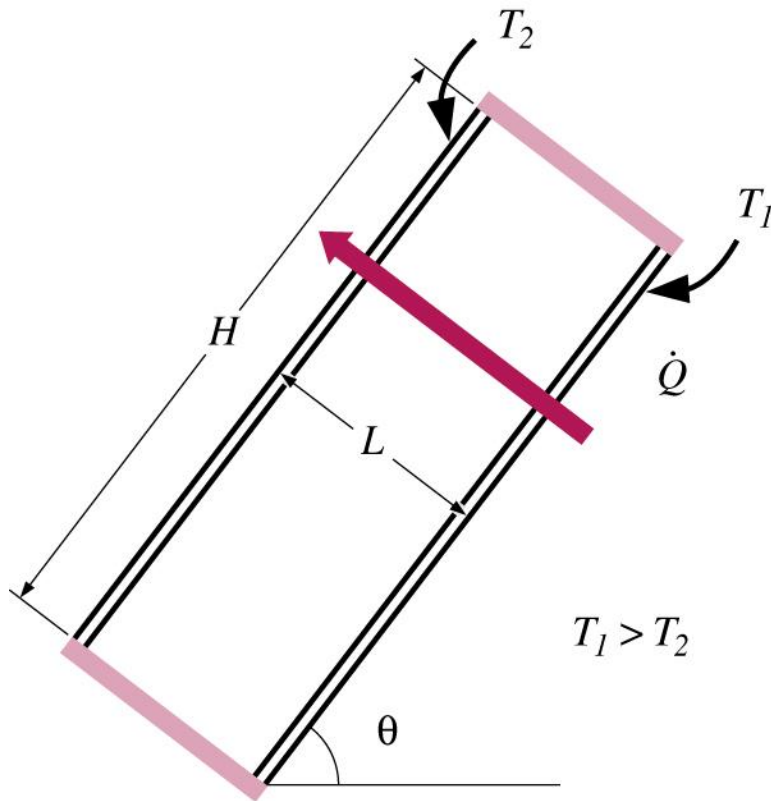
Para as inclinações maiores do que o valor crítico ( $\theta_{cr} < \theta < 90^\circ$ ), o número de Nusselt pode ser obtido multiplicando o número de Nusselt para um invólucro vertical por  $(\sin \theta)^{1/4}$  [Ayyaswamy e Catton (1973)],

$$Nu = Nu_{\theta=90^\circ} (\sin \theta)^{1/4} \quad 0^\circ < \theta < 90^\circ \text{ qualquer } H/L \quad (9.50)$$

Para os invólucros inclinados mais de  $90^\circ$ , a relação recomendada é: [Arnold et al., (1974)]

$$Nu = 1 + (Nu_{\theta=90^\circ} - 1) \sin \theta \quad 90^\circ < \theta < 180^\circ \text{ qualquer } H/L \quad (9.51)$$

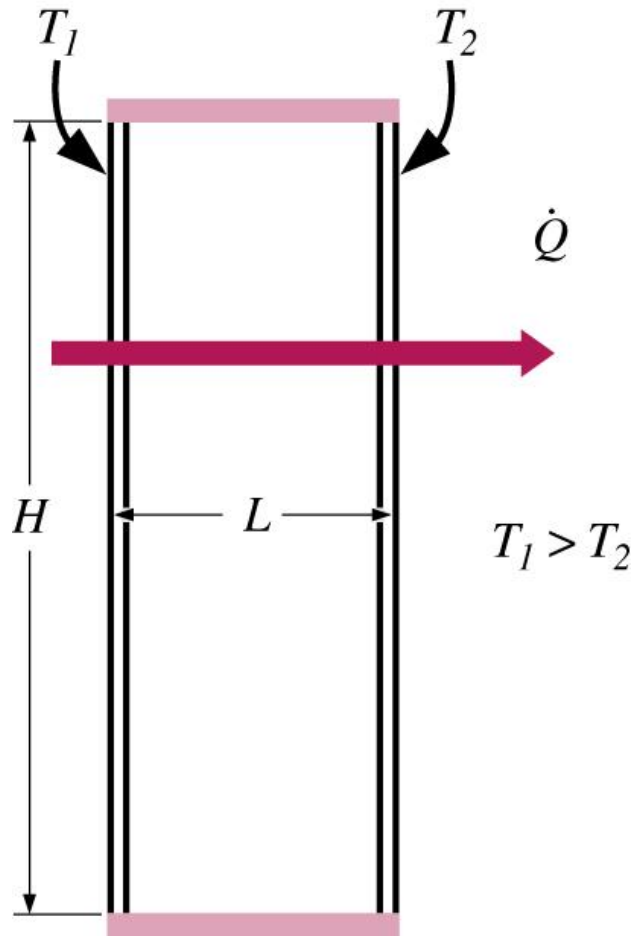
## 9.8.2 Invólucros Rectangulares Inclinados



Critical angles for inclined rectangular enclosures

Aspect ratio, $H/L$	Critical angle, $\theta_{cr}$
1	$25^\circ$
3	$53^\circ$
6	$60^\circ$
12	$67^\circ$
$> 12$	$70^\circ$

## 9.8.3 Invólucros Rectangulares Verticais



Invólucro rectangular  
disposto verticalmente  
com superfícies  
isotérmicas

## 9.8.3 Invólucros Rectangulares Verticais

Para invólucros verticais. Catton (1978) recomendam estas duas correlações devido a Berkovsky e a Polevikov (1977)

$$Nu = 0,18 \left( \frac{Pr}{0,2 + Pr} Ra_L \right)^{0,29}$$

$$\begin{aligned} &1 < H/L < 2 \\ &\text{para qualquer número de Pr} \\ &Ra_L Pr / (0,2 + Pr) > 10^3 \end{aligned} \quad (9.52)$$

$$Nu = 0,22 \left( \frac{Pr}{0,2 + Pr} Ra_L \right)^{0,28} \left( \frac{H}{L} \right)^{-1/4}$$

$$\begin{aligned} &2 < H/L < 10 \\ &\text{para qualquer número de Pr} \\ &Ra_L < 10^{10} \end{aligned} \quad (9.53)$$



## 9.8.3 Invólucros Rectangulares Verticais

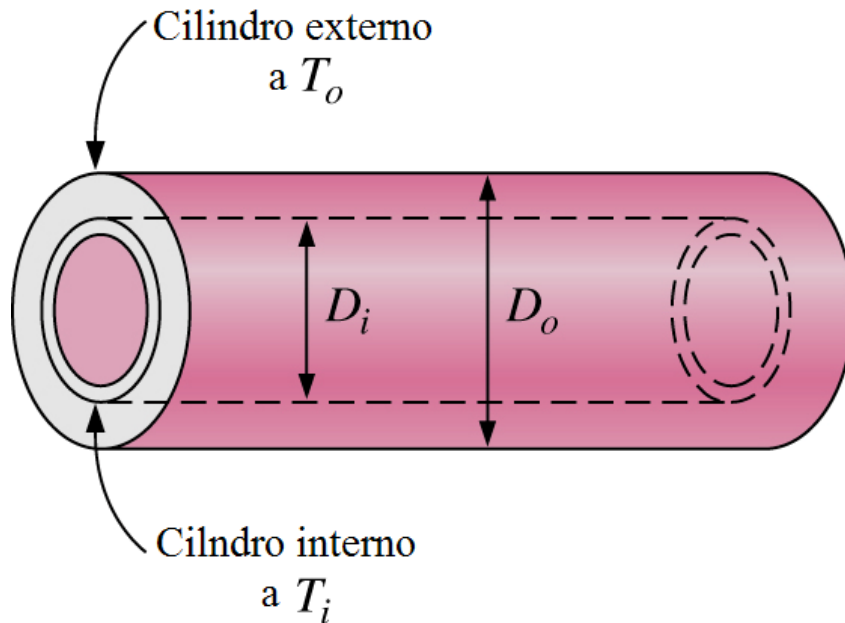
Para invólucros verticais com relações maiores, as seguintes relações podem ser usadas [ MacGregor e Esmeril (1969)]

$$Nu = 0,42Ra_L^{1/4} Pr^{0,012} \left( \frac{H}{L} \right)^{-0,3} \quad \begin{array}{l} 10 < H/L < 40 \\ 1 < Pr < 2 \times 10^4 \\ 10^4 < Ra_L < 10^7 \end{array} \quad (9.54)$$

$$Nu = 0,46Ra_L^{1/3} \quad \begin{array}{l} 1 < H/L < 40 \\ 1 < Pr < 20 \\ 10^6 < Ra_L < 10^9 \end{array} \quad (9.55)$$

As propriedades do fluido são avaliadas a temperatura média  $(T_1 + T_2)/2$

## 9.9 Cilindros Concêntricos



Considere dois cilindros longos horizontais concêntricos mantidos a temperaturas uniformes mas diferentes  $T_i$  e  $T_o$ . Os diâmetros dos cilindros internos e exteriores são  $D_i$  e  $D_o$ , respectivamente, e o comprimento característico é o afastamento entre os cilindros,  $L_c = (D_o - D_i)/2$ .

## 9.9 Cilindros Concêntricos

A taxa de transferência de calor por convecção natural através do espaço anular é expressa como

$$Q = \frac{2\pi k_{efe}}{\ln(D_o/D_i)} (T_i - T_o) \quad (W/m) \quad (9.56)$$

A relação recomendada para a condutibilidade térmica efectiva é [Raithby e Hollands (1975)]

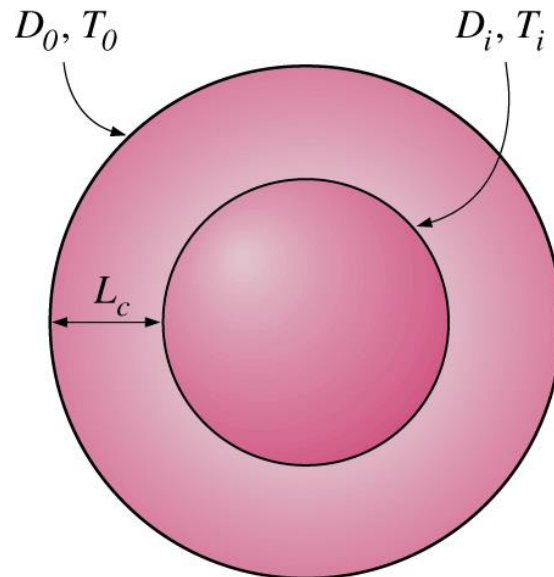
$$\frac{k_{efe}}{k} = 0,386 \left( \frac{\text{Pr}}{0,861 + \text{Pr}} \right)^{1/4} (F_{cil} \text{Ra}_L)^{1/4} \quad (9.57)$$

Onde o factor geométrico para cilindros concêntricos é  $F_{cil}$ :

$$F_{cil} = \frac{[\ln(D_o/D_i)]^4}{L_c^3 (D_i^{-3/5} + D_o^{-3/5})^5} \quad (9.58)$$

A relação para  $k_{efe}$  é aplicável para  $0,70 \leq \text{Pr} \leq 6000$  e  $10^2 \leq F_{cil} \text{Ra}_L \leq 10^7$ .  
para  $F_{cil} \text{Ra}_L < 100$ , as correntes de convecção natural são desprezíveis e  
dai  $k_{ef} = k$

## 9.10 Esferas Concêntricas



Esferas isotérmicas concêntricas

## 9.10 Esferas Concêntricas

Para esferas isotérmicas concêntricas, a taxa de transferência de calor por convecção natural através do espaço entre as esferas é expressa por:

$$Q = k_{efe} \pi \left( \frac{D_i D_o}{L_c} \right) (T_i - T_o) \quad (W) \quad (9.59)$$

Onde  $L_c = (D_o - D_i)/2$  é o comprimento característico. A relação recomendada para a condutibilidade térmica efectiva é dada por

$$\frac{k_{efe}}{k} = 0,74 \left( \frac{\text{Pr}}{0,861 + \text{Pr}} \right)^{1/4} (F_{esf} \text{Ra}_L)^{1/4} \quad (9.60)$$

Onde o factor geométrico  $F_{esf}$  para esferas concêntricas é dado por:

$$F_{esf} = \frac{L_c}{(D_i D_o)^4 (D_i^{-7/5} + D_o^{-7/5})^5} \quad (9.61)$$

A relação para  $k_{ef}$  é aplicável para  $0,70 \leq \text{Pr} \leq 4200$  e  $10^2 \leq F_{esf} \text{Ra}_L \leq 10^4$ . Se  $k_{ef}/k < 1$ , deve-se fazer  $k_{ef} = k$ .

## 9.11 Convecção Natural e Radiação Combinadas

Os gases são quase transparentes à radiação, e assim a transferência de calor numa camada de gás é por convecção simultaneamente (ou por condução, se o gás estiver parado) e pela radiação. Os coeficientes de transferência de calor por convecção são tipicamente muito baixos comparados àqueles para convecção forçada.

Consequentemente, a radiação é negligenciada geralmente em problemas de convecção forçada, mas deve-se considerar em problemas de convecção natural que envolvam um gás.

# 9.11 Convecção Natural e Radiação Combinadas

A taxa total de transferência de calor é determinada adicionando as componentes de convecção e de radiação

$$Q_{total} = Q_{conv} + Q_{rad} \quad (9.62)$$

A transferência de calor por radiação de uma superfície a temperatura  $T_s$  rodeada por superfícies a uma temperatura  $T_{amb}$  (ambos a temperatura absoluta K) é determinada de:

$$\dot{Q}_{rad} = \varepsilon \sigma A_s (T_s^4 - T_{amb}^4) \quad (W) \quad (9.63)$$

Quando os efeitos nos extremos são insignificantes, a transferência de calor por radiação entre duas placas paralelas grandes à temperatura absoluta  $T_1$  e  $T_2$  é expressa como:

$$\dot{Q}_{rad} = \frac{\sigma A_s (T_1^4 - T_2^4)}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1} = \varepsilon_{efectivo} \sigma A_s (T_1^4 - T_2^4) \quad (W) \quad (9.64)$$

## 9.11 Convecção Natural e Radiação Combinadas

Onde  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$  são as emissividades das placas e  $\varepsilon_{rend}$  é a emissividade eficaz expressa por:

$$\varepsilon_{rend} = \frac{1}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1} \quad (W) \quad (9.65)$$

A emissividade de uma superfície ordinária de vidro, por exemplo, é 0,84. Consequentemente, a emissividade eficaz de duas superfícies paralelas de vidro colocadas frente a frente é 0,72.



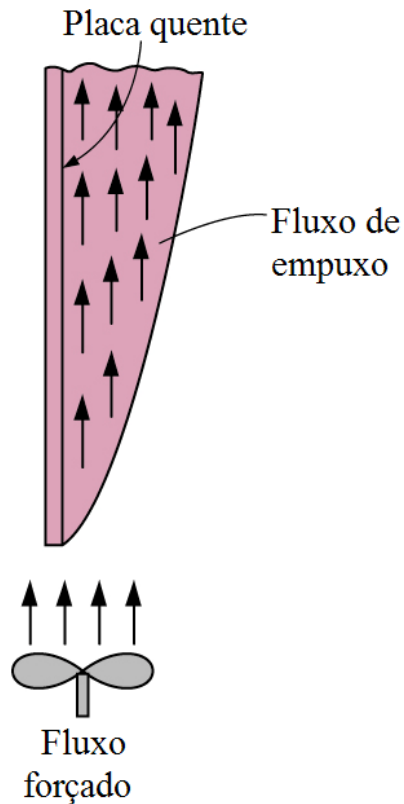
## 9.12 Convecção Natural e Forçada Combinadas

A presença de um gradiente de temperatura num fluido num campo da gravitacional causa sempre correntes naturais de convecção, e assim transferência de calor por convecção natural.

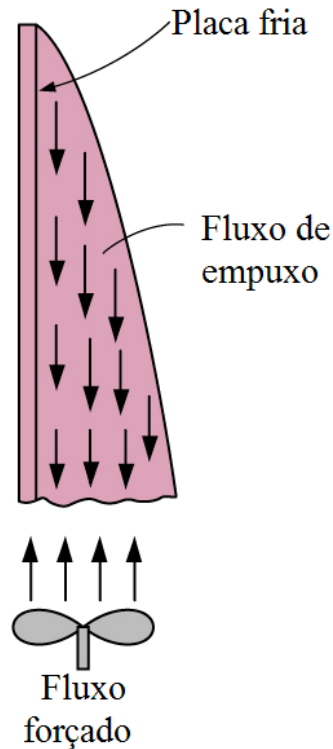
Consequentemente, a convecção forçada é acompanhada sempre pela convecção natural.

A convecção natural pode ajudar ou prejudicar a transferência de calor por convecção forçada, dependendo dos sentidos relativos do empuxo induzido e do movimento forçado da convecção.

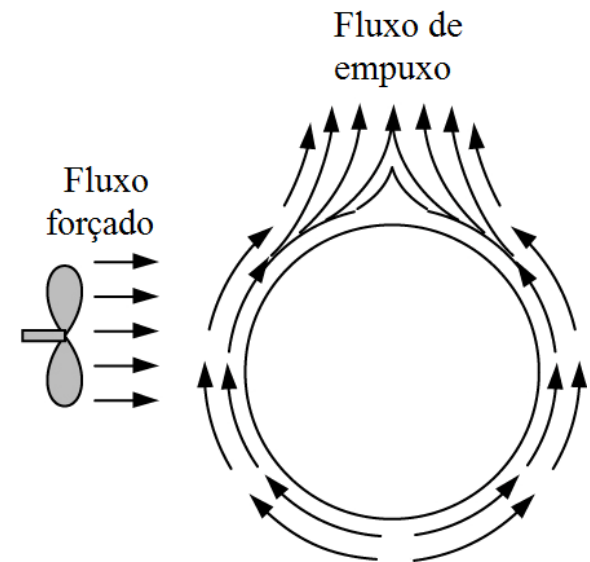
# 9.12 Convecção Natural e Forçada Combinadas



(a) Fluxo concorrente



(b) Fluxo contracorrente



(c) Fluxo transverso

## 9.12 Convecção Natural e Forçada Combinadas

- 1. Fluxo concorrente** - o movimento flutuante está no mesmo sentido que o movimento forçado. Conseqüentemente, a convecção natural ajuda a convecção forçada e aumenta a transferência de calor. Um exemplo é fluxo forçado para cima sobre uma superfície quente.
- 2. Fluxo contracorrente** - o movimento flutuante está no sentido oposto ao movimento forçado. Conseqüentemente, a convecção natural resiste à convecção forçada e diminui transferência de calor. Um exemplo é fluxo forçado para cima sobre uma superfície fria.
- 3. Fluxo transversal** - o movimento flutuante é perpendicular ao movimento forçado. O fluxo transversal aumenta a mistura do fluido o que realça assim transferência de calor. Um exemplo é fluxo forçado horizontal sobre um cilindro ou uma esfera quente ou fria.

## 9.12 Convecção Natural e Forçada Combinadas

Quando determina-se a transferência de calor combinada por convecção natural e forçada, pensa-se em adicionar as contribuições da convecção natural e forçada se os fluxos forem concorrentes e subtrai-los se forem opostos. Entretanto, a evidência indica uma forma diferentemente. Da revisão de dados experimentais sugere-se a seguinte formula:

$$Nu_{\text{combinado}} = \left( Nu_{\text{forçada}}^n \pm Nu_{\text{natural}}^n \right)^{1/n} \quad (9.66)$$

onde  $Nu_{\text{forçada}}$  e  $Nu_{\text{natural}}$  são determinados das relações para convecção natural pura e forçada pura, respectivamente. O sinal positivo é para fluxos concorrentes e transversais e o sinal negativo é para fluxos opostos.

É de recordar que a taxa de transferência de calor por convecção entre uma superfície a temperatura  $T_s$  e um meio a  $T_\infty$  é dada por

$$Q_{\text{conv}} = hA_s (T_s - T_\infty) \quad (9.67)$$