Transmissão de calor

3º ano

Aula 21 ▫ 11. Transferência de Calor por Radiação

Tópicos:

- O Factor de Forma
- As relações do Factor de Forma
- Transferência de Calor por radiação: Corpo negro
- Transferência de Calor por radiação: Superfícies difusas e cinzas

11.1 Introdução

No capítulo anterior, foram considerados os aspectos fundamentais da radiação e das propriedades da radiação de superfícies. Agora vai-se considerar a radiação entre duas ou mais superfícies, que é o valor de interesse principal em problemas radiação.

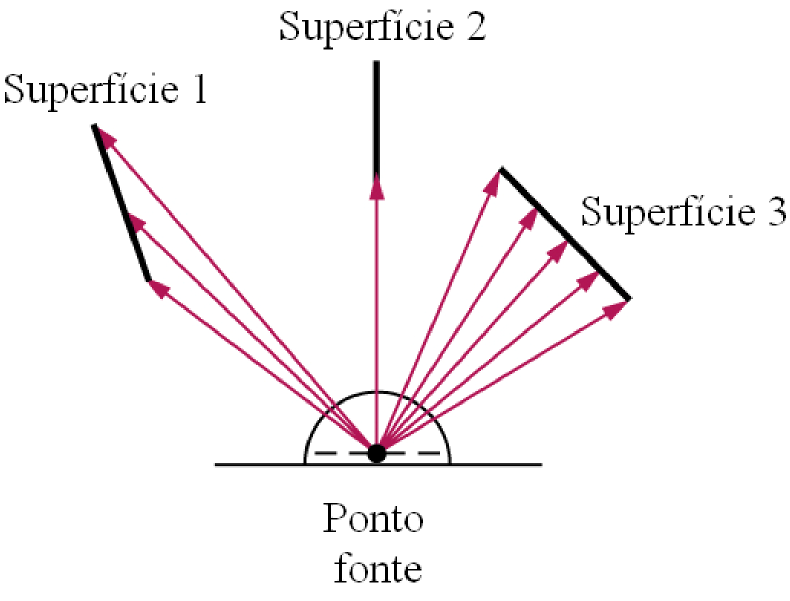
Começemos este capítulo com uma análise ao Factor de Forma e as regras que lhes estão associadas.

11.2 O Factor de Forma

Para se tomar em conta os efeitos da orientação das superfícies na transferência de calor por radiação entre duas superfícies, define-se um parâmetro chamado de Factor de Forma, que é uma grandeza puramente geométrica e é independente das propriedades da superfície e da temperatura. É também chamado factor de configuração ou factor de ângulo. O Factor de Forma com base no pressuposto de que as superfícies são emissores difusos e reflectores difusos é chamado de Factor de Forma difusa, e o Factor de Forma com base no pressuposto de que as superfícies são emissores difusos, mas reflectores especulares é chamado de Factor de Forma especular.

11.2 O Factor de Forma

A troca de calor por adiação entre superfícies, depende da orientação das mesmas uma em relação a outra, e esta dependência de orientação é explicada pelo Factor de Forma.



11.2 O Factor de Forma

O Factor de Forma de uma superfície i para uma superfície j é denotado por $F_{i \to j}$ ou apenas F_{ij}, e é definido como:

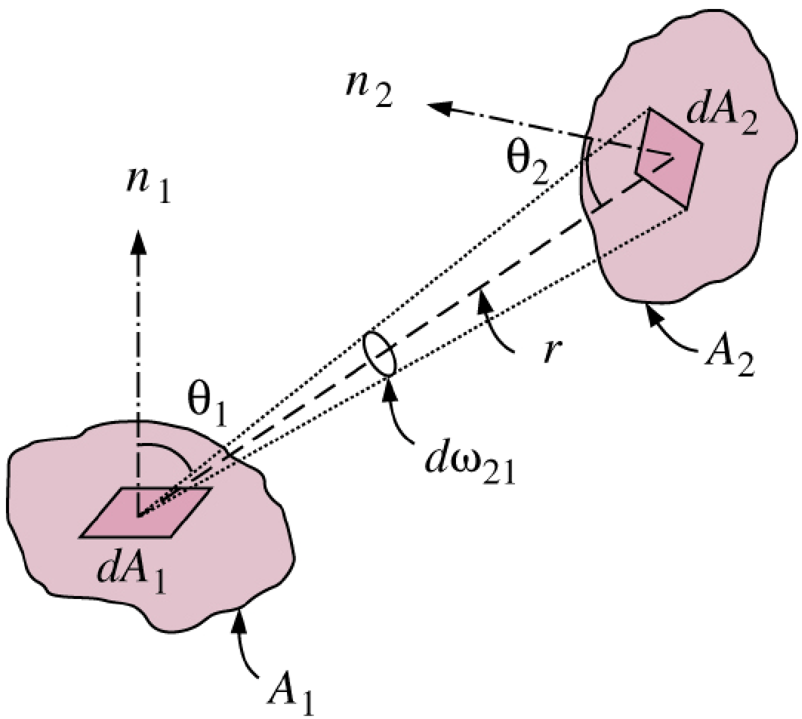
F_{ij} = fracção da radiação que deixando a superfície **i** atinge directamente a superfície **j**

A notação $F_{i \to j}$ é intuitiva para principiantes, pois enfatiza que Factor de Forma é da radiação que viaja da superfície **i** para a superfície **j**. No entanto, esta notação torna-se um pouco estranha quando tem de ser usada muitas vezes num problema. Nesses casos, é conveniente substituí-la pela sua versão abreviada $\mathbf{F_{ij}}$.

11.2 O Factor de Forma

Para desenvolver uma expressão geral para o Factor de Forma, considere-se duas superfícies diferenciais dA_1 e dA_2 em duas superfícies A_1 e A_2 respectivamente, arbitrariamente orientadas. A distância entre dA_1 e dA_2 é de R, e os ângulos entre as normais das superfícies e da linha que liga dA_1 e dA_2 são θ_1 e θ_2, respectivamente. A superfície 1 emite e reflecte radiação difusa em todas as direcções com intensidade constante de I_1, e o ângulo sólido subentendido por dA_2 quando visto por dA_1 é $d\omega_{21}$. A taxa a qual a radiação deixa dA_1 no sentido de θ_1 é $I_1 \cos\theta_1 dA_1$

11.2 O Factor de Forma



Geometria para determinar o Factor de Forma entre duas superfícies

11.2 O Factor de Forma

Notando que $d\omega_{21}=dA_2 \cos\theta_2 / r^2$, a parte dessa radiação que atinge dA_2 é:

$$Q_{dA_1 \to dA_2} = I_1 \cos\theta_1 dA_1 d\omega_{21} = I_1 \cos\theta_1 dA_1 \frac{dA_2 \cos\theta_2}{r^2} \quad \textbf{(11.1)}$$

A taxa total a qual a radiação que deixa dA_1 (via emissão e reflexão) em todos os sentidos é a radiosidade (que é $J_1=\pi I_1$) vezes a área da superfície,

$$Q_{dA_1} = J_1 dA_1 = \pi I_1 dA_1 \quad \textbf{(11.2)}$$

11.2 O Factor de Forma

O diferencial do Factor de Forma $dF_{dA1 \rightarrow dA2}$ que é a fracção de radiação que abandona dA_1 e atinge directamente dA_2 passa a ser:

$$dF_{dA_1 \rightarrow dA_2} = \frac{\dot{Q}_{dA_1 \rightarrow dA_2}}{\dot{Q}_{dA_1}} = \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dA_2 \qquad \textbf{(11.3)}$$

O Factor de Forma $F_{dA1 \rightarrow A2}$ determina-se pela integração de $dF_{dA1 \rightarrow dA2}$ em toda a área A_2

$$F_{dA_1 \rightarrow A_2} = \int_{A_2} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dA_2 \qquad \textbf{(11.4)}$$

11.2 O Factor de Forma

A taxa total a qual a radiação deixa a superfície A_1 (via emissão e reflexão) em todas as direcções é:

$$Q_{A_1} = J_1 A_1 = \pi I_1 A_1 \qquad \textbf{(11.5)}$$

A porção desta radiação que atinge dA_2 é determinada tendo em consideração a radiação que deixa dA_1 e atinge dA_2 e integrando por toda a área.

$$Q_{A_1 \rightarrow dA_2} = \int_{A_1} Q_{dA_1 \rightarrow dA_2} = \int_{A_1} \frac{I_1 \cos\theta_1 \cos\theta_2 dA_2}{r^2} dA_1 \qquad \textbf{(11.6)}$$

11.2 O Factor de Forma

A integração desta relação por toda a A_2 dá a radiação que atinge toda a A_2

$$Q_{A_1 \to A_2} = \int_{A_1} Q_{A_1 \to dA_2} = \int_{A_2} \int_{A_1} \frac{I_1 \cos\theta_1 \cos\theta_2}{r^2} dA_1 dA_2 \qquad \textbf{(11.7)}$$

Dividindo esta por toda a radiação que sai de A_2 tem-se a porção da radiação que abandona A_1 e atinge A_2 que é o Factor de Forma $F_{A1 \to A2}$ ou F_{12}

$$F_{12} = F_{A_1 \to A_2} = \frac{Q_{A_1 \to A_2}}{Q_{A_1}} = \frac{1}{A_1} \int_{A_2} \int_{A_1} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dA_1 dA_2 \qquad \textbf{(11.8)}$$

11.2 O Factor de Forma

O Factor de Forma $F_{A2\rightarrow A1}$ é determinado pela equação anterior trocando os subscritos 1 por 2.

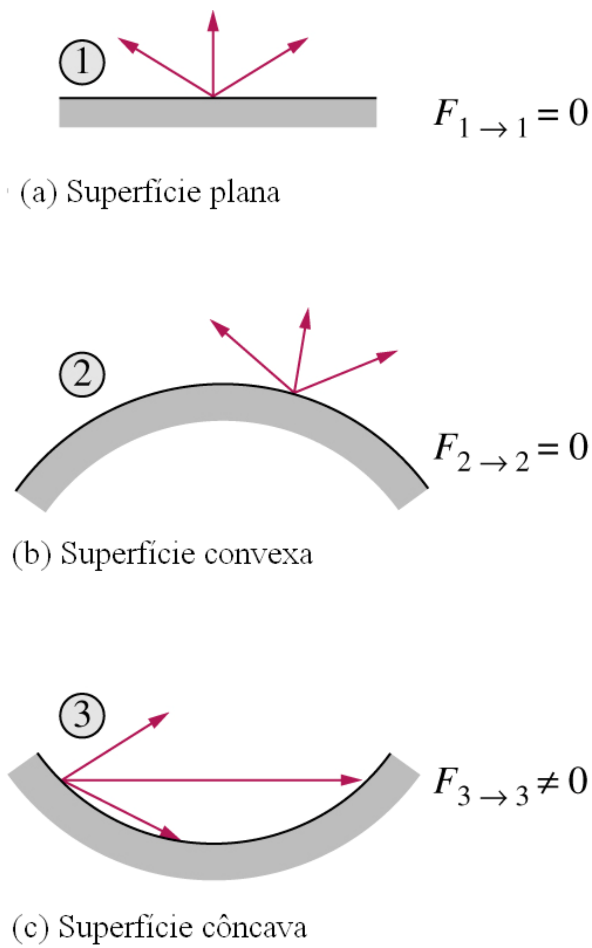
$$F_{21} = F_{A_2\rightarrow A_1} = \frac{Q_{A_2\rightarrow A_1}}{Q_{A_2}} = \frac{1}{A_2}\int_{A_2}\int_{A_1}\frac{\cos\theta_1\cos\theta_2}{\pi r^2}dA_1 dA_2 \qquad \textbf{(11.9)}$$

Combinando as Equações 11.8 e 11.9 depois de multiplicar a primeira por A_1 e a última por A_2 obtém-se:

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21} \qquad \textbf{(11.10)}$$

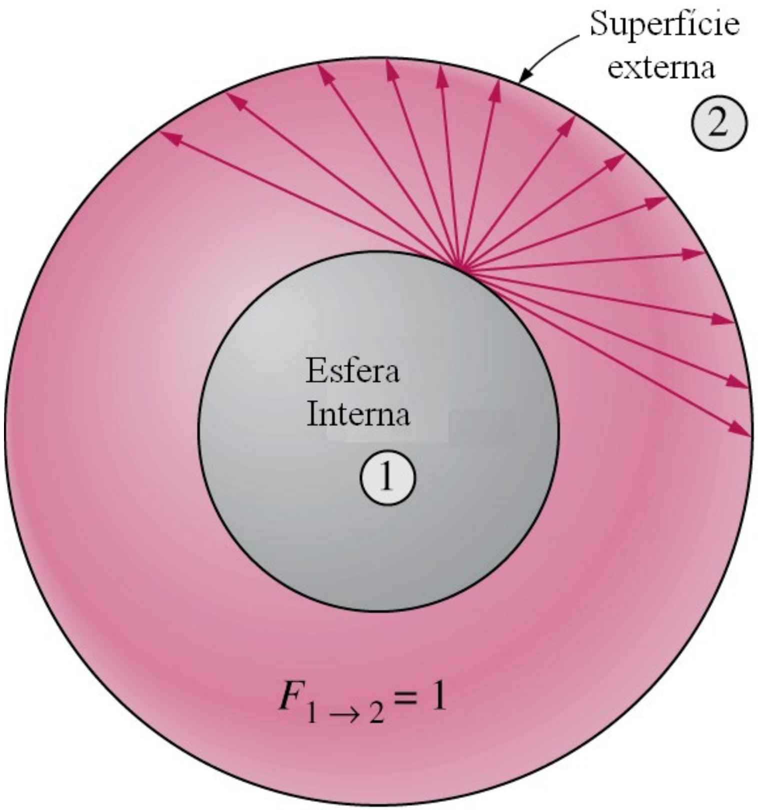
Que é conhecida como relação de reciprocidade para os factores de forma. Ela permite calcular os factores de forma conhecendo o outro

11.2 O Factor de Forma



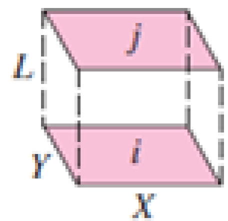
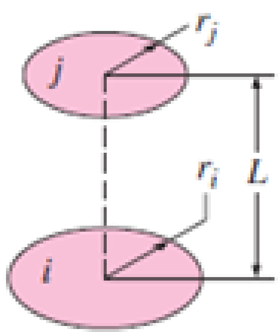
O Factor de Forma de uma superfície em relação a si própria e para superfícies planas ou convexas é zero e diferente de zero para superfícies côncavas.

11.2 O Factor de Forma

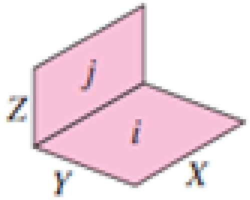


Em uma geometria que consiste de duas esferas concêntricas, o Factor de Forma $F_{1\to 2} = 1$, porque a radiação toda que deixa a superfície da esfera menor será interceptada pela esfera maior.

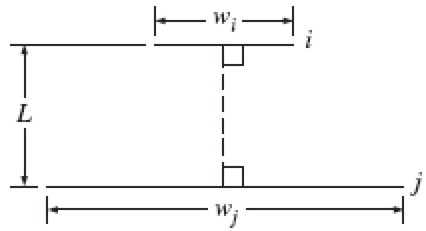
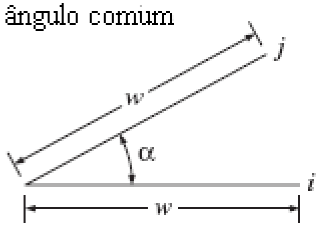
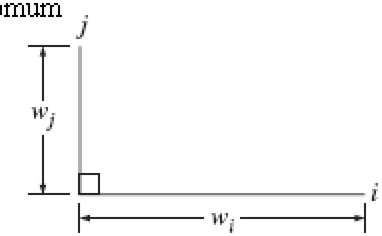
Factor de Forma para algumas geometrias comuns finitas 3D

Geometria	Relação
Rectângulos paralelos alinhados 	$\bar{X} = X/L$ e $\bar{Y} = Y/L$ $F_{i\to j} = \frac{2}{\pi \bar{X}\bar{Y}}\left\{\ln\left[\frac{(1+\bar{X}^2)(1+\bar{Y}^2)}{1+\bar{X}^2+\bar{Y}^2}\right]^{1/2} + \bar{X}(1+\bar{Y}^2)^{1/2}\tan^{-1}\frac{\bar{X}}{(1+\bar{Y}^2)^{1/2}} + \bar{Y}(1+\bar{X}^2)^{1/2}\tan^{-1}\frac{\bar{Y}}{(1+\bar{X}^2)^{1/2}} - \bar{X}\tan^{-1}\bar{X} - \bar{Y}\tan^{-1}\bar{Y}\right\}$
Discos paralelos coaxiais 	$R_i = r_i/L$ e $R_j = r_j/L$ $S = 1 + \frac{1+R_j^2}{R_i^2}$ $F_{i\to j} = \frac{1}{2}\left\{S - \left[S^2 - 4\left(\frac{r_j}{r_i}\right)^2\right]^{1/2}\right\}$

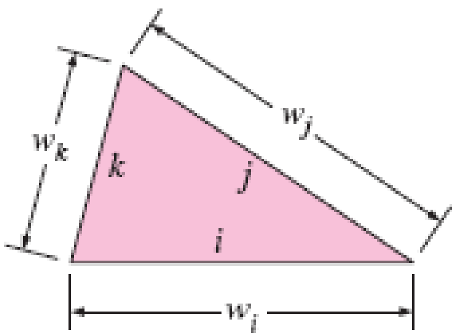
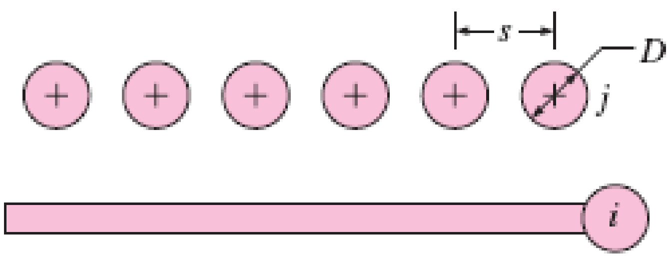
Factor de Forma para algumas geometrias comuns finitas 3D

Geometria	Relação
Rectangulos perpendiculares com uma esquina comum 	$H = Z/X$ e $W = Y/X$ $F_{i\to j} = \frac{1}{\pi W}\left(W\tan^{-1}\frac{1}{W} + H\tan^{-1}\frac{1}{H} - (H^2+W^2)^{1/2}\tan^{-1}\frac{1}{(H^2+W^2)^{1/2}} + \frac{1}{4}\ln\left\{\frac{(1+W^2)(1+H^2)}{1+W^2+H^2} \times \left[\frac{W^2(1+W^2+H^2)}{(1+W^2)(W^2+H^2)}\right]^{W^2} \times \left[\frac{H^2(1+H^2+W^2)}{(1+H^2)(H^2+W^2)}\right]^{H^2}\right\}\right)$

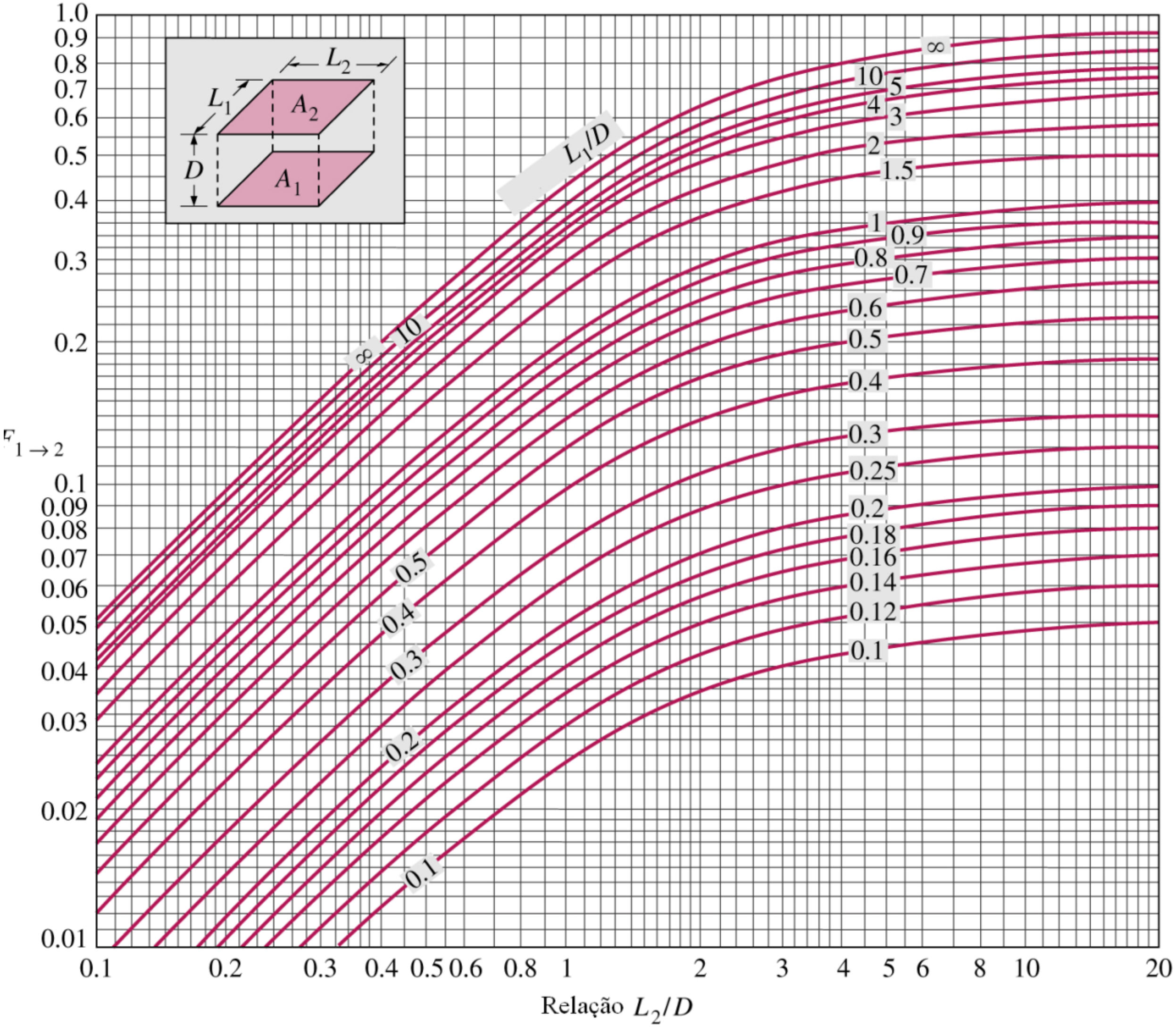
Factor de Forma para algumas geometrias infinitamente longas 2D

Geometria	Relação
Placas paralelas com as linhas de eixo ligadas por linhas perpendiculares 	$W_i = w_i/L$ e $W_j = w_j/L$ $F_{i \to j} = \frac{[(W_i + W_j)^2 + 4]^{1/2} - (W_j - W_i)^2 + 4]^{1/2}}{2W_i}$
Placas inclinadas de igual comprimento e com um ângulo comum 	$F_{i \to j} = 1 - \sin \frac{1}{2}\alpha$
Placas perpendiculares com um ângulo comum 	$F_{i \to j} = \frac{1}{2}\left\{1 + \frac{w_j}{w_i} - \left[1 + \left(\frac{w_j}{w_i}\right)^2\right]^{1/2}\right\}$

Factor de Forma para algumas geometrias infinitamente longas 2D

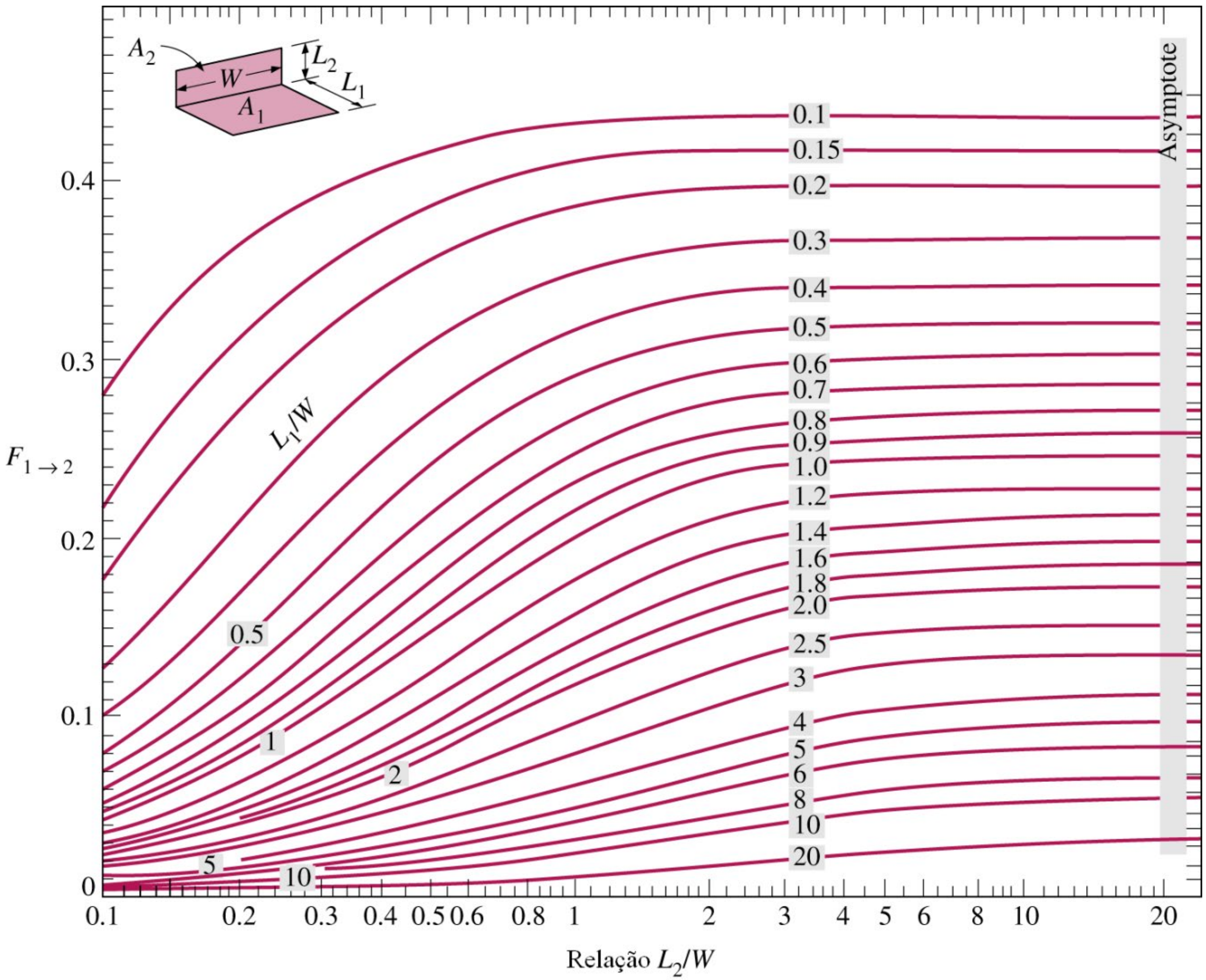
Geometria	Relação
Superfície fechada com três paredes 	$F_{i \to j} = \dfrac{w_i + w_j - w_k}{2w_i}$
Plano infinito e uma régua de cilindros 	$F_{i \to j} = 1 - \left[1 - \left(\dfrac{D}{s}\right)^2\right]^{1/2} + \dfrac{D}{s}\tan^{-1}\left(\dfrac{s^2 - D^2}{D^2}\right)^{1/2}$

11.2 O Factor de Forma



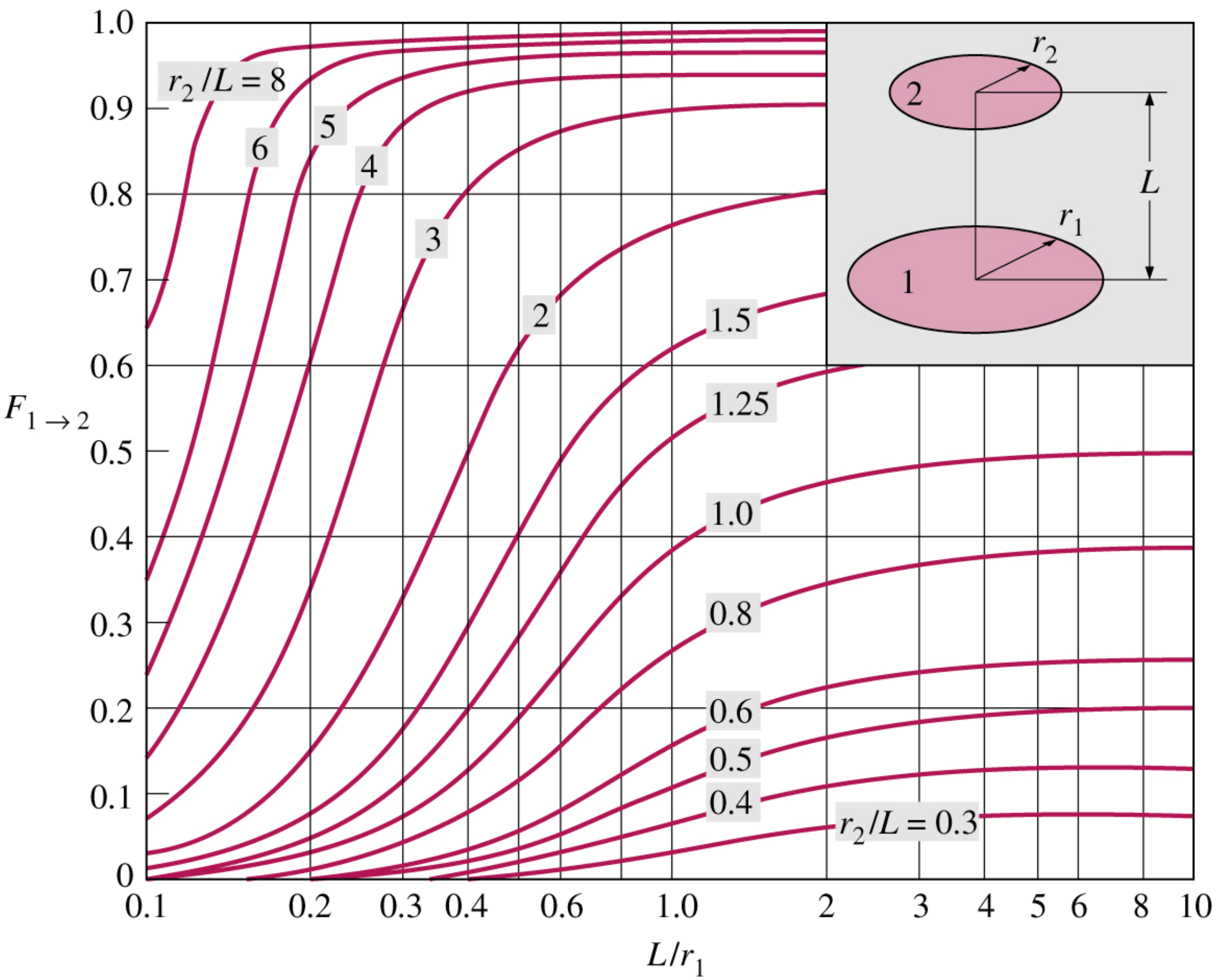
Factor de Forma para dois rectângulos alinhados do mesmo tamanho

11.2 O Factor de Forma



Factor de Forma para dois rectângulos perpendiculares com esquina comum

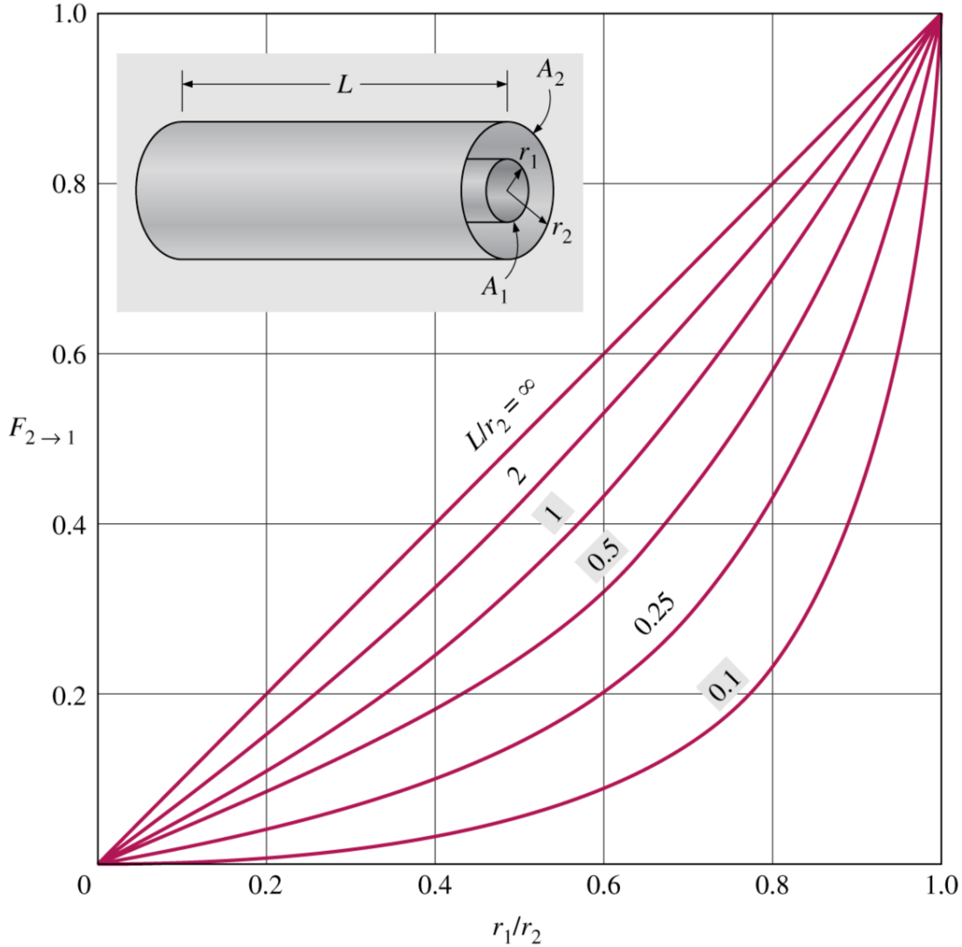
11.2 O Factor de Forma

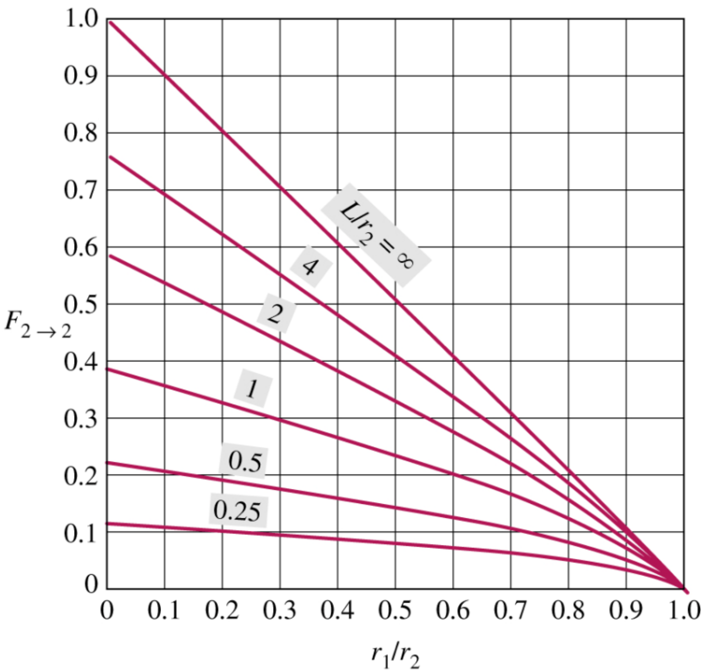


Factor de Forma para dois discos coaxiais e paralelos

11.2 O Factor de Forma

Factor de Forma para dois cilindros concêntricos de comprimento finito: (a) do cilindro exterior para o interno, (b) do cilindro externo para si própriio





11.3 Relações do Factor de Forma

A análise da radiação de um compartimento composto por N superfícies requer a avaliação de N^2 factores de forma e este processo de avaliação é provavelmente a parte mais demorada de uma análise de radiação. No entanto na prática não é necessário avaliar directamente todos os factores forma. Quando um número suficiente de factores de forma estão disponíveis, os restante podem ser determinados através da utilização de algumas relações fundamentais para factores de forma.

11.3.1 Relações da Reciprocidade

Os factores de forma $F_{i \to j}$ e $F_{j \to i}$ não serão iguais um ao outro a menos que as áreas das duas superfícies o sejam. Isto é,

$$F_{j \to i} = F_{i \to j} \quad \text{quando} \quad A_i = A_j$$

$$F_{j \to i} \neq F_{i \to j} \quad \text{quando} \quad A_i \neq A_j$$

Como foi demonstrado antes o par dos factores de forma $F_{i \to j}$ e $F_{j \to i}$ estão relacionados entre si por:

$$A_i F_{i \to j} = A_j F_{j \to i} \qquad \textbf{(11.11)}$$

Esta relação chama-se relação de reciprocidade ou regra de reciprocidade

11.3.2 Regra da Soma

O princípio da conservação da energia requer que toda a radiação que deixa uma superfície inteira de um recinto fechado **i** seja interceptada pelas superfícies do recinto. Portanto, a soma dos factores de forma da superfície **i** de um recinto para todas as superfícies desse recinto, incluindo ela mesma, deve ser igual a unidade.

Isto é conhecido como a regra da soma para o recinto e é expresso como:

$$\sum_{i=1}^{N} F_{i \to j} = 1 \qquad \textbf{(11.12)}$$

11.3.2 Regra da Soma

onde N é o número de superfícies do recinto. Por exemplo, a aplicação da regra da adição a uma superfície de um recinto com três superfícies é:

$$\sum_{i=1}^{3} F_{i \to j} = F_{1 \to 1} + F_{1 \to 2} + F_{1 \to 3} = 1$$

A regra da adição pode ser aplicada a cada face de um recinto fechado variando i de 1 a N. Assim, a regra da adição aplicada a cada uma das N superfícies de um recinto dá as N relações para a determinação dos factores de forma.

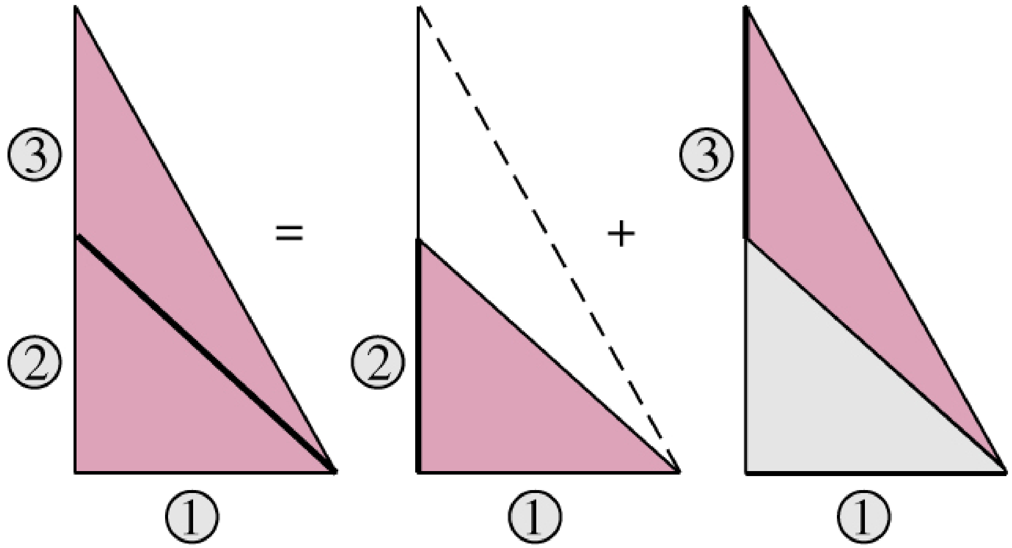
11.3.2 Regra da Soma

A radiação que deixa qualquer superfície **i** de um recinto deve ser completamente interceptada pelas superfícies do recinto. Portanto, a soma dos factores de forma da superfície **i** para cada uma das superfícies do recinto deve ser igual à unidade.

11.3.3 Regra da Sobreposição

Às vezes, o Factor de Forma associado a uma dada geometria não está disponível em tabelas e gráficos padrão. Nesses casos, é conveniente expressar a geometria dada como soma ou diferença de geometrias com factores de forma conhecidos e, em seguida, aplicar a regra da sobreposição, que pode ser expressa como o Factor de Forma de uma superfície i para a superfície j é igual à soma dos factores de forma da superfície i para as partes da superfície j. Note-se que recíproco não é verídico, ou seja, o Factor de Forma a partir de uma superfície j para uma superfície i não é igual à soma dos factores de forma das partes da superfície j à superfície i.

11.3.3 Regra da Sobreposição



$$F_{1 \to (2,3)} = F_{1 \to 2} + F_{1 \to 3} \qquad \textbf{(11.13)}$$

O fator de forma de uma superfície para uma composta é igual à soma dos fatores forma desde essa superfície até as partes da superfície composta.

11.3.3 Regra da Sobreposição

Para obter o Factor de Forma $F_{(2,3)\rightarrow 1}$ multiplica-se a Equação 11.13 por A_1

$$A_1 F_{1\rightarrow(2,3)} = A_1 F_{1\rightarrow 2} + A_1 F_{1\rightarrow 3}$$

Aplicando a relação de reciprocidade

$$\left(A_2 + A_3\right) F_{(2,3)\rightarrow 1} = A_2 F_{2\rightarrow 1} + A_3 F_{3\rightarrow 1}$$

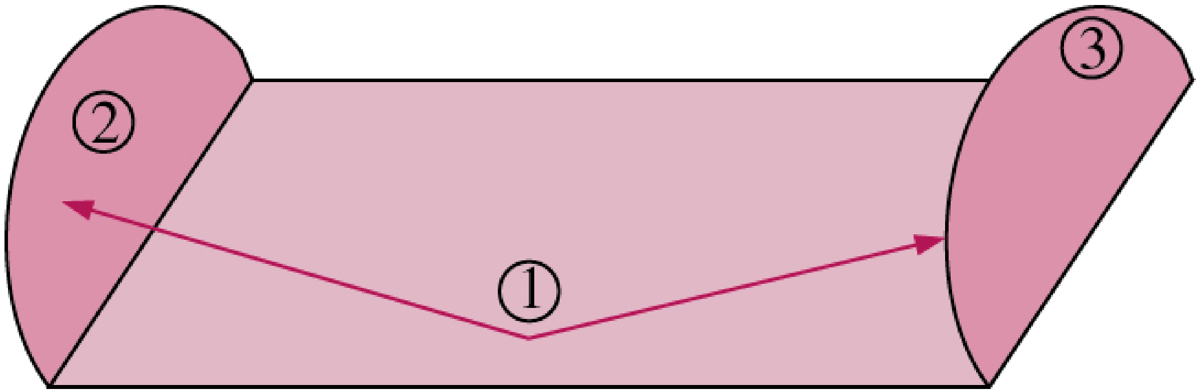
ou

$$F_{(2,3)\rightarrow 1} = \frac{A_2 F_{2\rightarrow 1} + A_3 F_{3\rightarrow 1}}{A_2 + A_3} \qquad \textbf{(11.14)}$$

11.3.4 Regra da Simetria

A determinação dos factores de forma de um problema pode ser simplificada se a geometria envolvida possuir algum tipo de simetria. Portanto, é uma boa prática primeiro verificar a existência de simetria num problema antes de tentar determinar os factores de forma. A presença de simetria pode ser determinada por inspeção, mantendo a definição do Factor de Forma em mente. Superfícies idênticas, que estão orientadas de forma idêntica uma em relação a outra irão interceptar quantidades idênticas de radiação. Portanto, a regra de simetria pode ser expressa como duas (ou mais) superfícies que possuam simetria em relação a uma terceira superfície terão factores de forma idênticos em relação a essa superfície.

11.3.4 Regra da Simetria



$$F_{1 \to 2} = F_{1 \to 3}$$

$$(\text{Também}, \; F_{2 \to 1} = F_{3 \to 1})$$

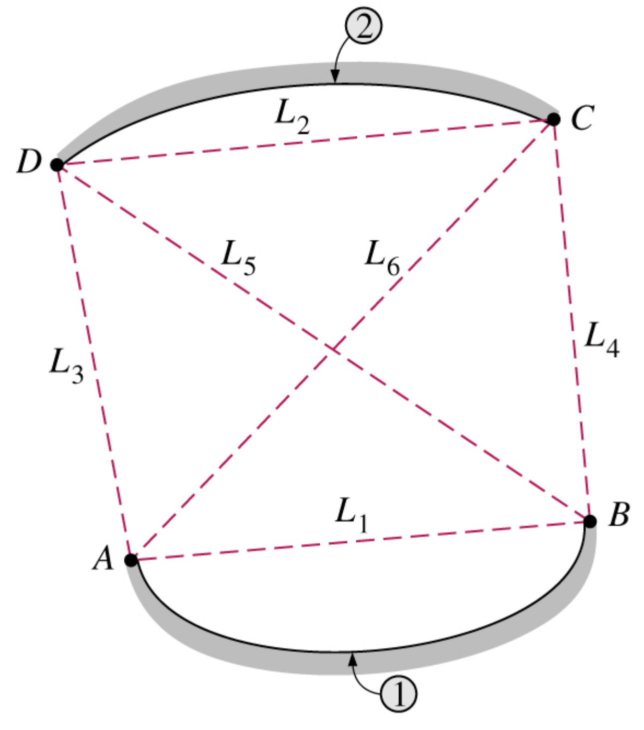
Duas superfícies simétricas em relação a uma terceira superfície terão o mesmo Factor de Forma em relação a esta terceira superfície.

11.3.4 Superfícies infinitamente longas: O Método das Cordas Cruzadas

Muitos problemas encontrados na prática envolvem geometrias de secção transversal constante, tais como canais. Essas geometrias podem convenientemente ser consideradas bidimensionais, uma vez que qualquer interacção de radiação através de suas superfícies extremas é negligenciável. Essas geometrias podem posteriormente ser modeladas como sendo infinitamente longas, e o Factor de Forma entre suas superfícies pode ser determinado pelo método simples de Cordas Cruzadas desenvolvido por HC Hottel na década de 1950. As superfícies da geometria não precisam ser planas, pois elas podem ser convexas, côncavas, ou de qualquer outra forma irregular.

11.3.4 Superfícies infinitamente longas: O Método das Cordas Cruzadas

Hottel demonstrou que o Factor de Forma $F_{1\rightarrow2}$ pode ser expresso em termos dos comprimentos das linhas rectas que se cruzam e que não se cruzam, como:



$$F_{1\rightarrow2} = \frac{(L_5 + L_6) - (L_3 + L_4)}{2L_1} \quad \textbf{(11.15)}$$

11.3.4 Superfícies infinitamente longas: O Método das Cordas Cruzadas

Note-se que $L_6 + L_5$ é a soma dos comprimentos das linhas que se cruzam, e $L_3 + L_4$ é a soma dos comprimentos das linhas que não se cruzam ligadas aos pontos extremos. Portanto, o método das cordas cruzadas pode ser escrito de uma forma geral como:

$$F_{i\rightarrow j} = \frac{\sum\left(Linhas\ que\ se\ cruzam\right) - \sum\left(Linhas\ que\ não\ se\ cruzam\right)}{2\times\left(Linhas\ da\ \text{superfície}\ i\right)} \quad \textbf{(11.16)}$$

11.3.4 Superfícies infinitamente longas: O Método das Cordas Cruzadas

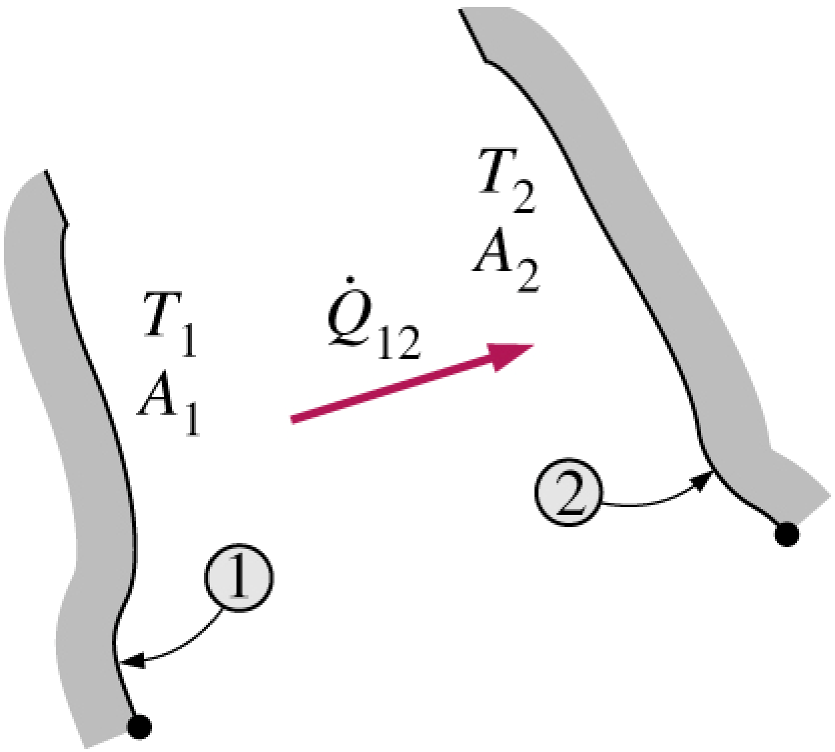
O método das cordas cruzadas é aplicável, mesmo quando as duas superfícies consideradas partilhem uma aresta comum, tais como em um triângulo. Em tais casos, a aresta comum pode ser tratada como uma corda imaginária de comprimento zero. O método pode também ser aplicado a superfícies que estão parcialmente bloqueadas por outras superfícies, permitindo que as cordas contornem as superfícies que bloqueiam as outras.

$$Fi \rightarrow j = \frac{\sum(Diagonais) - \sum(Catetos)}{2 \times (Catetos\ da\ \text{superfície}\ i)}$$

11.4 Transferência de calor por radiação: Superfícies negras

Considere-se duas superfícies negras de forma arbitrária mantidas as temperaturas uniformes T_1 e T_2. Reconhecendo que a radiação deixa uma superfície negra com uma taxa de $E_b = \sigma T^4$ por unidade de superfície e que o Factor de Forma $F_{1\rightarrow 2}$ representa a fração da radiação que deixa a superfície 1 e atinge a superfície 2, a taxa líquida de transferência de calor por radiação da superfície 1 para a superfície 2 pode ser expressa como:

11.4 Transferência de calor por radiação: Superfícies negras



Duas superfícies negras mantidas às temperaturas T_1 e T_2

11.4 Transferência de calor por radiação: Superfícies negras

$Q_{1\rightarrow 2}$ = Radiação que deixa toda a superfície 1 e atinge a superfície 2 - Radiação que deixa toda a superfície 2 e atinge a superfície 1

Ou seja:

$$Q_{1\rightarrow 2} = A_1 E_{b1} F_{1\rightarrow 2} - A_2 E_{b2} F_{2\rightarrow 1} \qquad (W) \quad \textbf{(11.17)}$$

11.4 Transferência de calor por radiação: Superfícies negras

Aplicando a relação de reciprocidade $A_1F_{1\rightarrow2} = A_2F_{2\rightarrow1}$ chega-se a:

$$\dot{Q}_{1\rightarrow2} = A_1F_{1\rightarrow2}\sigma(T_1^4 - T_2^4) \quad (W) \qquad \textbf{(11.18)}$$

que é a relação desejada. Um valor negativo para $Q_{1\rightarrow2}$ indica que a transferência de calor líquido de radiação é da superfície 2 para a superfície 1

11.4 Transferência de calor por radiação: Superfícies negras

Considere-se agora um recinto constituído por N superfícies negras mantido a temperaturas específicas. A transferência líquida de calor de radiação em qualquer superfície i deste compartimento é determinada pela soma das transferências de calor de radiação da superfície i para cada uma das superfícies do recinto:

$$\dot{Q}_i = \sum_{j=1}^{N} \dot{Q}_{i\to j} = \sum_{j=1}^{N} A_i F_{i\to j}\sigma(T_j^4 - T_j^4) \quad (W) \qquad \textbf{(11.19)}$$

Novamente um valor negativo para Q indica que a transferência líquida de calor de radiação é para a superfície i.

11.5 Transferência de calor por radiação: Superfícies Difusas Cinzas

A análise da transferência de calor por radiação em recintos constituídos por superfícies negras é relativamente fácil, como se viu, mas a maioria das aplicações encontradas na prática envolve superfícies que não são negras, que permitem que possam ocorrer múltiplas reflexões.

A análise da radiação nestas aplicações torna-se muito complicada a menos que algumas hipóteses simplificadoras sejam feitas.

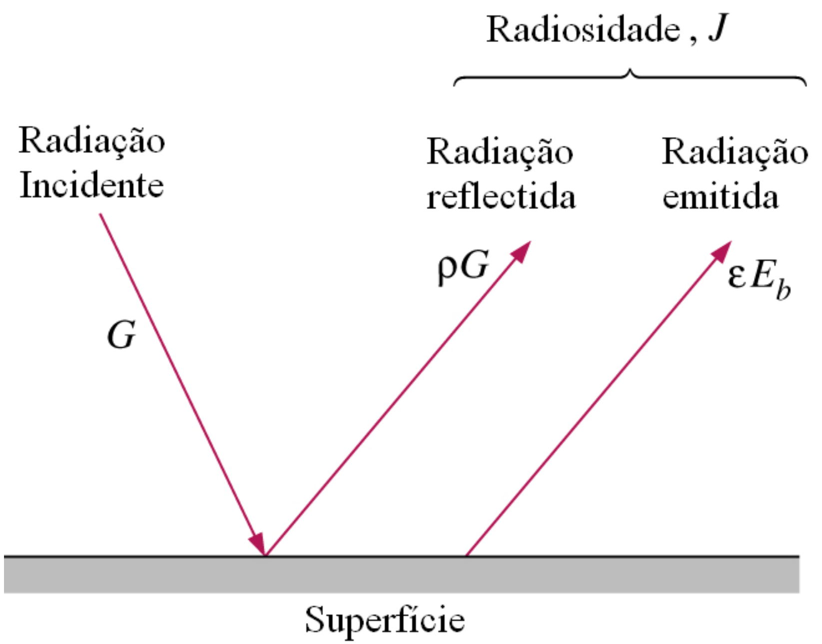
11.5 Transferência de calor por radiação: Superfícies Difusas Cinzas

Para tornar uma análise da radiação o mais simples possível, é comum assumir-se que as superfícies de um recinto sejam opacas, difusas e cinza. Ou seja, as superfícies são opacas, são emissores difusos e refletores difusos, e suas propriedades de radiação são independentes do comprimento de onda. Além disso, cada superfície do recinto é isotérmica, e tanto a radiação que entra como a que sai são uniformes em cada superfície.

11.5.1 Radiosidade

As superfícies emitem bem como reflectem radiação, e assim a radiação que deixa uma superfície é composta de partes emitidas e refletidas. O cálculo da transferência de calor por radiação entre superfícies envolve a energia total de radiação de uma superfície, sem tomar em conta a sua origem. A energia total de radiação que deixa uma superfície por unidade de tempo e por unidade de área é a radiosidade e é denotada por **J**

11.5.1 Radiosidade



A radiosidade representa a soma da energia emitida e reflectida por uma superfície

11.5.1 Radiosidade

Para uma superfície cinza e opaca ($\varepsilon_i = \alpha_i$ e $\alpha_i + \rho_i = 1$) a radiosidade pode ser expressa como:

J_i	=	Radiação emitida pela superfície i	+	Radiação reflectida pela superfície i

Ou seja:

$$J_i = \varepsilon_i E_{bi} + \rho_i G_i \qquad \textbf{(11.20)}$$

$$= \varepsilon_i E_{bi} + \left(1 - \varepsilon_i\right) G_i \quad \left(W / m^2\right)$$

11.5.1 Radiosidade

Para superfícies que se aproximam de corpos negros ($\varepsilon_i = 1$) a expressão de radiosidade simplifica-se para

$$J_i = E_{bi} = \sigma T_i^4 \quad \left(W/m^2\right) \qquad \textbf{(11.21)}$$

Ou seja, a radiosidade de um corpo negro é igual ao seu poder emissivo. Isso é esperado, uma vez que um corpo negro não reflecte qualquer radiação e, portanto a radiação de um corpo negro é somente devido a emissão.

11.5.2 Radiação líquida de ou para uma superfície

Durante a interação da radiação, a superfície perde energia, emitindo radiação e ganha pela energia absorvida da radiação emitida por outras superfícies. A superfície apresenta um ganho líquido ou uma perda líquida de energia, dependendo da quantidade que for maior. A taxa líquida de transferência de calor por radiação de uma superfície i de área A_i é denotada por Q_i, e é expressa como:

11.5.2 Radiação líquida de ou para uma superfície

$\mathbf{Q_i}$ **=** Radiação que deixa toda a superfície i **-** Radiação incidente em toda a superfície i

Ou seja:

$$Q_i = A_i\left(J_i - G_i\right) \qquad \left(W\right) \qquad \mathbf{(11.22)}$$

11.5.2 Radiação líquida de ou para uma superfície

Resolvendo a Equação 11.20 e substituindo na 11.22 obtém-se:

$$\dot{Q}_i = A_i\left(J_i - \frac{J_i - \varepsilon_i E_{bi}}{1-\varepsilon_i}\right) = \frac{A_i\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i}\left(E_{bi} - J_i\right) \quad (W) \qquad \textbf{(11.23)}$$

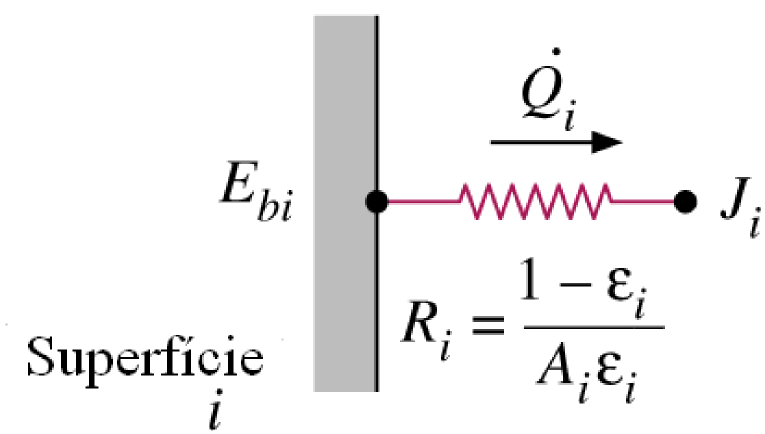
Em analogia a lei de Ohm esta equação pode ser rearranjada e torna-se

$$\dot{Q}_i = \frac{E_{bi} - J_i}{R_i} \quad (W) \qquad \textbf{(11.24)}$$

Onde:

$$R_i = \frac{1-\varepsilon_i}{A_i\varepsilon_i} \qquad \textbf{(11.25)}$$

11.5.2 Radiação líquida de ou para uma superfície

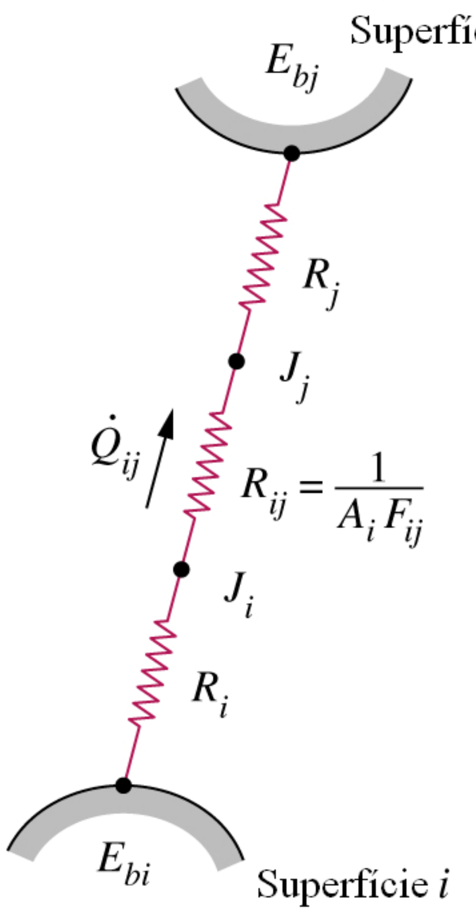


Analogia eléctrica da resistência de uma superfície à radiação

11.5.2 Radiação líquida de ou para uma superfície

Considere-se duas superfícies difusas, cinzas, opacas mantidas arbitráriamente a temperaturas uniformes, como mostrado na Figura. Reconhecendo que a radiosidade J representa a taxa de radiação deixando uma superfície por unidade de superfície e que a Factor de Forma $F_{i \rightarrow j}$ representa a fração de radiação que sai da superfície i e atinge a superfície j, a taxa líquida de transferência de calor por radiação da superfície i para a superfície j pode ser expressa como:

11.5.2 Radiação líquida de ou para uma superfície



Analogia eléctrica a resistência do espaço à radiação

11.5.3 Radiação líquida entre duas superfícies

$Q_{i \to j}$	=	Radiação que deixa toda a superfície i e atinge a superfície j	-	Radiação que deixa toda a superfície j e atinge a superfície i

Ou seja:

$$Q_{i \to j} = A_i E_{bi} F_{i \to j} - A_j E_{bj} F_{j \to i} \qquad (W) \qquad \textbf{(11.26)}$$

11.5.3 Radiação líquida entre duas superfícies

Aplicando a relação de reciprocidade $A_iF_{i\rightarrow j} = A_jF_{j\rightarrow i}$ chega-se a:

$$\dot{Q}_j = A_i F_{i\rightarrow j}(J_i - J_j) \quad (W) \qquad \textbf{(11.27)}$$

Mais uma vez, recorrendo-se a lei de Ohm chega-se a

$$\dot{Q}_{i\rightarrow j} = \frac{J_i - J_i}{R_{i\rightarrow j}} \quad (W) \qquad \textbf{(11.28)}$$

Onde:

$$R_{i\rightarrow j} = \frac{1}{A_i F_{i\rightarrow j}} \qquad \textbf{(11.29)}$$

11.5.3 Radiação líquida entre duas superfícies

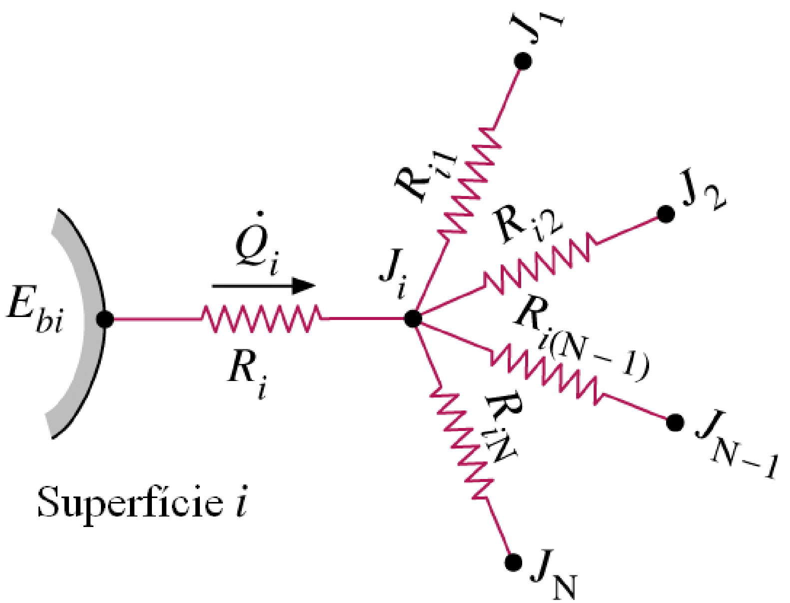
Num recinto com N superfícies, o princípio de conservação da energia exige que a transferência líquida de calor da superfície i seja igual à soma das transferências líquidas de calor da superfície i para cada uma das N superfícies do compartimento. Isto é,

$$\dot{Q}_i = \sum_{j=i}^{N} Q_{i\to j} = \sum_{j=i}^{N} A_i F_{i\to j}(J_i - J_j) = \sum_{j=i}^{N} \frac{(J_i - J_j)}{R_{i\to j}} \qquad \textbf{(11.30)}$$

Combinando as equações

$$\frac{E_{bi} - J_i}{R_i} = \sum_{j=i}^{N} \frac{(J_i - J_j)}{R_{i\to j}} \qquad \textbf{(11.31)}$$

11.5.3 Radiação líquida entre duas superfícies



Representação de uma rede de transferência de calor líquida da superfície i para as restantes N superfícies do compartimento

11.5.4 Método de Resolução de Problemas de Radiação

Na análise da radiação de um recinto fechado, a temperatura ou a taxa líquida de transferência de calor devem ser dadas para cada uma das superfícies, para obter uma solução única para as temperaturas da superfície desconhecida e as taxas de transferência de calor. Existem dois métodos comumente utilizados para solucionar problemas de radiação. No primeiro método, Eqs.. 11.30 (para superfícies com taxas de transferência de calor especificadas) e 11.31 (para superfícies com temperaturas especificadas) são simplificadas e reorganizadas como:

11.5.4 Método de Resolução de Problemas de Radiação

Superfícies com calor líquido Q_i especificado

$$\dot{Q}_i = A_1 \sum_{j=i}^{N} F_{i \to j} (J_i - J_j) \qquad \textbf{(11.32)}$$

Superficies com a temperatura T especificada

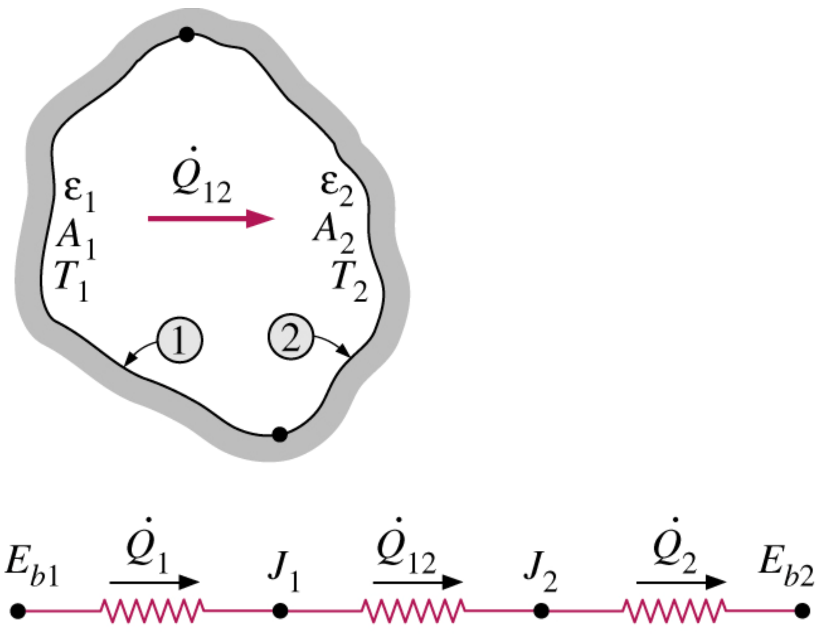
$$\sigma T_i^4 = J_i + \frac{1-\varepsilon_i}{\varepsilon_i} \sum_{i=1}^{n} F_{i \to j} \left(J_i - J_j \right) \qquad \textbf{(11.33)}$$

Note-se que $Q_i = 0$ para superfícies isoladas (ou reradiantes) e $T_i^{\ 4} = J_i$ para superfícies negras desde $\varepsilon_i = 1$ nesse caso. Além disso, o termo correspondente à j = i vai sair de qualquer relação uma vez que nesse caso $J_i - J_j = J_i - J_i = 0$.

11.5.5 Transferência de calor por radiação em duas superfícies enclausuradas

Considere-se um invólucro constituído por duas superfícies opacas a temperaturas específicas T_1 e T_2, como mostrado na figura, e tente-se determinar a taxa líquida de transferência de calor por radiação entre as duas superfícies pelo método de rede.
As superfícies 1 e 2 têm emissividade ε_1 e ε_2 e áreas A_1 e A_2 e são mantidas às temperaturas uniformes T_1 e T_2, respectivamente.

11.5.5 Transferência de calor por radiação em duas superfícies enclausuradas



$$R_1 = \frac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1} \qquad R_{12} = \frac{1}{A_1 F_{12}} \qquad R_2 = \frac{1-\varepsilon_2}{A_2\varepsilon_2}$$

A rede de radiação deste recinto de duas superfícies consiste de duas resistências de superfície e um espaço de resistência, como mostrado na figura. Numa rede elétrica, a corrente elétrica através dessas resistências ligadas em série seria determinada dividindo-se a diferença de potencial entre os pontos A e B pela resistência total entre os mesmos dois pontos.

11.5.5 Transferência de calor por radiação em duas superfícies enclausuradas

A taxa líquida de transferência de radiação é determinada da mesma maneira e é expressa como:

$$\dot{Q}_{12} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{R_1 + R_{12} + R_2} = Q_1 = -Q_2 \qquad (\mathrm{W}) \qquad \textbf{(11.34)}$$

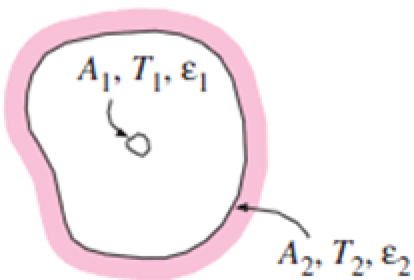
Ou

$$\dot{Q}_{12} = \frac{\sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right)}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1} + \dfrac{1}{A_1F_{12}} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{A_2\varepsilon_2}} \qquad (\mathrm{W}) \qquad \textbf{(11.35)}$$

Este importante resultado é aplicável a quaisquer duas superfícies difusas, cinzas ou opacas desde que formem uma caixa. O Factor de Forma F_{12} depende da geometria e deve ser a primeira coisa a ser determinada.

11.5.5 Transferência de calor por radiação em duas superfícies enclausuradas

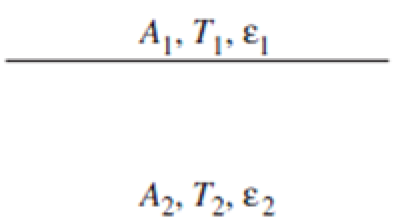
Objecto pequeno numa grande cavidade



$$\frac{A_1}{A_2} \approx 0 \qquad F_{12} = 1$$

$$\dot{Q}_{12} = A_1 \sigma \varepsilon_1 (T_1^4 - T_2^4) \qquad (11.34)$$

Placas paralelas infinitamente grandes



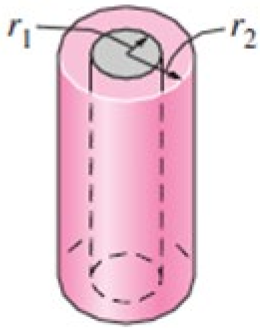
$$A_1 = A_2 = A \qquad F_{12} = 1$$

$$\dot{Q}_{12} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1} \qquad (11.35)$$

Aplicação da Equação 11.33 à alguns arranjos familiares

11.5.5 Transferência de calor por radiação em duas superfícies enclausuradas

Cilindros concêntricos infinitamente longos

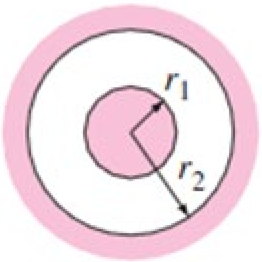


$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

$$F_{12} = 1$$

$$\dot{Q}_{12} = \frac{A_1\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} \quad (11.36)$$

Esferas concêntricas



$$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$F_{12} = 1$$

$$\dot{Q}_{12} = \frac{A_1\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2} \quad (11.37)$$

Aplicação da Equação 11.35 à alguns arranjos familiares