



# Optimização

## Aula 1



## Aula 1

- **Introdução:**

- Os principais passos na Optimização para a resolução dum problema:
  - Formulação;
  - Modelação;
  - Resolução;
  - Avaliação;
  - Decisão;
  - Implementação.
- Esquema Geral.



## I. Introdução

A Investigação Operacional é uma ciência aplicada, cujo objectivo é a melhoria do desempenho de organizações, ou seja, é aplicada a sistemas produtivos que usam recursos materiais, financeiros, humanos e ambientais (os chamados "meios de produção"). Ela baseia-se na formulação de modelos matemáticos a serem resolvidos, sendo feita em seguida a análise e a implementação das soluções obtidas.



## Origem da Investigação Operacional



Para quê a Investigação Operacional (IO)?

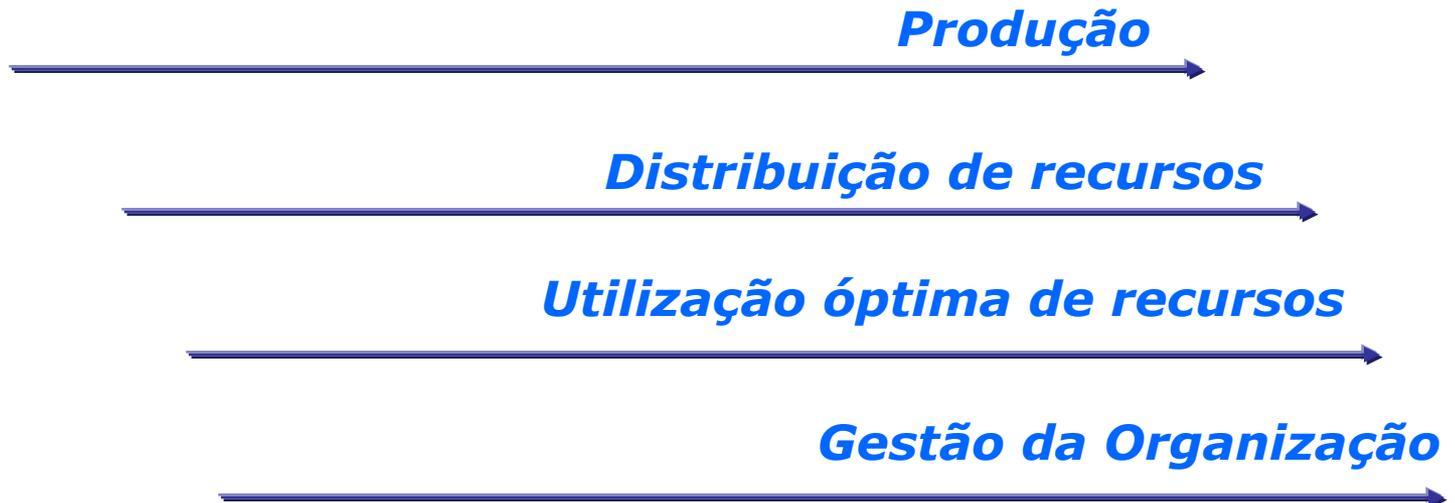


A Investigação Operacional (IO) como ciência surgiu para resolver, *duma forma mais eficiente*, os problemas na *administração das organizações*, originados pelo *acelerado desenvolvimento* provocado pela *revolução industrial*.



## Origem da Investigação Operacional

Mais desenvolvimento,  
mais complexidade na:





## IO e Gestão.

A partir da Revolução Industrial aumentam os problemas na gestão das organizações:

- as diferentes componentes dentro duma organização são sistemas autónomos com objectivos e gestão próprios;
- os objectivos cruzam-se: o que pode ser melhor para uns pode ser prejudicial para outros.



### **O Problema:**

*Como **gerir** para obter uma **melhor** **eficácia** dentro de toda a **organização**?*



## Surgimento da IO.

Quando é que surgiu a IO?



A origem da IO como ciência é atribuída à coordenação das **operações militares** durante a **2ª Guerra Mundial**.

Em 1947, **George Dantzig (1914-2005)** e outros cientistas do Departamento da Força Aérea Americana, apresentaram um método denominado **Simplex** para a resolução dos problemas de Programação Linear (PL).



## Outros cientistas ...

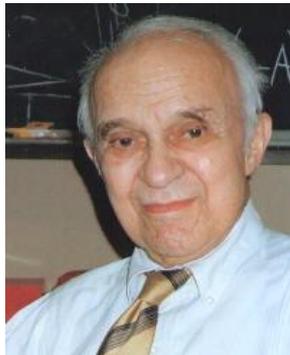
**Outros cientistas que têm dedicado os seus estudos a IO (“à pesquisa do óptimo”) são:**

na Antiguidade:

Euclides, Newton, Lagrange

no XX século:

**Wassily Leontief (1906 -1999)**



Fez análises pioneiras em sistemas de contas do tipo unidades de produção-consumo e recebeu o Prémio Nobel de Economia (1973) por desenvolver uma teoria de planeamento económico através da análise de um sistema do tipo unidades de produção-consumo.



## Outros cientistas ...

### John Von Neumann (1903-1957)



Fez contribuições em matemática pura, matemática aplicada devido às suas contribuições seminais à realização dos primeiros computadores digitais, à teoria económica e à moderna previsão numérica do tempo.

### Leonid Vitalevich Kantorovich (1912 -1986)



Foi um dos primeiros a utilizar a programação linear como ferramenta na economia e esta apareceu em uma publicação de *métodos matemáticos de organização e planeamento da produção*, que publicou em 1939.



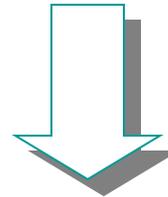
## Natureza de IO (1)



O que é a **Investigação Operacional**?



Como o seu nome indica:  
**IO** é **investigação** das **operações**



**Investigação** das **operações** (*actividades*)  
duma **organização**



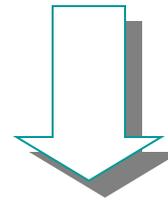
## Natureza de IO (2)



O que é a **Investigação Operacional**?



Uma abordagem **científica** na tomada de decisões



Um conjunto de **métodos** e **modelos matemáticos** aplicados à resolução de complexos problemas nas operações (actividades) duma organização



## Características da IO.



Quais são as *características fundamentais* da IO?



- ▶ a aplicação de métodos científicos na gestão das organizações;
- ▶ a orientação sistémica;
- ▶ a extensibilidade.



## Impacto da IO



A IO tem provocado um significativo impacto na gestão e administração de empresas em diferentes organizações.

Os serviços militares dos E.U. continuaram a trabalhar activamente nesta área.

Com o desenvolvimento da informática nas últimas décadas, a IO tem sido estendida a numerosas organizações.



## IO: Ciência da Administração

• Denominada “*a ciência da administração*”, a sua utilização e implementação tem sido estendida à:

- *business* ;
- Economia;
- indústria ;
- indústria militar;
- engenharia civil;
- Governos;
- hospitais, etc.



Programação =  
Planeamento de  
Actividades

## Os Ramos da IO.

Quais são os **ramos** mais importantes desenvolvidos na IO?



- **PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA**
  - **Programação Linear (LP)**
    - ❖ Problemas de distribuição de recursos;
    - ❖ Problemas de transporte;
    - ❖ Problemas de planeamento da produção;
    - ❖ Problemas de corte de materiais, etc.
  - **Programação Não Linear**
  - **Programação Dinâmica**
  - **Programação Inteira**
  - **Optimização Global**



## Outros Ramos da IO.



Quais são outros **ramos** da IO?

OUTROS RAMOS DA IO são:

- ▶ Análise Estatística
- ▶ Teoria de Jogos
- ▶ Teoria de Filas
  - Organização do tráfego aéreo
  - Construção de barragens, etc.
- ▶ Simulação
- ▶ Gestão de stocks, etc.



# Campo de Aplicação de Investigação Operacional

## –Em relação às pessoas

- ✓Organização e Gerência
- ✓Absentéismo e relações de trabalho
- ✓Economia
- ✓Decisões individuais
- ✓Pesquisa de mercado

## –Em relação às pessoas e máquinas (produção)

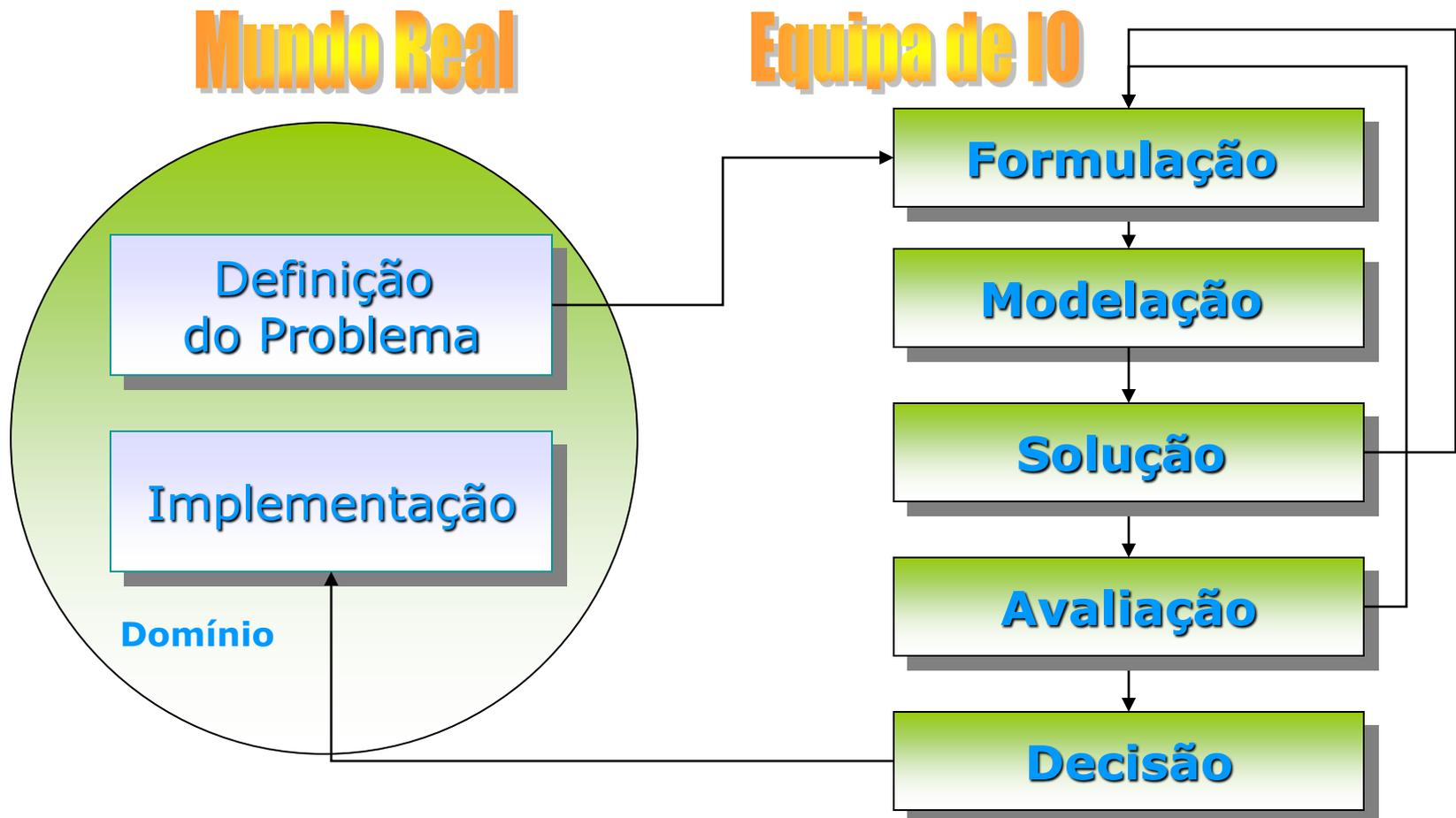
- ✓Eficiência e Produtividade
- ✓Organização de Fluxos em Fábricas
- ✓Métodos de Controle de Qualidade, inspeção e amostragem
- ✓Prevenção de acidentes
- ✓Organização de mudanças tecnológicas

## –Em relação aos movimentos

- ✓Transporte, estoque, distribuição e manipulação (Logística)
- ✓Comunicação.



## Esquema Geral





## 1º Passo: Formulação(1)



**É muito difícil procurar uma solução "certa" para um problema mal formulado !!!**

- Primeiramente a equipa de IO deve formular correctamente o problema em estudo.
- O problema deve ser analisado a partir de um **sistema integrado**, onde interactivam várias componentes, todas elas interdependentes, para o qual é preciso obter uma solução óptima que satisfaça a todas elas.



## 1º Passo: Formulação(2)

Para formular correctamente um problema de IO é preciso definir correctamente:

- os **objectivos** que se pretendem alcançar com a resolução do problema.
- as **restrições** (limitações) existentes no sistema em geral, definidas pelas relações de interdependências entre as componentes integrantes do sistema.



## 2º Passo: Construção do Modelo Matemático.



**O que é um modelo ?**



Um modelo é uma *representação simplificada* de uma situação da vida real.



Um modelo reflecte a essência do problema, representando as *relações de interdependência* existentes entre todas as componentes da situação em estudo.



## Modelo Matemático



**O que é um modelo matemático?**



Um modelo matemático é uma *representação simplificada* de uma situação da vida real, formalizado com símbolos e expressões matemáticas.

**Um exemplo da Física:  $F = m a$**



**A modelação matemática dum problema possibilita uma melhor compreensão da essência do mesmo !!!**



# Modelo Matemático de um Problema de Optimização

• Um **modelo matemático** de um *Problema de Optimização* é definido por:



- um número  $N$  de decisões a ser tomadas, denominadas *variáveis de decisão*,
- uma função matemática, que representa a medida da *vantagem (desvantagem)* da tomada de decisão denominada *função objectivo*,
- um conjunto de restrições associadas às variáveis de decisão denominadas *restrições do modelo*,
- um conjunto de constantes (coeficientes) da função objectivo e das restrições denominadas *parâmetros do modelo*.



## Aspectos fundamentais a ter em conta durante a modelação (I)

1. **Simplificar sem perder a essência do problema.**
  - CUIDADO !!!: a simplificação do modelo deve corresponder à realidade, de tal forma que as soluções obtidas através do modelo matemático possam realmente ser aplicadas na vida real.



## Aspectos fundamentais a ter em conta durante a modelação (II)

### 2. Processo em espiral

- O processo de modelação desenvolve-se em forma de espiral, começando por uma representação simplificada do problema, até se chegar depois de vários ciclos a uma representação mais próxima da situação em estudo na vida real.
- Um problema pode ser reformulado se:
  - Durante a etapa da avaliação os resultados demonstram que é preciso uma reformulação do problema incorporando novas restrições, alterando os valores de alguns dos parâmetros, etc..
  - Depois de avaliadas e implementadas as soluções, pretende-se agora avançar para uma etapa mais complexa de resolução.



## Aspectos fundamentais a ter em conta durante a modelação (III)

### 3. Processo em espiral ...

- Este processo de reformulação e remodelação pode repetir-se, até que o modelo desenvolvido e as suas soluções representem, o mais fielmente possível, a complexidade do problema em estudo, e as soluções implementadas satisfaçam completamente os principais objectivos traçados.



## Aspectos fundamentais a ter em conta durante a modelação (IV)

### 4. Escolha do modelo certo

- Na maioria das situações, o problema pode ser representado por modelos e problemas tipo já desenvolvidos pela IO. Neste caso, formular matematicamente o problema não é mais do que convertê-lo em certos modelos e problemas tipo da IO (modelos de Programação Linear, Programação Dinâmica, Problema de Transporte, etc.)



## 2º Passo: Construção do Modelo Matemático.



A IO estrutura e formula um problema de optimização da *vida real* dentro dum *modelo matemático* que reflecte a *essência* do problema, de forma que as *decisões (soluções)* obtidas, possam ser aplicadas na situação real.



## 3º Passo: Resolução. Determinação de uma solução.

Uma vez realizada a formulação matemática do problema, é preciso aplicar métodos e algoritmos desenvolvidos para a resolução do correspondente modelo de IO. Para isto podem ser utilizados muito dos *softwares* e pacotes de computação disponíveis para a resolução de problemas de IO.

Se o modelo foi correctamente formulado, a solução obtida *pode ser* uma boa aproximação da solução a implementar na situação real. “*Pode ser*” em lugar de “*é*”. Qualquer modelo, como representação do problema, possui um certo grau de *incerteza*, motivado fundamentalmente pelas simplificações efectuadas. Realmente uma solução óptima do modelo pode estar longe de ser a solução óptima na situação real.



## 3º Passo: Resolução. Análise de sensibilidade e Pós-optimização

Neste passo é incorporada outro tipo de análise denominada "*análise de sensibilidade e pós-optimização*" em que é abordado o comportamento da solução óptima quando são efectuadas pequenas alterações em certos parâmetros do modelo. Para isto, é preciso determinar quais são os parâmetros do modelo que mais influenciam a solução óptima (denominados parâmetros “*sensíveis*”).

A *análise de sensibilidade e pós-optimização* possibilita um espectro mais alargado de soluções quando ocorrem alterações nestes parâmetros “*sensíveis*”.

Uma vez concluído este passo, a equipa de IO, está pronta para avaliar várias propostas de modelos e as respectivas soluções óptimas .



## 4º Passo: Avaliação

Neste passo serão avaliados, quer o modelo escolhido, quer as soluções obtidas. Dependendo das conclusões da avaliação, será determinado o passo a seguir:

**se a avaliação é *satisfatória*:**

proceder à tomada de decisão, que prepara as condições para a implementação da solução obtida na situação real.

**se a avaliação é *não satisfatória*:**

proceder à reformulação, remodelação e resolução do novo modelo, a partir dos resultados obtidos no processo de avaliação e também na análise de pós-optimização.



## 5º Passo: Tomada de decisão

Uma vez concluída satisfatoriamente a etapa de avaliação, é preciso elaborar um relatório bem documentado que possibilite a implementação da situação obtida na situação real.

Este relatório deve incluir:

*o modelo* escolhido;

uma *metodologia* bem detalhada com todos os passos que sejam necessários seguir para a implementação da solução obtida.



## 6º Passo: Implementação.

Neste passo efectua-se a implementação das soluções obtidas usando a metodologia elaborada. No processo de implementação é preciso envolver activamente a administração e todas as componentes da organização que actuam no sistema em estudo.

Como foi mencionado no 2.º Passo, depois de se terem implementado as soluções, pode ser necessário avançar para uma etapa mais complexa do problema, incluindo alguns elementos novos. Neste caso, inicia-se um novo ciclo para a resolução do problema em causa, só que agora com um nível superior de complexidade do mesmo.



## Conclusões



A *formulação e resolução* de modelos matemáticos para os ***Problemas de Optimização*** representam apenas uma parte de todo o processo que envolve um estudo de Investigação Operacional.

Os outros passos aqui mencionados, também são de grande importância para o sucesso da resolução do problema em estudo.