Optimização

Aula 6

Prof. Doutor Engº Jorge Nhambiu

Programação Linear (PL)

- **Aula 6: Método Simplex (**Aula Prática)

- O método Simplex.
- Algoritmo Primal Simplex.

Problema 6.1

A companhia Metalco deseja misturar uma nova liga composta de Aço, Manganês e Silício. As composições das ligas, a disponibilidade dos elementos e o preço de venda por quilograma encontram-se na tabela seguinte:

Elementos (x100 g/kg)	Liga 1	Liga 2	Liga 3	Disponibilidade
Aço	5	5	4	5000
Silício	2	3	2	1000
Manganês	3	2	4	1500
Lucro (Mt/kg)	500	400	600	

Formule um modelo de programação linear e resolva-o pelo Método Simplex de forma a maximizar o lucro da empresa.

Problema 6.1 (Formulação)

Sejam:

x_1 – liga 1
x_2 – liga 2
x_3 – liga 3

O problema fica:

$$\text{Maximizar } 500x_1 + 400\,x_2 + 600\,x_3$$

$$5\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 \leq 5000$$

$$2\,x_1 + 3\,x_2 + 2\,x_3 \leq 1000$$

$$3\,x_1 + 2\,x_2 + 4\,x_3 \leq 1500$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Inicialização: Redução à Forma Padrão.

Restrição de desigualdade	Variável de folga	Restrição de igualdade
1ª $5\,x_1 + 5\,x_2 + 4\,x_3 \le 5000$	x_4	$5x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4 = 5000$
2ª $2\,x_1 + 3\,x_2 + 2\,x_3 \le 1000$	x_5	$2\,x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_5 = 1000$
3ª $3\,x_1 + 2\,x_2 + 4\,x_3 \le 1500$	x_6	$3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_6 = 1500$

Problema 6.1 (Resolução III)

Início: Construção do 1º QUADRO.

	c_j	500	400	600	0	0	0	
c_B	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b
0	x_4	5	5	4	1	0	0	5000
0	x_5	2	3	2	0	1	0	1000
0	x_6	3	2	4	0	0	1	1500
	z_j	0	0	0	0	0	0	0
	c_j-z_j	500	400	600	0	0	0	

A SBA X^0= (0, 0, 0, 5000, 1000,1500)

Problema 6.1 (Resolução IV)

Início: Construção do 1º QUADRO.

c_B	c_j	500	400	600	0	0	0	
	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b
0	x_4	5	5	4	1	0	0	5000
0	x_5	2	3	2	0	1	0	1000
0	x_6	3	2	4	0	0	1	1500
	z_j	0	0	0	0	0	0	0
	c_j-z_j	500	400	600	0	0	0	

mínimo

A SBA X^0= (0, 0, 0, 5000, 1000,1500)

Problema 6.1 (Resolução V)

Construção do 2º QUADRO.

	c_j	500	400	600	0	0	0	
c_B	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b
0	x_4	2	3	0	1	0	-1	3500
0	x_5	0,5	2	0	0	1	-0,5	250
600	x_3	0,75	0,5	1	0	0	0,25	375
	z_j	450	300	600	0	0	150	225000
	c_j-z_j	50	100	0	0	0	-150	

mínimo

A SBA $\mathbf{X^1} = (0, 0, 375, 3500, 250, 0)$

Problema 6.1 (Resolução VI)

Construção do 3º QUADRO.

	c_j	500	400	600	0	0	0	
c_B	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b
0	x_4	1,25	0	0	1	-1,5	-0,25	3125
400	x_2	0,25	1	0	0	0,5	-0,25	125
600	x_3	0,625	0	1	0	-0,25	0,375	312,5
	z_j	475	400	600	0	50	125	237500
	c_j-z_j	25	0	0	0	-50	-125	

mínimo

A SBA X^2= (0, 125, 312.5 , 3125, 0,0)

Problema 6.1 (Resolução VII)

Fim: Construção do 4º QUADRO.

	c_j	500	400	600	0	0	0	
c_B	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b
0	x_4	0	-5	0	1	-4	1	2500
500	x_1	1	4	0	0	2	-1	500
600	x_6	0	-2,5	1	0	-1,5	1	0
	z_j	500	500	600	0	100	100	250000
	c_j-z_j	0	-100	0	0	-100	-100	

A SBA X^3= (500, 0, 0, 2500, 0,0) é óptima, Z = 250000

Problema 6.1 (Resolução VIII)

Resposta:

Deve-se produzir 500 kg da Liga 1, nenhuma quantidade das ligas 2 e 3, restam 2500 kg de Aço e obtém-se um lucro de 250000 Mt.

Problema 6.2 (I)

Numa oficina, para se produzirem atrelados do tipo A e B utilizam-se chapa metálica de 3 mm, tubo galvanizado de diâmetro 50 mm e rolamentos de diâmetro externo de 60 mm. Para produzir atrelados tipo A usam-se 2 rolamentos, 3 metros de tubo e 5 m^2 de chapa, enquanto para se produzir atrelados tipo B usam-se 4 rolamentos 2 metros de tubo e 4 m^2 de Chapa. Os atrelados A no mercado geram um lucro de 45 000 Mt enquanto os atrelados B dão o lucro de 75 000 Mt. A empresa tem disponíveis 100 metros de tubo, 100 rolamentos e 400 m^2 de chapa. Desenhar o plano óptimo de produção de modo a maximizar o lucro da empresa.

Problema 6.2 (II)

	Atrelados A	Atrelados B	Disponibilidade
Rolamentos	2	4	100
Tubo de 5 mm	3	2	100
Chapa	5	4	400
Lucro	45000 Mt	75000 Mt	

Problema 6.2 (Formulação)

Sejam:

x_1 – Atrelados do tipo A
x_2 – Atrelados do tipo B

O problema fica:

$$\text{Maximizar } 45000x_1 + 75000\,x_2$$

$$2\,x_1 + 4\,x_2 \leq 100$$

$$3\,x_1 + 2\,x_2 \leq 100$$

$$5\,x_1 + 4\,x_2 \leq 400$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Inicialização: Redução à Forma Padrão.

Restrição de desigualdade	Variável de folga	Restrição de igualdade
1ª $2x_1 + 4x_2 \le 100$	x_3	$2x_1 + 4x_2 + x_3 = 100$
2ª $3x_1 + 2x_2 \le 100$	x_4	$3x_1 + 2x_2 + x_4 = 100$
3ª $5x_1 + 4x_2 \le 400$	x_5	$5x_1 + 4x_2 + x_5 = 400$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \ge 0$$

Problema 6.2 (Resolução III)

Início: Construção do 1º QUADRO.

	c_j	45	75	0	0	0	
c_B	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b
0	x_3	2	4	1	0	0	100
0	x_4	3	2	0	1	0	100
0	x_5	5	4	0	0	1	400
	z_j	0	0	0	0	0	0
	$c_j - z_j$	45	75	0	0	0	

A SBA $X^0 = (0, 0, 100, 100, 400)$

Problema 6.2 (Resolução IV)

Construção do 2º QUADRO.

	c_j	45	75	0	0	0		
c_B	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b	*mínimo*
0	x_3	2	4	1	0	0	100	
0	x_4	3	2	0	1	0	100	
0	x_5	5	4	0	0	1	400	
	z_j	0	0	0	0	0	0	
	c_j-z_j	45	75	0	0	0		

A SBA X^1= (0, 0, 400, 100, 100)

Problema 6.2 (Resolução V)

Construção do 3º QUADRO.

c_B	c_j / x_B	45 / x_1	75 / x_2	0 / x_3	0 / x_4	0 / x_5	b	
75	x_2	0,5	1	0,25	0	0	25	
0	x_4	2	0	-1	1	0	50	*mínimo*
0	x_5	3	0	-1	0	1	300	
	z_j	38	75	19	0	0	1875	
	c_j-z_j	7,5	0	-19	0	0		

A SBA **X^2= (0, 25, 300, 0, 50)**

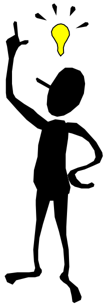
Problema 6.2 (Resolução VI)

Fim: Construção do 4º QUADRO.

	c_j	45	75	0	0	0	
c_B	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b
75	x_2	0	1	0.4	-0	0	12,5
45	x_1	1	0	-0	0.5	0	25
0	x_5	0	0	-0	-2	1	225
	z_j	45	75	17	3,8	0	2062,5
	c_j-z_j	0	0	-17	-4	0	

A SBA X^3= (25, 12.5, 0, 0, 225) é óptima, Z = 2062,5

Problema 6.2 (Resolução VII)



Resposta:

Deve-se produzir 25 atrelados do tipo A e 12,5 atrelados do tipo B, sobra 225m^2 de chapa e obtém-se um lucro de 2.062.500 Mt.

Problema 6.3. Maximizar

$$Z = 4x_1 + 3x_2 + 6x_3$$

$$s.a.$$

$$3x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 30$$

$$2x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 40$$

$$com$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0$$

Inicialização: Redução à Forma Padrão.

	Restrição de desigualdade	Variável de folga	Restrição de igualdade
1ª	$3x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 30$	x_4	$3x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 30$
2ª	$2x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 40$	x_5	$2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_5 = 40$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

Problema 6.3 (Resolução II)

Início: Construção do 1º QUADRO.

	c_j	4	3	6	0	0	
c_B	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b
0	x_4	3	1	3	1	0	30
0	x_5	2	2	3	0	1	40
	z_j	0	0	0	0	0	0
	c_j-z_j	4	3	6	0	0	

A SBA $X^0 = (0, 0, 0, 30, 40)$

Problema 6.3 (Resolução III)

Construção do 2º QUADRO.

	c_j	4	3	6	0	0		
c_B	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b	*mínimo*
0	x_4	3	1	3	1	0	30	
0	x_5	2	2	3	0	1	40	
	z_j	0	0	0	0	0	0	
	c_j-z_j	4	3	6	0	0		

A SBA $\mathbf{X^0} = (\ 0,\ 0,\ 0,\ 30,\ 40\ )$

Problema 6.3 (Resolução IV)

Construção do 3º QUADRO.

c_B	c_j	4	3	6	0	0		
	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b	
6	x_2	1	0,3	1	0,3	0	10	*mínimo*
0	x_5	-1	1	0	-1	1	10	
	z_j	6	2	6	2	0	60	
	c_j-z_j	-2	1	0	-2	0		

A SBA $\mathbf{X}^1 = (0, 10, 0, 0, 10)$

Problema 6.3 (Resolução V)

Fim: Construção do 4º QUADRO.

	c_j	4	3	6	0	0	
c_B	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b
6	x_2	1,3	0,0	1,0	0,7	-0,3	6,7
3	x_5	-1	1	0	-1	1	10
	z_j	5,0	3,0	6,0	1,0	1,0	70,0
	c_j-z_j	-1,0	0,0	0,0	-1,0	-1,0	

A SBA X^2= (0, 6.7, 0, 0,10) é óptima, Z = 70

Trabalho para Casa 02 (I)

A empresa Omega parou a produção duma certa linha não rentável. Esta atitude criou um excesso na sua capacidade produtiva. O gestor da ómega está a considerar a possibilidade de utilizar este excedente para um ou mais dos três produtos, que se passa a designar por Produto 1,2 e 3. A capacidade produtiva disponível das maquinas estão apresentadas na tabela seguinte:

Tipo de maquina	Tempo disponível (hora maquina por semana)
Fresadora	500
Torno mecânico	350
limador	150

Trabalho para Casa 02 (II)

A quantidade de horas maquina necessárias a produção de cada produto encontra-se apresentada na tabela seguinte:

Tipo de maquina	Produto 1	Produto 2	Produto 3
Fresadora	9	3	5
Torno mecânico	5	4	0
limador	3	0	2

Trabalho para Casa 02 (III)

O departamento de vendas informou que o potencial de vendas dos Produtos 1 e 2 excede a taxa máxima de produção e o potencial de venda do Produto 3 é de 20 unidades por semana. O lucro unitário é de 30, 20 e 25 mil de Meticais dos Produtos 1,2 e 3 respectivamente. Pretende-se determinar quanto de cada produto a Omega tem que produzir de modo a maximizar o lucro.

a) Formule o problema de programação linear explicando os passos seguidos;
b) Resolva o problema pelo método Simplex.

Enviar até a 0 hora de sexta-feira dia 26 de Agosto com o “subject”: TPC02.