Optimização

Aula 9

Prof. Doutor Engº Jorge Nhambiu

Programação Linear (PL)

Aula 9: Método Simplex

Interpretação Económica do Método Simplex.

– Interpretação económica das variáveis de decisão e de folga do problema de PL.

– Interpretação económica da mudança de base e do algoritmo Simplex.

– Escolhendo um θ superior ou inferior ao mínimo dos quocientes. Significado económico.

– Interpretação económica em termos de actividades. Exemplo Protótipo.

Exemplo Protótipo: Número de Soluções Básicas.

é considerada a produção e capacidade utilizada por minuto.

Portas com estruturas de alumínio

Janelas com estruturas de madeira

Secção Nº	Produto 1	Produto 2	Capacidade disponível
	Capacidade utilizada por unidade de produção		
1	1	0	4
2	0	2	12
3	3	2	18
Lucro unitário (emMilh. Mt)	3	5	

Maximizar $Z = 3x_1 + 5x_2$

sujeito a

$$\begin{aligned} x_1 \qquad\quad + x_3 \qquad\quad &= 4 \\ 2x_2 \qquad + x_4 \quad &= 12 \\ 3x_1 + 2x_2 \qquad\qquad + x_5 &= 18 \end{aligned}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

$$A = \begin{array}{c} \begin{matrix} P_1 & P_2 & P_3 & P_4 & P_5 \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

O número máximo possível de soluções básicas deste problema é igual a 10 (o número de possíveis combinações de 3 números que podem ser obtidas de 5 números).

Neste exemplo 2 sistemas são indeterminados (*ver Aula 4*) pelo que existem apenas 8 soluções básicas, das quais 5 são admissíveis e 3 são não admissíveis.

Exemplo Protótipo: Determinando duas SBA.

$X_B = B^{-1} P_0$

$$A = \begin{array}{ccccc} P_1 & P_2 & P_3 & P_4 & P_5 \end{array} \left(\begin{array}{cc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[x_2=0]{x_1=0} B_{10} = \begin{array}{ccc} P_3 & P_4 & P_5 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} X_B \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_0 \\ 4 \\ 12 \\ 18 \end{bmatrix}$$

Det(B_{10}) não nulo $\Rightarrow$ *SBA* X=(0, 0, 4, 12, 18)

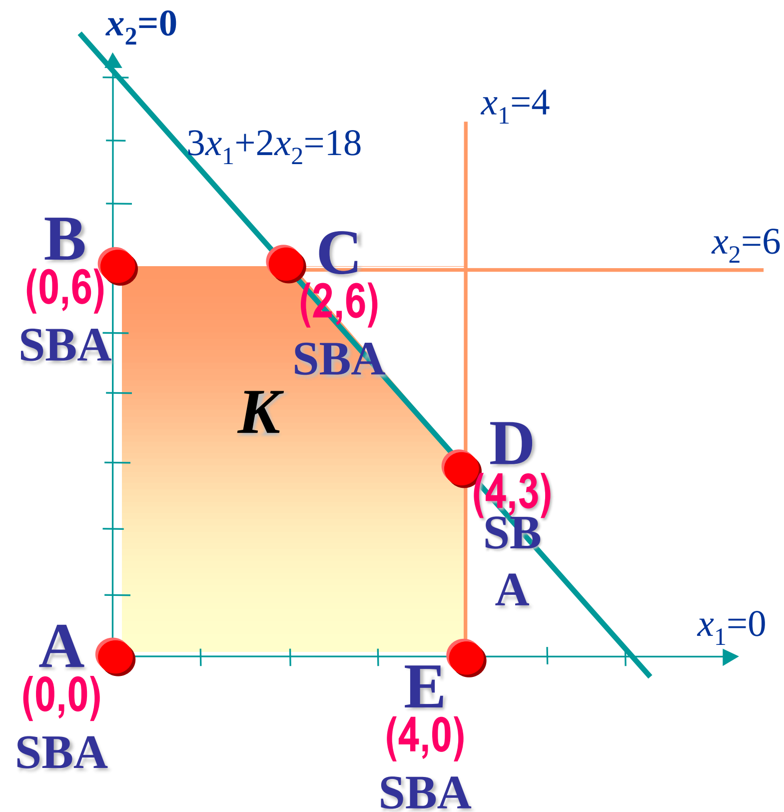
$$A = \begin{array}{ccccc} P_1 & P_2 & P_3 & P_4 & P_5 \end{array} \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[x_5=0]{x_4=0} B_1 = \begin{array}{ccc} P_1 & P_2 & P_3 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} X_B \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_0 \\ 4 \\ 12 \\ 18 \end{bmatrix}$$

Det(B_1) não nulo $\Rightarrow$ *SBA* X= (2, 6, 2, 0, 0)

Exemplo Protótipo. Soluções Básicas Admissíveis (SBA).

Existem 5 SBA que correspondem a 5 pontos extremos de K.

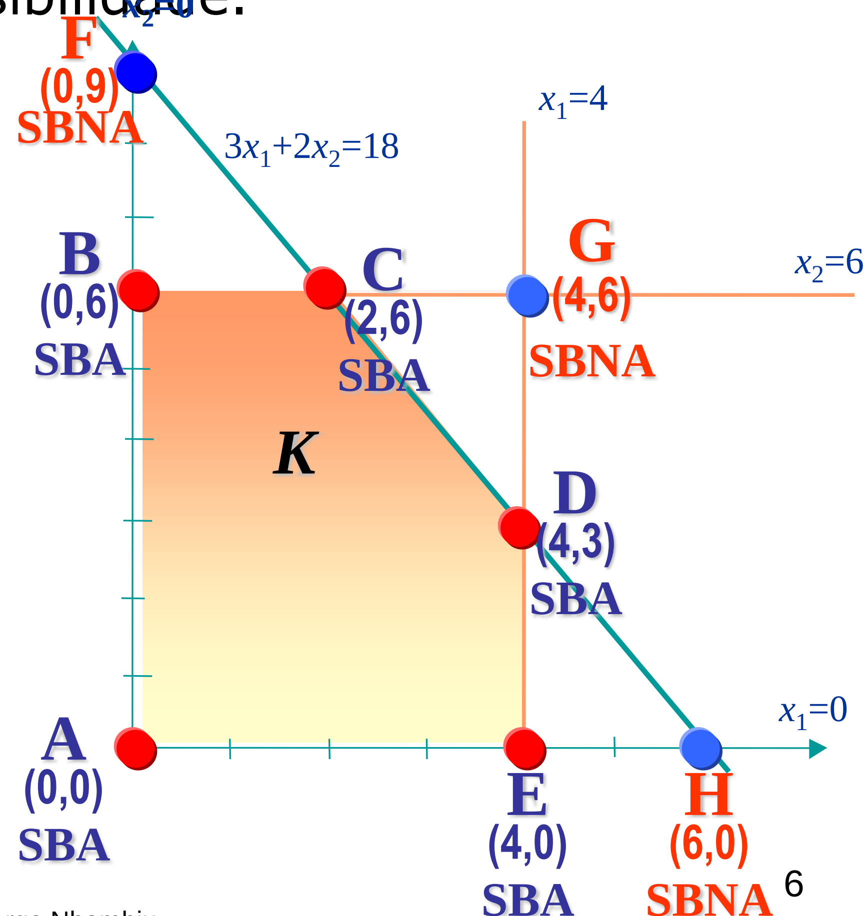
Pontos Extr.	SBA	Base
A=(0,0)	X=(0,0,4,12,18)	B={P_3 , P_4 , P_5 }
B=(0,6)	X=(0,6,4,0,6)	B={ P_2 , P_3 , P_5 }
C=(2,6)	X=(2,6,2,0,0)	B={ P_1 , P_2 , P_3 }
D=(4,3)	X=(4,3,0,6,0)	B={ P_1 , P_2 , P_4 }
E=(4,0)	X=(4,0,0,12,6)	B={ P_1 , P_4 , P_5 }



Exemplo Protótipo.
Soluções Básicas Não Admissíveis (SBNA)

Existem 3 SBNA que correspondem aos pontos onde se intersectam pelo menos duas rectas e que ficam fora da região de admissibilidade.

	SBNA	Base
F=(0,9)	X=(0,9,4,-6, 0)	B={P_2, P_1, P_4 }
G=(4,6)	X=(4,6,0,0,-6)	B={ P_1, P_2, P_5 }
H=(6,0)	X=(6,0,-2,12,0)	B={ P_1, P_3, P_4 }



Exemplo Protótipo: Interpretação Económica das Variáveis.

Dois produtos a ser produzidos em três secções de produção:

– x_1 - quantidade de portas a produzir por minuto;

– x_2 - quantidade de janelas a produzir por minuto;

– x_3 - capacidade de produção não utilizada na 1ª secção, por minuto;

– x_4 - capacidade de produção não utilizada na 2ª secção, por minuto;

– x_5 - capacidade de produção não utilizada na 3ª secção, por minuto;

Interpretação Económica da SBA Inicial.

1º QUADRO : SBA inicial - $X^0 = (0,0,4,12,18)$

	c_j	3	5	0	0	0	
C_B	X_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$\bar{b}$
0	x_3	1	0	1	0	0	4
0	x_4	0	2	0	1	0	12
0	x_5	3	2	0	0	1	18
	z_j	0	0	0	0	0	0
	$c_j - z_j$	3	$\boxed{5}$	0	0	0	

Significado económico:

$x_1=0,\ x_2=0$ → não produzir nem portas nem janelas

$x_3=4,\ x_4=12,\ x_5=18$ → as capacidades de produção por minuto não utilizadas nas três secções são iguais às suas disponibilidades

Interpretação Económica. Exemplo protótipo.

1º QUADRO : SBA Inicial - $X^0 = (0,0,4,12,18)$.

Analise-se a produção das janelas:

$$\begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{array}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ 0 & 2 & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ 3 & 2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 12 \\ 18 \end{pmatrix}$$

Explicitem-se as variáveis de folga em termos das variáveis de decisão:

$x_1 + x_3 = 4 \Rightarrow x_3 = 4 - x_1$

1ª secção

a capacidade de produção não utilizada permite uma produção máxima de 4 portas por minuto

$2x_2 + x_4 = 12 \Rightarrow x_4 = 12 - 2x_2$

2ª secção

a capacidade de produção não utilizada permite uma produção máxima de 6 janelas por minuto

$3x_1 + 2x_2 + x_5 = 18 \Rightarrow$
$x_5 = 18 - 3x_1 - 2x_2$

3ª secção

a capacidade de produção não utilizada permite uma produção máxima de 9 janelas ou de 6 portas por minuto

Interpretação Económica. Exemplo protótipo.

1º QUADRO : SBA inicial - X^0 =(0,0,4,12,18).

Analise-se a produção das janelas:

(a variável x_2 entra)

Por cada janela produzida por minuto:

$x_3 = 4 - x_1$ → 1ªsecção → *a 1ª secção não é utilizada para produzir janelas*

$x_4 = 12 - 2x_2$ → 2ªsecção → *são utilizadas 2 unidades da capacidade de produção da 2ª secção para produzir uma janela*

$x_5 = 18 - 3x_1 - 2x_2$ → 3ªsecção → *são utilizadas 2 unidades da capacidade de produção da 3ª secção para produzir uma janela*

Interpretação económica da Mudança de Base.

Mover-se da SBA inicial: $X^0 = (0,0,4,12,18)$ para outra SBA adjacente

A produção máxima possível de janelas é de 6 por minuto: o valor correspondente ao menor dos quocientes:

$$x_2 = \min\left\{\frac{12}{2}, \frac{18}{2}\right\} = 6$$

	c_j	3	5	0	0	0		
C_B	X_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$\bar{b}$	*mínimo*
0	x_3	1	0	1	0	0	4	
0	x_4	0	2	0	1	0	12	12/2= 6
0	x_5	3	2	0	0	1	18	18/2= 9
	z_j	0	0	0	0	0	0	
	$c_j - z_j$	3	5	0	0	0		
			máximo					

Passa-se a produzir 6 janelas:

- fica *esgotada* a capacidade de produção da 2ª secção
- a variável básica correspondente: $x_4 = 0$
- x_2 entra, x_4 sai
- obtém-se uma nova SBA adjacente X^1

Interpretação económica da Mudança de Base.

Calculando a nova SBA $X^1 = (0,6,4,0,6)$.

- $x_1 = 0$ - não se produzem portas,
- $x_2 = 6$ - a produção de janelas passa a ser de 6 por minuto.

Os valores das variáveis de folga podem ser calculados substituindo os valores das variáveis de decisão nas seguintes expressões que explicitam as variáveis de folga em termos das variáveis de decisão:

$$x_3 = 4 - x_1 \quad \Rightarrow \quad x_3 = 4$$

1ª secção → $\mathbf{x_3 = 4}$ - *a capacidade de produção não utilizada da 1ª secção é igual a sua disponibilidade.*

$$x_4 = 12 - 2x_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_4 = 12 - 12 = 0$$

2ª secção → $\mathbf{x_4 = 0}$ – *a capacidade de produção da 2ª secção fica esgotada*

$$x_5 = 18 - 3x_1 - 2x_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_5 = 18 - 12 = 6$$

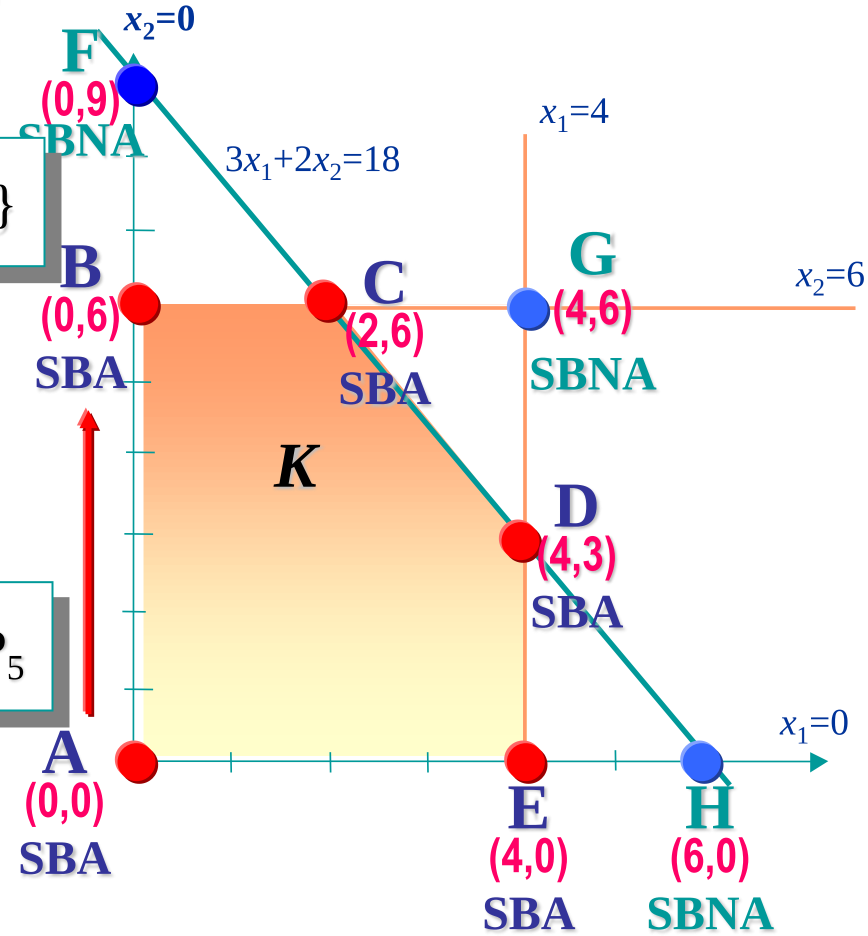
3ª secção → $\mathbf{x_5 = 6}$ - *a capacidade de produção não utilizada da 3ª secção é igual a 6*

Mudança de Solução: de Xº para X¹. Exemplo Gráfico.

B=(0,6)	$X^1=(0,\mathbf{6},4,0,6)$	$B^1=\{ P_3 , \mathbf{P_2}, P_5 \}$

x_2 entra ⇧ *x_4 sai*

A=(0,0)	$X^0=(0,0,4,\mathbf{12},18)$	$B^0=\{ P_3 , \mathbf{P_4} , P_5$



Interpretação Económica. Exemplo protótipo.

2º QUADRO : SBA $X^1 = (0,6,4,0,6)$.

Analise-se a produção das portas:

$$\begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ \end{array}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Explicitem-se as variáveis de folga em termos das variáveis de decisão:

$x_1 + x_3 = 4 \Rightarrow x_3 = 4 - x_1$

1ª secção

a capacidade de produção não utilizada permite uma produção máxima de 4 portas por minuto

$x_4 = 0$

2ª secção

a capacidade de produção está esgotada

$3x_1 - x_4 + x_5 = 6 \Rightarrow$
$x_5 = 6 - 3x_1 - x_4 = 6 - 3x_1$

3ª secção

a capacidade de produção não utilizada permite uma produção máxima de 2 portas por minuto

Interpretação Económica.

2º QUADRO : SBA X^1 =(0,6,4,0,6).

Analise-se a produção das portas:

(a variável x_1 entra)

Por cada porta produzida por minuto:

$x_3 = 4 - x_1$ → 1ªsecção → *é utilizada 1 unidade da capacidade de produção da 1ª secção para produzir uma porta*

$x_4 = 0$ → 2ªsecção → *a 2ª secção não é utilizada para produzir portas*

$x_5 = 6 - 3x_1$ → 3ªsecção → *são utilizadas 3 unidades da capacidade de produção da 3ª secção para produzir uma porta*

Interpretação Económica.

Mover-se da SBA inicial: X^1 =(0, 6, 4, 0, 6) para outra SBA adjacente.

A produção máxima possível de portas é de 2 por minuto: o valor correspondente ao menor dos quocientes:

$$x_1 = \min\left\{\frac{4}{1}, \frac{6}{3}\right\} = 2$$

	c_j	3	5	0	0	0		
C_B	X_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$\bar{b}$	
0	x_3	1	0	1	0	0	4	4/1= 4
5	x_2	0	1	0	$\frac{1}{2}$	0	6	6/3= 2
0	x_5	3	0	0	-1	1	6	*mínimo (menor quociente)*
	z_j	0	5	0	$\frac{5}{2}$	0	30	
	$c_j - z_j$	3	0	0	$-\frac{5}{2}$	0		
		máximo						

Passa-se a produzir 2 portas:

- fica *esgotada* a capacidade de produção da 3ª secção
- a variável básica correspondente: $x_5=0$
- x_1 entra, x_5 sai
- obtém-se uma nova SBA adjacente $\mathbf{X}^2$

Interpretação económica da mudança de base.

Calculando a nova SBA $X^2 = (2,6,2,0,0)$.

- $x_1 = 2$ - a produção de portas passa para 2 por minuto.
- $x_2 = 6$ - são produzidas 6 janelas por minuto.

Os valores das variáveis de folga podem ser calculados substituindo os valores das variáveis de decisão nas seguintes expressões que explicitam as variáveis de folga em termos das variáveis de decisão:

$$x_3 = 4 - x_1$$
$$\Rightarrow x_3 = 4 - 2 = 2$$

1ª secção

$x_3 = 2$ - *a capacidade de produção não utilizada da 1ª secção é igual a 2*

$$x_4 = 0$$

2ª secção

$x_4 = 0$ – *a capacidade de produção da 2ª secção está esgotada*

$$x_5 = 6 - 3x_1$$
$$\Rightarrow x_5 = 6 - 6 = 0$$

3ª secção

$x_5 = 0$ - *a capacidade de produção da 3ª secção fica esgotada*

Mudança de solução: de X^1 para X^2. Exemplo gráfico.

$X^1=(0,6,4,0,\mathbf{6})$

$X^2=(\mathbf{2},6,2,0,0)$

$B=(0,6)$

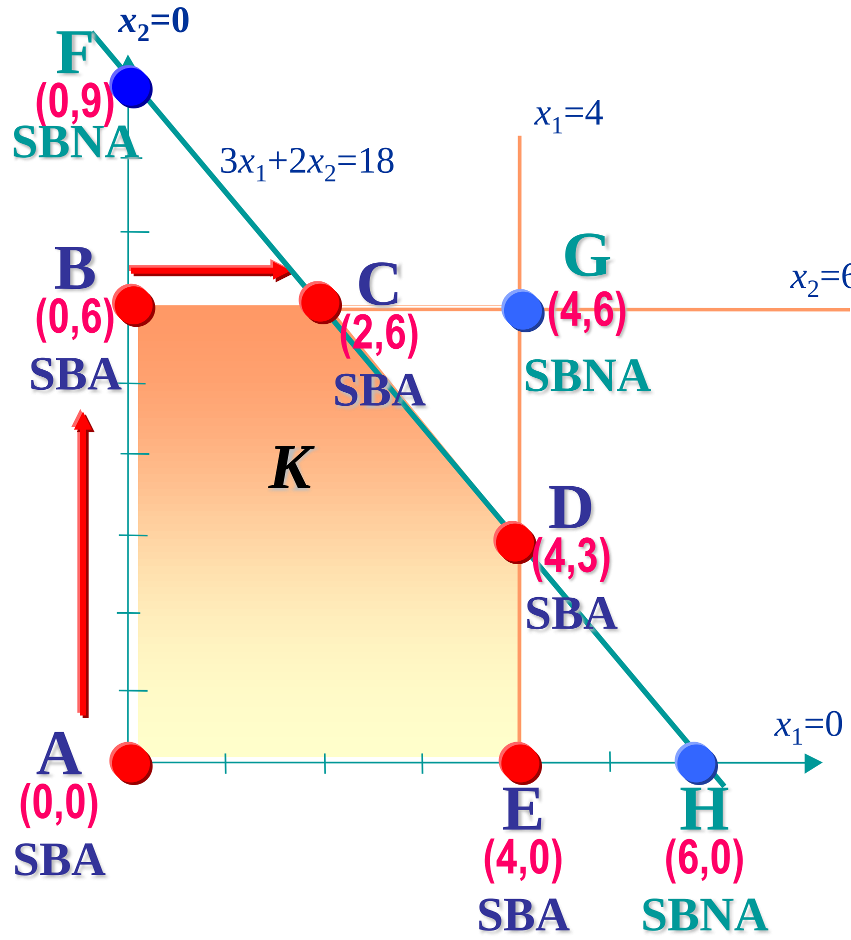
x_1 entra

x_5 sai

$C=(2,6)$

$B^1=\{P_3, P_2, P_5\}$

$B^2=\{P_3, P_2, P_1\}$



Interpretação económica da mudança de base.

QUADRO: SBA $X^2 = (2,6,2,0,0)$.

	c_j	3	5	0	0	0	
C_B	X_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$\bar{b}$
0	x_3	0	0	1	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	2
5	x_2	0	1	0	$\frac{1}{2}$	0	6
3	x_1	1	0	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	2
	z_j	3	5	0	$\frac{3}{2}$	1	36
	$c_j - z_j$	0	0	0	$-\frac{3}{2}$	-1	

Todos os custos reduzidos são não positivos ($c_j - z_j \leq 0$) $\Rightarrow$ a solução $X^2 = (2,6,2,0,0)$ é a *solução óptima*.

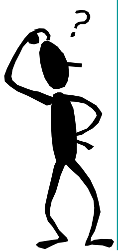
Interpretação Económica.

Exemplo Protótipo: Plano Óptimo de Produção

- O plano óptimo de produção, por minuto, $X^2 = (2,6,2,0,0)$ tem o seguinte significado económico:
- Referente à produção:
  - produzir 2 portas por minuto;
  - produzir 6 janelas por minuto;
- Este plano garante um lucro total de 36 Mil Meticais
- Referente aos recursos disponíveis:
  - ficam sem utilizar 2 unidades da capacidade de produção da Secção 1;
  - ficam completamente esgotadas as capacidades de produção das Secções 2 e 3.

Escolhendo um θ Superior ao Mínimo dos Quocientes.

Em cada iteração do algoritmo Simplex, durante o processo de mudança de base, é calculado um valor θ igual ao mínimo dos quocientes : a variável não básica que atinge o mínimo dos quocientes sai e a variável básica que entra aumenta o seu valor desde 0 até este valor θ.



O que aconteceria se em lugar de ser escolhido θ como mínimo dos quocientes fosse escolhido um valor superior a este mínimo?

Se fosse escolhido um θ superior ao mínimo dos quocientes a *solução básica* que se obteria *não seria admissível* (SBNA), isto significa que existe pelo menos uma variável negativa nesta solução.

Escolhendo um θ Superior ao Mínimo dos Quocientes.

Exemplo Protótipo.

$$x_2 = \max\left\{\frac{12}{2}, \frac{18}{2}\right\} = 9 \Rightarrow \theta = 9$$

Linha 3: *linha pivotal dividir pelo pivot 2*

Linha 1: NÃO MUDA *o coeficiente na coluna pivotal é igual a 0.*

Linha2: *linha anterior - (coeficiente na coluna pivotal x nova linha pivotal)*

	0	2	0	1	0	12
-(2)	3/2	1	0	0	1/2	9
	-3	0	0	1	-1	-6

	c_j	3	5	0	0	0	
C_B	X_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$\bar{b}$
0	x_3	1	0	1	0	0	4
0	x_4	0	2	0	1	0	12
0	x_5	3	2	0	0	1	18
	z_j	0	0	0	0	0	0
	$c_j - z_j$	3	5	0	0	0	
0	x_3	1	0	1	0	0	4
0	x_4	-3	0	0	1	-1	$\boxed{-6}$
5	x_2	3/2	1	0	0	1/2	9

A nova solução básica $X^1 = (0,9,4,-6,0)$ é não *admissível*: $x_4 = -6 < 0$

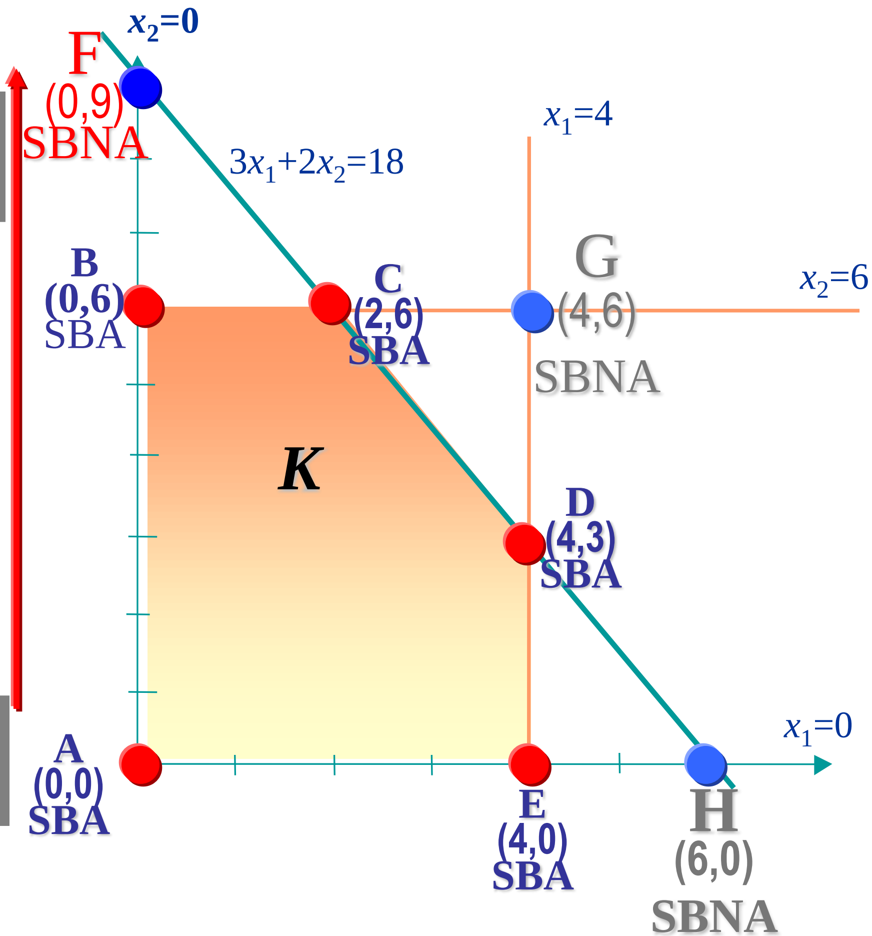
Escolhendo um θ Superior ao Mínimo dos Quocientes. Exemplo Gráfico.

SBNA

F=(0,9)	$X^1=(0,9,4,-6,0)$	P_2, P_3, P_4

SBA

A=(0,0)	$X^0=(0,0,4,12,18)$	P_3, P_4, P_5



Escolhendo um θ Superior ao Mínimo dos Quocientes.

Interpretação Económica da Nova Solução $X^1=(0,9,4,-6,0)$

- $x_1 = 0$ - não se produzem portas
- $x_2 = 9$ - são produzidas 9 janelas por minuto.

Os valores das variáveis de folga podem ser calculados substituindo os valores das variáveis de decisão nas seguintes expressões que explicitam as variáveis de folga em termos das variáveis de decisão:

$$x_3 = 4 - x_1$$

$$\Rightarrow x_3 = 4 - 0 = 4$$

1ªsecção

x_3= 4 - *a capacidade de produção não utilizada da 1ª secção é igual a sua disponibilidade*

$$x_4 = 12 - 2x_2$$

$$\Rightarrow x_4 = 12 - 18 = -6$$

2ªsecção

x_4= -6 – *a capacidade de produção da 2ª secção é ultrapassada em 6 unidades*

$$x_5 = 18 - 3x_1 - 2x_2$$

$$\Rightarrow x_5 = 18 - 18 = 0$$

3ªsecção

x_5= 0 - *a capacidade de produção da 3ª secção está esgotada*

Escolhendo um θ Superior ao Mínimo dos Quocientes.

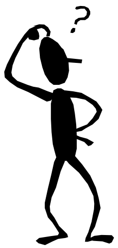
Interpretação económica do Exemplo Protótipo.

O plano de produção $X^1 = (0,9,4,-6,0)$ é inaceitável.

Em termos económicos, a escolha do $\theta=9$ significa que se pretendeu produzir 9 janelas por minuto, *esgotando* a capacidade de produção (por minuto) da Secção 3 e *ultrapassou-se* a capacidade de produção (por minuto) da Secção 2 em 6 unidades.

Escolhendo um θ Inferior ao Mínimo dos Quocientes.

Em cada iteração do algoritmo Simplex, durante o processo de mudança de base, é calculado um valor θ igual ao mínimo dos quocientes (ver capítulo 4.1.): a variável não básica que atinge o mínimo dos quocientes sai e a variável básica que entra aumenta o seu valor desde 0 até este valor θ.



O que aconteceria se em lugar de ser escolhido θ como o mínimo dos quocientes fosse escolhido um valor ***inferior*** a este mínimo?

A escolha dum valor de θ *inferior* ao mínimo dos quocientes não viola a admissibilidade da nova *solução básica* mas conduz a uma solução não básica (SNBA).

Escolhendo um θ Inferior ao Mínimo dos Quocientes. Interpretação Económica.

No exemplo protótipo, logo na primeira iteração do algoritmo Simplex, passa-se duma situação de não produzir nada à produção de 6 janelas, sendo este o valor de θ quando é escolhido como mínimo dos quocientes. Ao serem produzidas 6 janelas fica completamente esgotada a capacidade de produção da Secção nº 2.

Em termos económicos, se em lugar de escolher um θ como o mínimo dos quocientes, fosse escolhido um θ, tal que,

$0 < \theta < 6$, isto significa que a produção (por minuto) de menos de 6 janelas (por exemplo $x_2 = \theta$) e a não produção de portas ($x_1=0$) não esgotam a capacidade de produção (por minuto) de nenhuma das três secções, i.e., não se estão a utilizar optimamente os recursos disponíveis.

Escolhendo um θ Inferior ao Mínimo dos Quocientes.

Exemplo Gráfico

SNBA

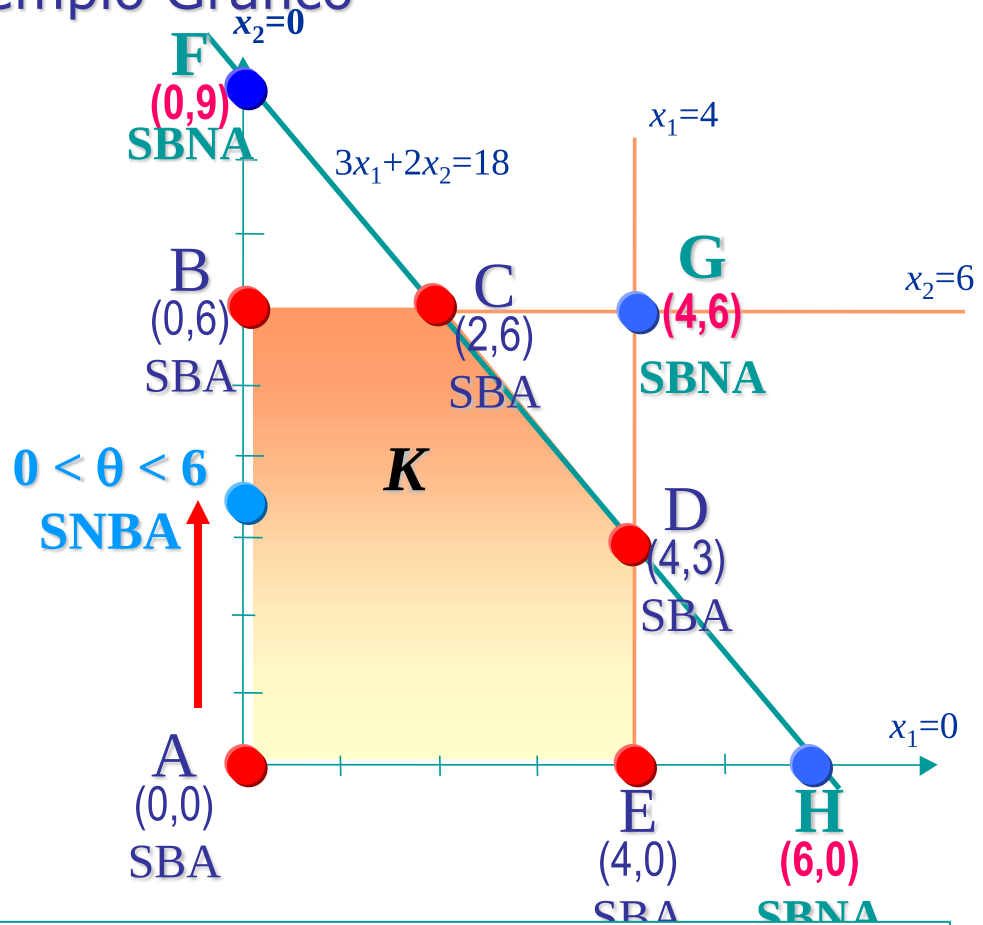
$0 < \theta < 6$

SBA

$X^0=(0,0,4,12,18)$

$A=(0,0)$

$B^0=\{P_3, P_4, P_5\}$



Estes resultados confirmam que o único valor de θ que garante que a nova solução seja simultaneamente *básica* e *admissível* é quando θ é igual ao *mínimo dos quocientes*.

Formulação do Problema de PL em Termos de Actividades.

Forma Padrão

Maximizar $Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots + c_N x_N$
(Minimizar)
sujeito a

$$
\begin{aligned}
a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \ldots + a_{1N} x_N &= b_1 \\
a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \ldots + a_{2N} x_N &= b_2 \\
&\ldots \\
a_{M1} x_1 + a_{M2} x_2 + \ldots + a_{MN} x_N &= b_M \\
x_1, x_2, \ldots, x_j, \ldots, x_N &\geq 0
\end{aligned}
$$

Em Termos de Actividades

Maximizar $Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots + c_N x_N$
(Minimizar)
sujeito a

$$x_1 P_1 + x_2 P_2 + \ldots + x_N P_N = P_0$$

onde $P_j = [a_{1j}, a_{2j}, \ldots, a_{Mj}]^t,\ j = 1, \ldots, N$

$P_0 = [b_1, b_2, \ldots, b_M]^t$

$x_1, x_2, \ldots, x_j, \ldots, x_N \geq 0$

Formulação do Problema de PL em termos de Actividades.
Exemplo Protótipo.

Actividade Principal
P_1- produção de portas por minuto

Actividade Auxiliar
P_3- não utilização da capacidade de produção da secção 1 por minuto

Actividade Auxiliar
P_5- não utilização da capacidade de produção da secção 3 por minuto

Maximizar $Z=3x_1+5x_2$

sujeito a

$$x_1\begin{pmatrix}1\\0\\3\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}0\\2\\2\end{pmatrix}+x_3\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}+x_4\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}+x_5\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\12\\18\end{pmatrix}$$

$$x_1,\ x_2,x_3,x_4,x_5\ \geq 0$$

Actividade Auxiliar
P_4- não utilização da capacidade de produção da secção 2 por minuto.

Actividade Principal
P_2- produção de janelas por minuto

As variáveis x_j correspondem aos níveis das actividades

Interpretação Económica em termos de Actividades.

Exemplo protótipo: SBA inicial - $X^0 = (0,0,4,12,18)$.

•O plano inicial de produção, por minuto, corresponde a um programa em que não se produz nada ficando totalmente disponível a capacidade de produção de cada secção, i.e:

– Ficam sem utilizar as 4 unidades disponíveis da S*ecção* 1;

– Ficam sem utilizar as 12 unidades disponíveis da S*ecção* 2;

– Ficam sem utilizar as 18 unidades disponíveis da S*ecção* 3.

•Obviamente, o lucro total é nulo:

• *não se produz, não se gasta, não se lucra.*

Interpretação Económica em termos de Actividades.

Mudança de Base: de $X^0 =(0,0,4,12,18)$ para $X^1 =(0,6,4,0,6)$.

A actividade P_2 é incluída em substituição da actividade P_4. Esta mudança economicamente significa:

- a passagem da situação que consiste em nada produzir a uma nova situação em que se produzem 6 janelas por minuto.
- a actividade principal mais lucrativa, P_2, é activada ao nível máximo compatível com as restrições de capacidade ($\theta_0 = 6$), *anulando* assim o nível da actividade P_4 (esgotando completamente a capacidade de produção da Secção 2) e *implicando adaptações* ao nível de funcionamento das restantes actividades. O lucro total é de 30 e verifica-se que ainda pode aumentar.

Interpretação Económica em termos de Actividades. Mudança de Base: de X^1 =(0, 6,4,0,6) para X^2 =(2,6,2,0,0).

A actividade P_1 é incluída em substituição da actividade P_5 . Esta mudança economicamente significa:

– a passagem da situação que consiste em não produzir portas a uma nova situação em que se produzem 2 portas por minuto.

– a actividade principal mais lucrativa, P_1 , é activada ao nível máximo compatível com as restrições de capacidade (θ_0 =2), *anulando* assim o nível da actividade P_5 (esgotando completamente a capacidade de produção da Secção 3) e *implicando adaptações* ao nível de funcionamento das restantes actividades. O lucro total é de 36 e verifica-se que já não é possível aumentar mais.

Interpretação Económica em termos de Actividades. Plano óptimo do Exemplo Protótipo.

O plano óptimo de produção, por minuto, $X^2 = (2,6,2,0,0)$ inclui 2 actividades:

- produzir 2 portas por minuto;
- produzir 6 janelas por minuto;

Este plano garante um lucro total de 36 Mil Meticais por minuto.

Referente aos recursos disponíveis:

- ficam sem utilizar 2 unidades da capacidade de produção da Secção 1;
- ficam completamente esgotadas as capacidades de produção das Secções 2 e 3.