Optimização

Aula 20

Prof. Doutor Engº Jorge Nhambiu

Redes

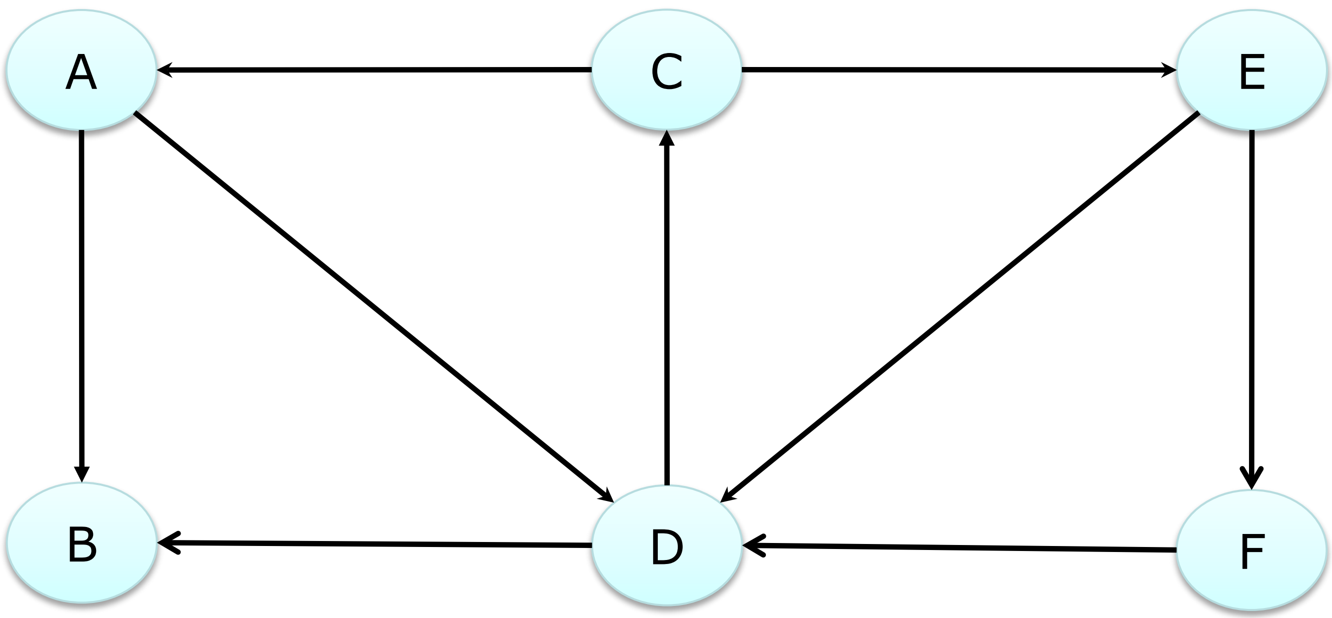
Aula 20: Modelos de Optimização de Redes (Prática)

– O Problema do Caminho Mais Curto.
– O Problema do Fluxo de Custo Mínimo.

Prof. Doutor Engº Jorge Nhambiu

Problema 20.1 (I)

Considere a seguinte rede Direccionada:



Problema 20.1 (II)

a) Encontre um caminho direccionado do nó A para o nó F e depois identifique três outros caminhos não-direccionados do nó A para F.

b) Encontre três ciclos direccionados. A seguir, identifique um ciclo não-direccionado e um ciclo direccionado que inclua cada um dos nós.

c) Identifique um conjunto de arcos que forme uma árvore de expansão.

d) Use o processo indicado nas figuras dos Slides 15 e 16 da Aula 19 para desenvolver uma árvore, um arco por vez até que uma árvore de expansão tenha sido formada. A seguir repita este processo para obter uma nova árvore de expansão. Não duplique a árvore de expansão identificada no Item c).

Problema 20.1 (Resolução I)

a)

Caminho direccionado

AD-DC-CE-EF (A→D → C → E → F)

Caminho não direccionado

AD-FD (A→D → F)

CA-CE-EF (A→C → E → F)

AD-ED-EF (A→D → E → F)

Problema 20.1 (Resolução II)

b)

Ciclos direccionados

AD-DC-CA

DC-CE-ED

DC-CE-EF-FD

Ciclos não direccionado

CA-CE-EF-FD-DB-AB

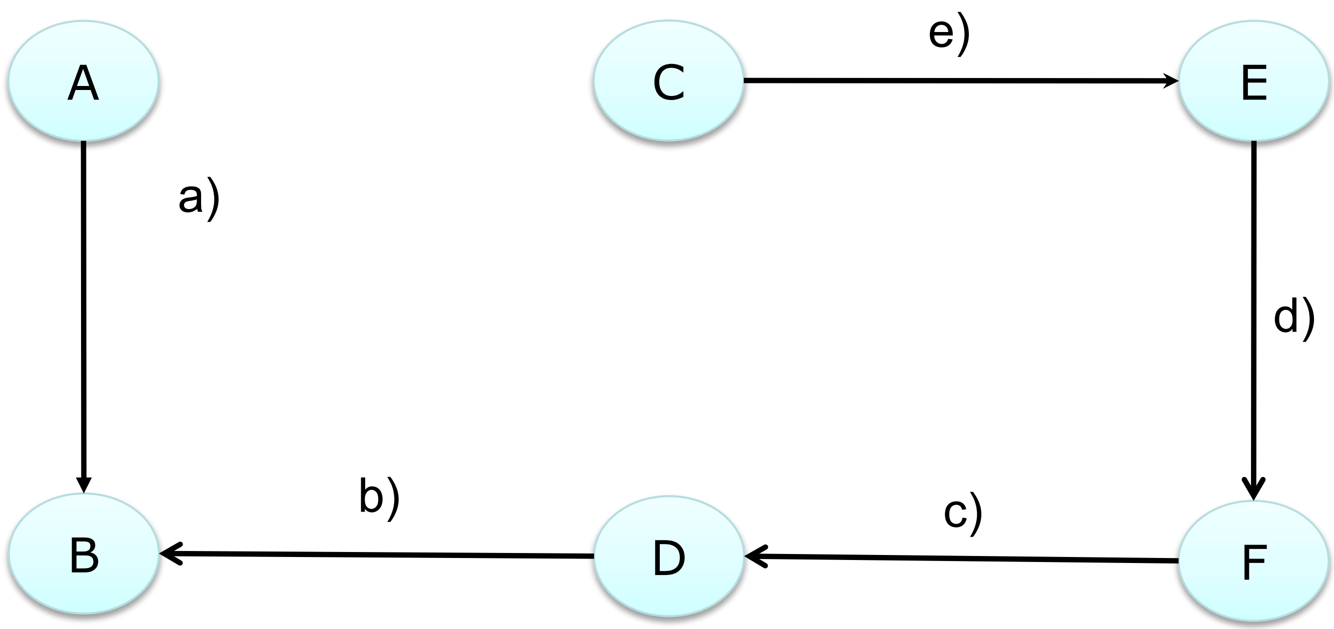
Problema 20.1 (Resolução III)

c)

Árvore de expansão

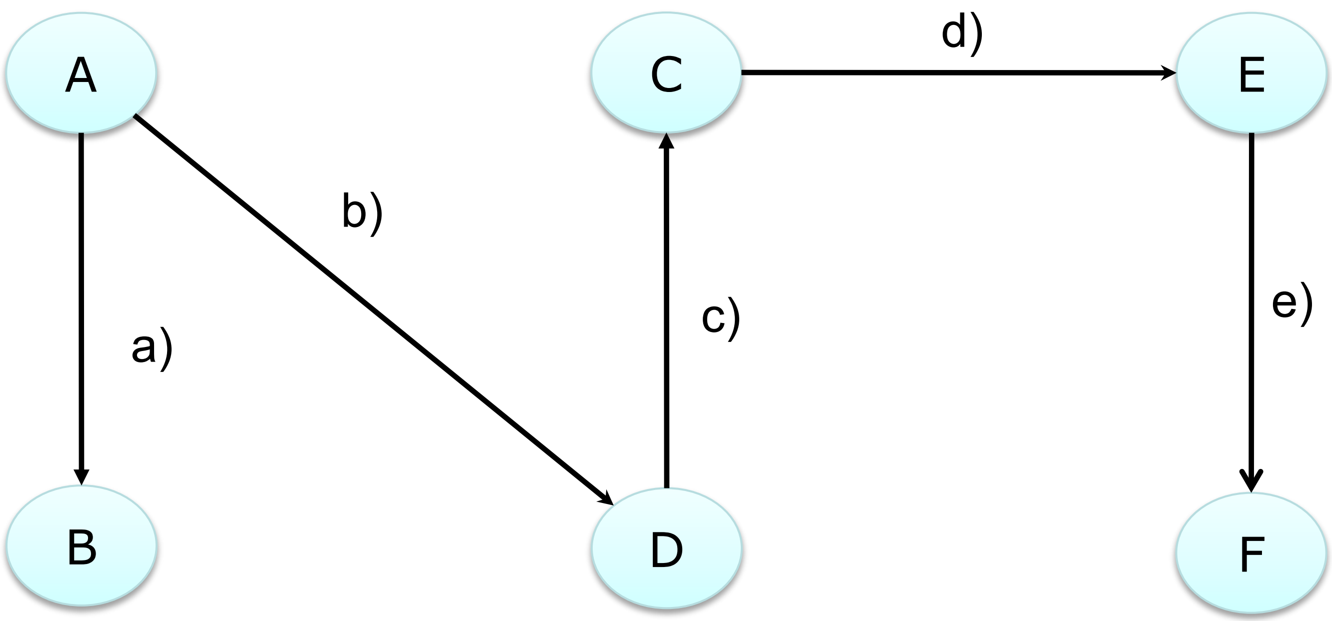
CA, CE, DC, FD, DB

d)



Problema 20.1 (Resolução IV)

d)

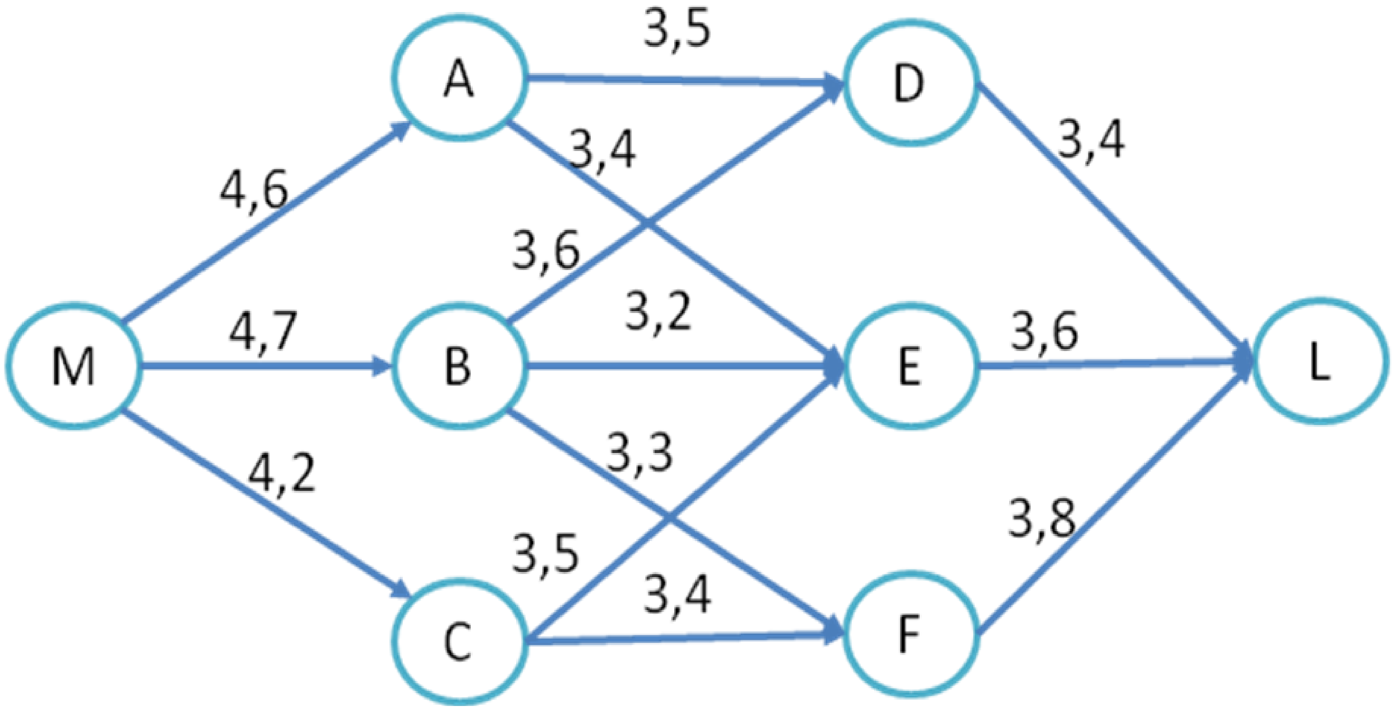


Problema 20.2 (I)

Um dos voos da LAM está prestes a deslocar de Maputo num voo sem escalas com destino à Lichinga. Há alguma flexibilidade na escolha da rota precisa a ser tomada, dependendo das condições climatéricas. A rede que a seguir se apresenta representa as redes que estão a ser consideradas em que M e L representam Maputo e Lichinga respectivamente, e os outros nós representam as várias localizações intermédias. Os ventos ao longo de cada arco afectam muito o tempo de voo (e portanto o consumo de combustível). Baseado nos boletins meteorológicos do momento, os tempos de voo em horas para esse voo em particular, são mostrados próximo dos arcos. Pelo facto do combustível consumido ser caro, a gerência da LAM estabeleceu uma política para a escolha da rota que minimize o tempo total de voo.

Determinar a rota e o custo mínimo de transporte de modo a maximizar os lucros.

Problema 20.2 (II)



Problema 20.2 (Resolução I)

n	Nós solucionados Directamente conectados a Nós Não Solucionados	Nó Não Solucionado Conectado mais próximo	Distância Total Envolvida	N-esimo Nó Mais	Distância Mínima	Última Conexão
1	M	C	4,2	C	4,2	MC
2	M	A	4,6	A	4,6	MA
	C	F	4,2+3,4=7,6			
3	A	B	4,7	B	4,7	MB
	B	F	4,2+3,4=7,6			
	C	E	4,6+3,4=8,0			
4	A	C	4,6+3,4=8,0	F	7,6	CF
	B	E	4,7+3,2=7,9			
	E	F	4,2+3,4=7,6			

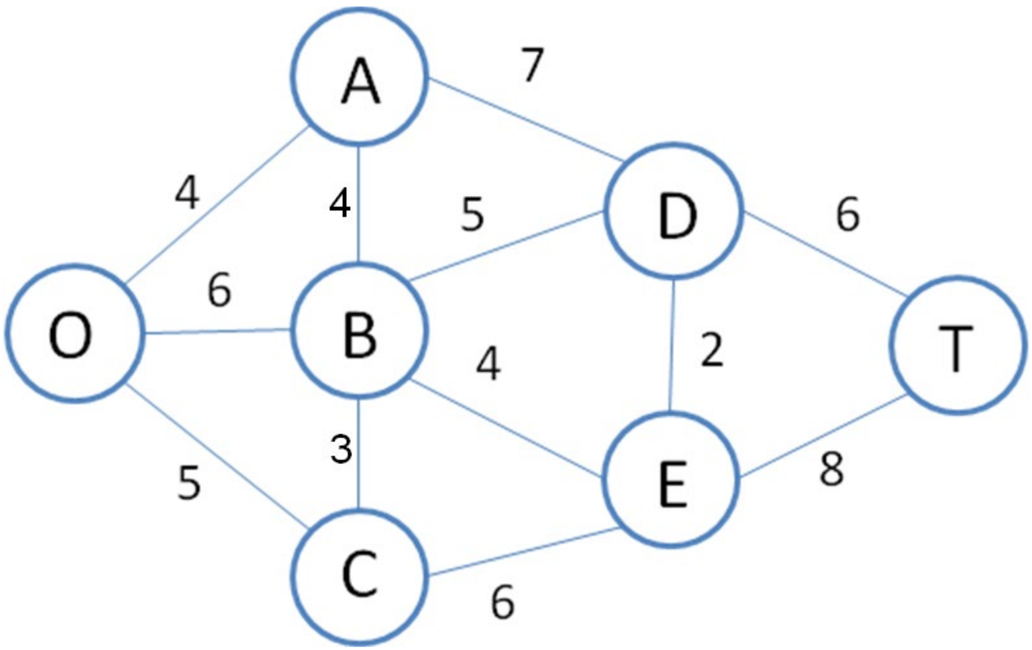
Problema 20.2 (Resolução II)

n	Nós solucionados Directamente conectados a Nós Não Solucionados	Nó Não Solucionado Conectado mais próximo	Distância Total Envolvida	N-esimo Nó Mais	Distância Mínima	Última Conexão
5	A	E	4,6+3,4=8,0	E	7,7	CE
	B	E	4,7+3,2=7,9			
	C	E	4,2+3,5=7,7			
	F	L	7,6+3,8=11,4			
6	A	D	4,6+3,5=8,1	D	8,1	AD
	B	D	4,7+3,6=8,3			
	F	L	7,6+3,8=11,4			
	E	L	7,7+3,6=11,3			
7	D	L	8,1+3,4=11,5	L	11,3	EL
	E	L	7,7+3,6=11,3			
	F	L	7,6+3,8=11,4			

O caminho óptimo é M-C-E-L com a distância mínima de 11,3 horas

Problema 20.3

Encontre o caminho mais curto através da rede, na qual os números representam distâncias verdadeiras entre os nós correspondentes, sendo o ponto **O**, o início e ponto **T** o fim.



Problema 20.3 (Resolução I)

n	Nós solucionados Directamente conectados a Nós Não Solucionados	Nó Não Solucionado Conectado mais próximo	Distância Total Envolvida	N-esimo Nó Mais	Distância Mínima	Última Conexão
1	O	A	4	A	4	OA
2,3	O	C	5	C	5	OC
	A	B	6	B	6	OB
4	A	D	4+7=11	E	10	BE
	B	E	6+4=10			
	C	E	5+6=11			
5	A	D	4+7=11	D	11	AD
	B	D	6+5=11	D	11	BD
	E	D	10+2=12			
6	D	T	11+6=17	T	17	DT
	E	T	10+8=18			

Os caminhos mais curtos são O→A→D→T ou O→B→D→T com o valor de 17

Problema 20.4 (I)

Uma empresa vai fabricar o mesmo produto novo em duas fábricas diferentes e depois o produto terá de ser enviado a dois depósitos. A Fábrica 1 é capaz de enviar uma quantidade ilimitada por comboio apenas para o Depósito 1, enquanto que a Fábrica 2 pode enviar uma quantidade ilimitada por via férrea somente ao Depósito 2. Entretanto podem ser usados camionistas independentes para transportar até 50 unidades de cada fábrica para um centro de distribuição, das quais até 50 unidades poderão ser enviadas a cada depósito. O custo de transporte por unidade para cada uma das alternativas é exposto na tabela a seguir, juntamente com as quantidades a serem produzidas nas fábricas e as quantidades necessárias nos depósitos.

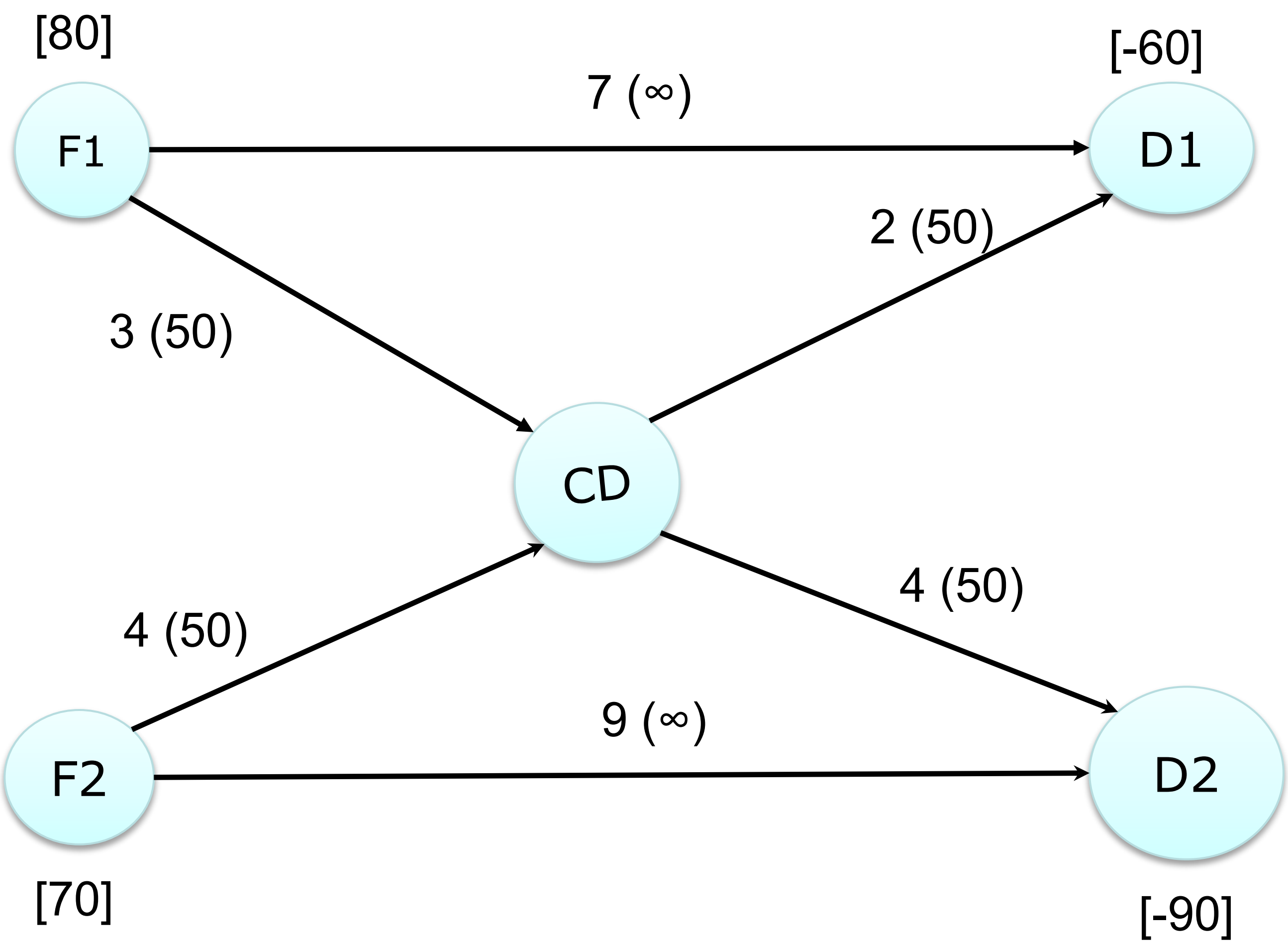
Problema 20.4 (II)

Custo de Transporte por Unidade				
Para / **De**	Centro de Distribuição	Depósito		Produção
		1	**2**	
Fábrica 1	3	7	-	80
Fábrica 2	4	-	9	70
Centro de Distribuição		2	4	
Alocação		60	90	

a) Formule a representação em forma de rede esse problema como um problema de Fluxo de Custo Mínimo.

b) Formule o modelo de Programação Linear para esse problema.

Problema 20.4 (Resolução I)



Problema 20.4 (Resolução II)

$$Minimizar \quad Z = 7x_{F_1,D_1} + 3x_{F_1,CD} + 2x_{CD,D_1} + 4x_{F_2,CD} + 4x_{CD,D_2} + 9x_{F_2,D_2}$$

$$sujeito\ a:$$

$$\begin{array}{ccccccccccccc}
x_{F_1,D_1} & + & x_{F_1,CD} & & & & & & & & & = & 80 \\
 & & & & & & x_{F_2,CD} & & & + & x_{F_2,D_2} & = & 70 \\
 & & & & x_{CD,D_1} & & & & & + & x_{F_1,D_1} & = & 60 \\
 & & & & & & & & x_{CD,D_2} & + & x_{F_2,D_2} & = & 90 \\
 & & x_{F_{,1}CD} & - & x_{CD,D_1} & + & x_{F_2,CD} & - & x_{CD,D_2} & & & = & 0
\end{array}$$

$$e$$

$$x_{F_1,CD}, x_{F_2,CD}, x_{CD,D_1}, x_{CD,D_2} \le 50, \qquad para\ todo\ o\ x_{ij} \ge 0$$

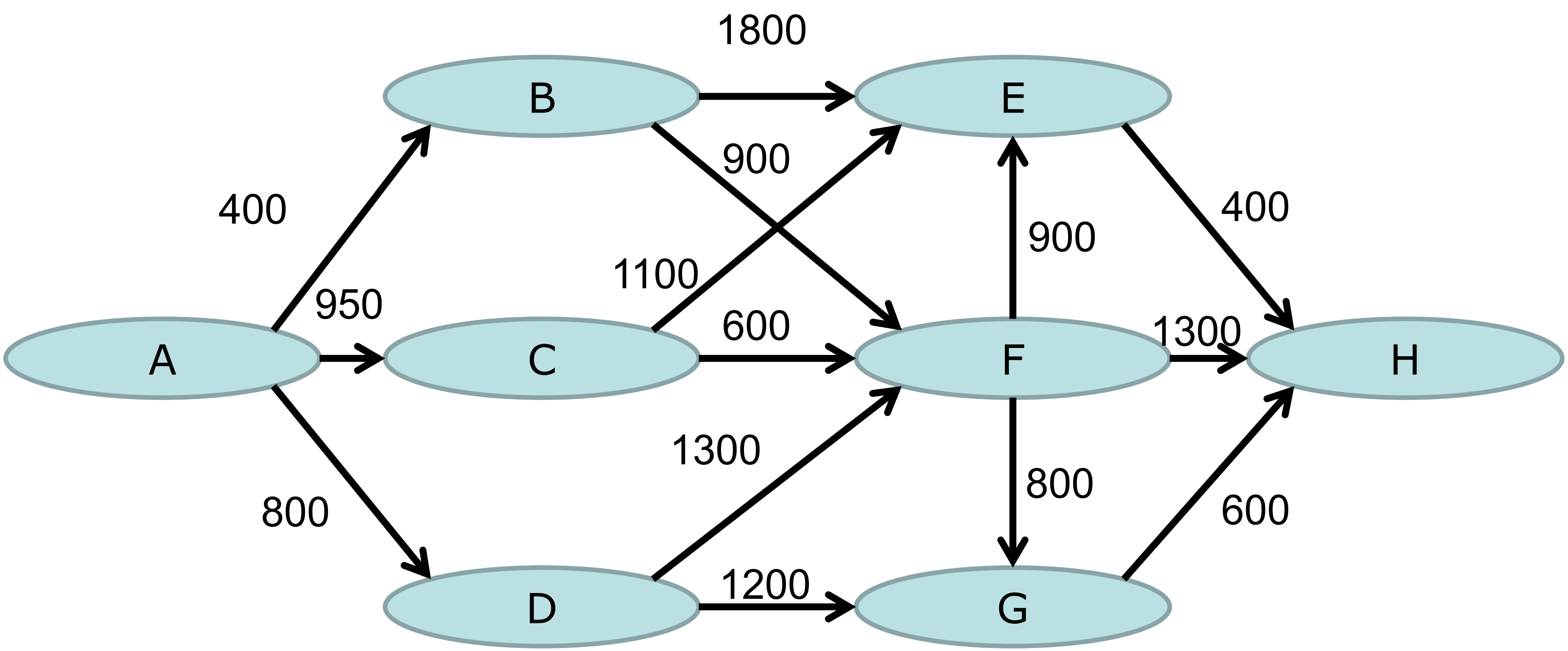
Trabalho para casa 6 (I)

Considere que os números indicados em cada aresta significam os quilómetros necessários para um automóvel percorrer as estradas entre duas cidades indicadas pelos nós extremos das arestas observadas. Resolva pelo Excel o problema que determina a rota que um automóvel deve seguir para sair da cidade A e chegar a cidade H, percorrendo a menor quantidade de quilómetros possível.

Trabalho para casa 6 (II)

Utilizando a mesma rede considere, agora que os números na arestas indicam a quantidade máxima de milhões de kW/hora possível de ser enviada de uma cidade para outra e que a cidade H precisa de toda a energia possível de ser enviada de A, para suprir uma deficiência temporária do seu sistema de abastecimento. Pelo Excel determine a quantidade máxima de energia que pode sair de A para H, respeitando os limites máximos de transmissão de cada linha de transmissão.

Trabalho para casa 6 (III)



Trabalho para casa 6 (IV)

- Enviar até a 0 hora de sexta-feira dia 25 de Outubro com o "subject": TPC06.