



# Optimização

## Aula 21



# Redes

## Aula 21: Modelos de Optimização de Redes

- O Modelo de rede para Optimizar a relação Conflituosa Tempo-Custo



## Modelo de Rede para Optimizar a Relação Conflituosa



No final dos anos 50, duas técnicas de Optimização baseadas em redes, **Pert** (Program Evaluation and Review Technique) e **CPM** (Critical Path Method) – foram desenvolvidas independentemente para ajudarem os gestores de projectos a desempenharem as suas responsabilidades. Estas técnicas foram desenvolvidas para ajudar a planear como coordenar as diversas actividades de um projecto, desenvolver um cronograma realista para o projecto e depois monitorar o progresso do mesmo.



## Modelo de Rede para Optimizar a Relação Conflituosa



Suponha que tem um projecto que precisa de ser completo num prazo específico e esse prazo não será cumprido caso todas as actividades sejam realizadas da maneira normal, mas que existam diversas formas de cumprir com o prazo, gastando-se mais dinheiro para acelerar algumas das actividades. Qual o plano óptimo para acelerar alguma actividades de forma a minimizar o custo total de realizar o projecto dentro dos prazos?



## Modelo de Rede para Optimizar a Relação Conflituosa



A metodologia genérica começa usando uma rede para mostrar as diversas actividades e a ordem na qual elas precisam de ser executadas. Um modelo de optimização é então formulado e pode ser resolvido usando a análise marginal ou então a programação linear. Como acontece com qualquer outro modelo de optimização de redes considerado anteriormente, a estrutura especial do problema o torna relativamente fácil de ser resolvido.



## Exemplo do Protótipo (I)

A NHACA CONSTRUCTION COMPANY acaba de ganhar um concurso no valor de US\$ 5,4 milhões para construir uma nova unidade fabril para uma importante indústria. O cliente precisa que a unidade entre em funcionamento em 40 semanas. A Nhaca designou o seu melhor gerente de construção o Snr Nguila, para esse projecto de forma a ajudar a garantir que ele permaneça no prazo estabelecido. O Snr Nguila precisará de contratar uma série de brigadas para fazerem as diversas actividades de construção em horários diferentes. A tabela seguinte mostra a lista das actividades em questão. A terceira coluna fornece informações adicionais importantes para coordenar o cronograma das brigadas.



Tabela 21.1

## Exemplo do Protótipo (II)

Actividade	Descrição da Actividade	Predecessores Imediatos	Duração estimada
A	Escavação	–	2 semanas
B	Fundações	A	4 semanas
C	Levantar as paredes de alvenaria	B	10 semanas
D	Instalar o teto	C	6 semanas
E	Instalar a tubulação externa	C	4 semanas
F	Instalar a tubulação interna	E	5 semanas
G	Fazer o revestimento externo	D	7 semanas
H	Fazer a pintura externa	E,G	9 semanas
I	Fazer a instalação eléctrica	C	7 semanas
J	Colocar as chapas para os revestimentos das paredes	F,I	8 semanas
K	Instalar pisos	J	4 semanas
L	Fazer a pintura interna	J	5 semanas
M	Instalar os acessórios externos	H	2 semanas
N	Instalar os acessórios internos	K,L	6 semanas



## Exemplo do Protótipo (III)

Para cada actividade, seus **predecessores imediatos** são as actividades que devem ser completas até no máximo no início do horário da actividade dada. (Similarmente a actividade dada é chamada **sucessor imediato** de cada um dos seus predecessores imediatos).

*Por exemplo as primeiras linhas da terceira coluna da tabela significam:*



*1. A escavação não precisa de esperar por qualquer outra actividade;*



*2. A escavação tem de estar completa antes de começar-se com as fundações;*



*3. As fundações devem ser completamente finalizadas antes de elevar as paredes de alvenaria e ai por diante....*



## Exemplo do Protótipo (IV)

De modo a programar as actividades o Snr Nguala consulta cada um dos supervisores das brigadas para ter uma estimativa de quanto tempo cada actividade vai demorar ser feita de maneira normal. Esta estimativa é dada na quarta coluna da tabela. Somar estes tempos fornece um total de 79 semanas que são quase o dobro do tempo de 40 semanas que é dado para finalizar o projecto. Felizmente algumas das actividades podem ser feitas em paralelo, o que reduz substancialmente o tempo do término do projecto. Faz-se depois a representação gráfica do projecto para visualizar o fluxo das actividades e para se poder apreciar o tempo total necessário para completar o projecto se não houverem atrasos.



# Modelo de Rede para Optimizar a Relação Conflituosa



O que é uma rede de projectos?



Uma rede de projectos é uma rede usada para representar um projecto. Ela é formada por uma série de *nós* (tipicamente apresentados como rectângulos ou círculos pequenos) e por uma série de *arcos* (indicados como setas) que ligam dois nós diferentes.



## Modelo de Rede para Optimizar a Relação Conflituosa

São necessários três tipos de informação para descrever um projecto:



**1. Informação de Actividades:** *Subdivide-se o projecto em suas actividades individuais (ao nível desejado de detalhe);*



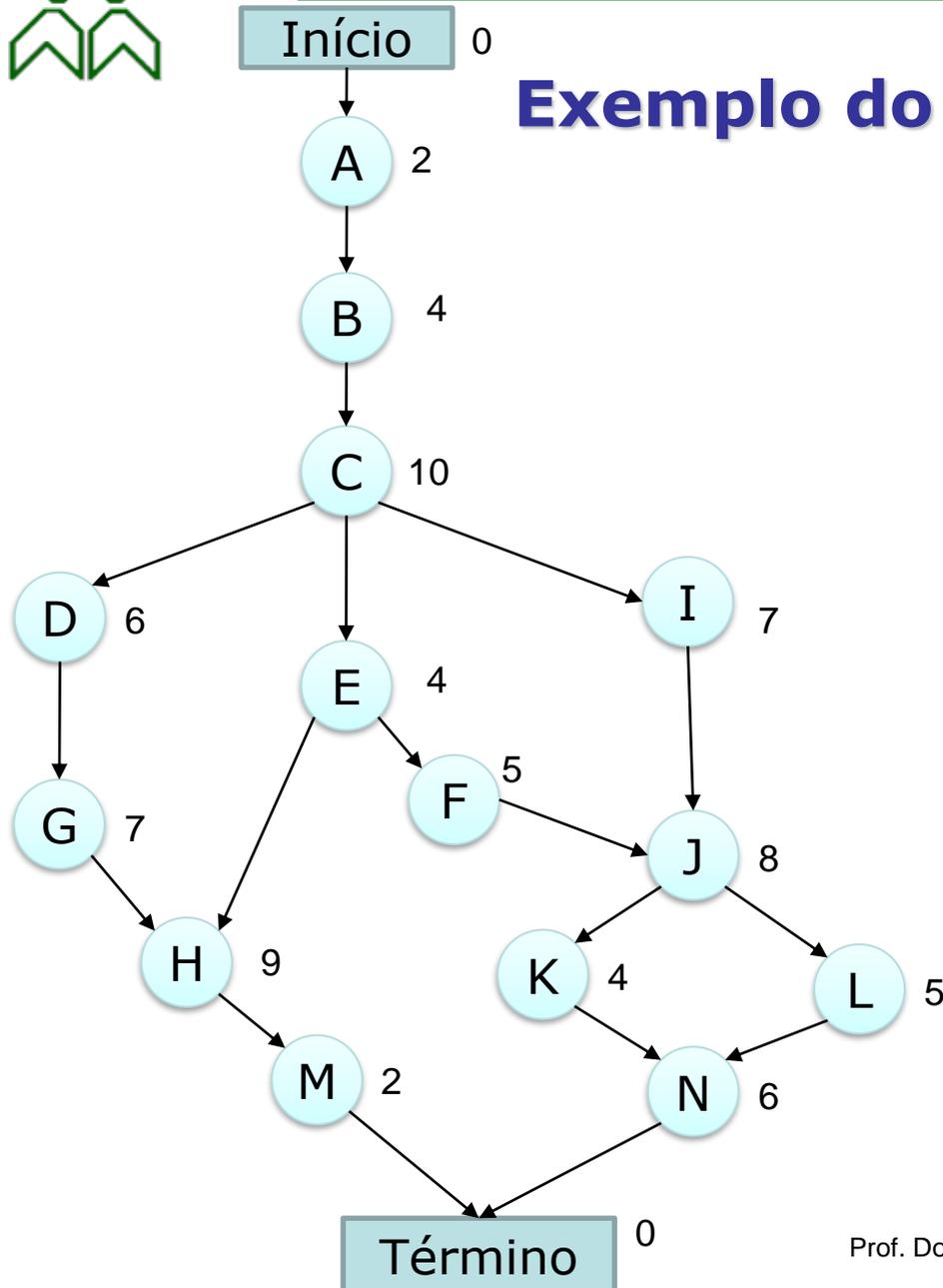
**2. Relações de precedência:** *identifica-se o(s) predecessor(es) imediato(s) para cada actividade;*



**3. Informação de tempo:** *estima-se o tempo de duração de cada actividade.*



## Exemplo do Protótipo (V)



- A Escavação
- B Fundações
- C Levantar as paredes de alvenaria
- D Instalar o teto
- E Instalar a tubulação externa
- F Instalar a tubulação interna
- G Fazer o revestimento externo
- H Fazer a pintura externa
- I Fazer a instalação eléctrica
- J Colocar as chapas para os revestimentos das paredes
- K Instalar pisos
- L Fazer a pintura interna
- M Instalar os acessórios externos
- N Instalar os acessórios internos



# Modelo de Rede para Optimizar a Relação Conflituosa



Quanto tempo deve durar o projecto?



Já se viu que o somatório de todas as actividades dá um total de 79 semanas. Entretanto essa não é a resposta à pergunta, pois algumas das actividades podem ser executadas (grosso modo) em simultâneo.

O que na verdade é importante é o comprimento de cada caminho através da rede.



# Modelo de Rede para Optimizar a Relação Conflituosa

Um caminho em uma rede de projecto é uma ou mais rotas seguindo os arcos do nó INÍCIO ao nó TÉRMINO. O comprimento de um caminho é a soma das durações (estimadas) das actividades no caminho.

Tabela 21.2

Caminho	Comprimento
INÍCIO→A→B→C→D→G→H→M→TÉRMINO	$2+4+10+6+7+9+2 = 40$ semanas
INÍCIO→A→B→C→E→H→M→TÉRMINO	$2+4+10+4+9+2 = 31$ semanas
INÍCIO→A→B→C→E→F→J→K→N→TÉRMINO	$2+4+10+4+5+8+4+6 = 43$ semanas
INÍCIO→A→B→C→E→F→J→L→N→TÉRMINO	$2+4+10+4+5+8+5+6 = 44$ semanas
INÍCIO→A→B→C→I→J→K→N→TÉRMINO	$2+4+10+7+8+4+6 = 41$ semanas
INÍCIO→A→B→C→I→J→L→N→TÉRMINO	$2+4+10+7+8+5+6 = 42$ semanas



## Modelo de Rede para Optimizar a Relação Conflituosa

A duração (estimada) do projecto é igual ao comprimento mais longo através da rede do projecto. Esse caminho mais longo é chamado **caminho crítico**. Se houver mais de um caminho longo de igual comprimento, todos eles serão caminhos críticos.

Para o caso do projecto da Nhaca Construction Co., tem-se:

Caminho crítico: INÍCIO→A→B→C→E→F→J→L→N→TÉRMINO

Duração (estimada) do projecto = 44 semanas

Se não houver nenhum atraso, o tempo total necessário para concluir o projecto deverá ser de aproximadamente 44 semanas. As actividades nesse caminho crítico, são actividades críticas de estrangulamento em que quaisquer atrasos no seu términos têm de ser evitados para acautelar o atraso do projecto no seu todo.

# Modelo de Rede para Optimizar a Relação Conflituosa

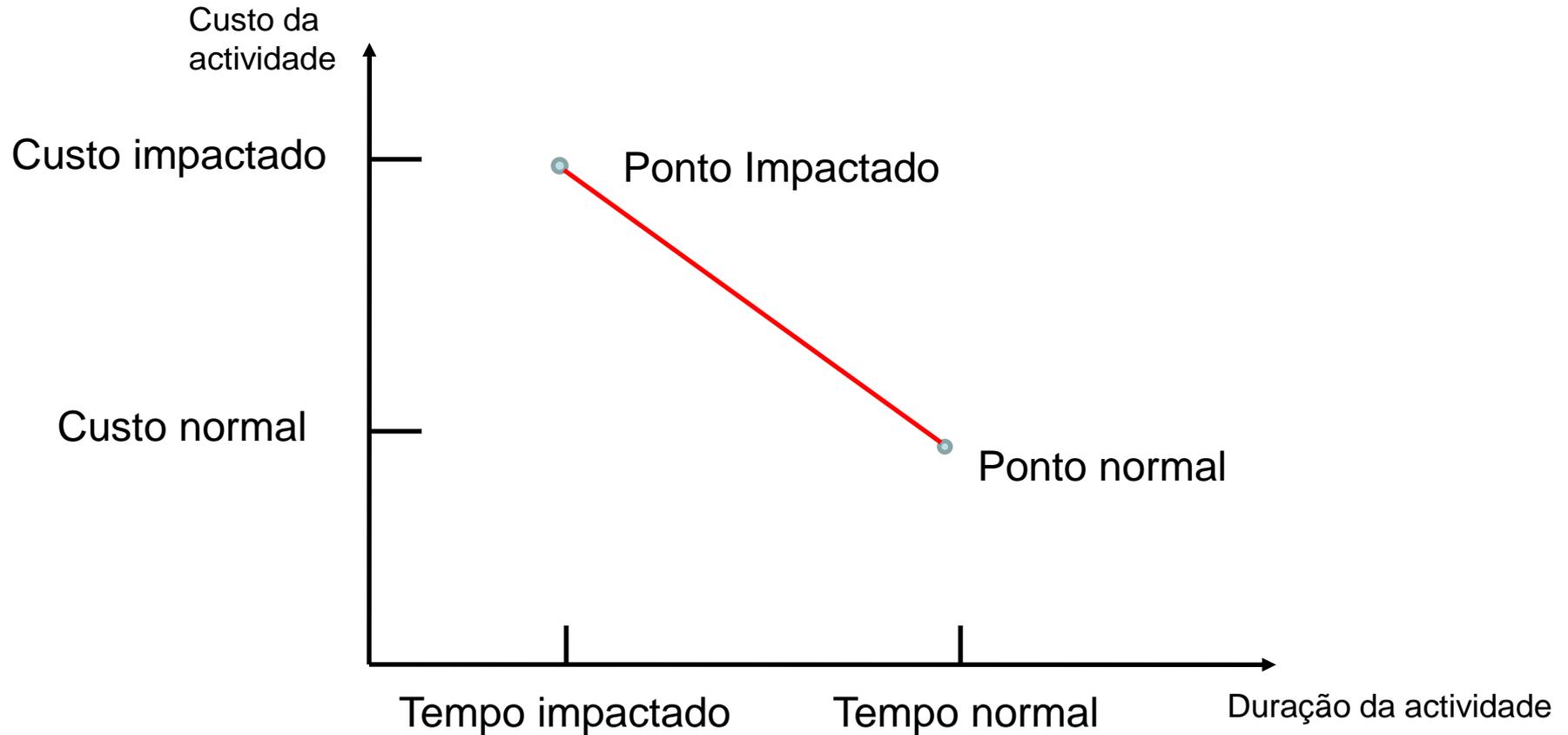
O que é impactar uma actividade?

*Impactar uma actividade* é tomar medidas especialmente dispendiosas para reduzir a duração de uma actividade abaixo do seu valor normal. Essas medidas especiais podem incluir: adoptar regime de horas extras, contratar mão de obra temporária, usar materiais especiais que economizem tempo, obter equipamento especial etc. *Impactar um projecto* é impactar um número de actividades, de modo a reduzir a duração do projecto abaixo do valor normal.





## Gráfico de tempo-custo típico para uma actividade



# Modelo de Rede para Optimizar a Relação Conflituosa

O que são o ponto normal e o impactado?

O *ponto normal* no gráfico tempo–custo para uma actividade, indica o tempo (duração) e o custo da actividade quando ela é executada da forma normal. O *ponto impactado* revela o tempo e o custo quando a actividade é totalmente impactada, isto é, ela é acelerada ao máximo sem se preocupar com os custos para reduzir o máximo possível a sua duração. Como uma aproximação, o CPM parte do pressuposto que esses tempos e custos podem ser confiavelmente previstos sem incertezas significativas.





# Modelo de Rede para Optimizar a Relação Conflituosa



Para a maioria das aplicações, supõe-se que impactar parcialmente uma actividade em qualquer nível, fornecerá uma combinação de tempo e custo que cairá em algum ponto do segmento de recta entre esses dois pontos.

Esta aproximação simplificada reduz a colecta de dados necessária para estimar o tempo e o custo para apenas duas situações:

**Condições normais** – para obter o ponto normal e

**Impacto pleno** – para obter o ponto impactado.



## Exemplo do Protótipo (V)

Usando essa metodologia o Sr Ngula tem o seu pessoal e supervisores das brigadas a trabalharem no desenvolvimento destes dados para cada uma das actividades do projecto da Nhaca co. Por exemplo o supervisor da brigada responsável por colocar as chapas para o revestimento das paredes indica que acrescentar dois empregados eventuais e usar horas extras possibilitariam uma redução na execução dessa actividade de oito para seis semanas, que é o mínimo possível. O pessoal do Sr Ngula estima então que o custo para impactar plenamente a actividade dessa maneira quando comparada com a do cronograma normal de oito semanas seria o seguinte:



## Exemplo do Protótipo (VI)

Actividade J (colocar as chapas para revestimento das paredes)

*Ponto normal: tempo = 8 semanas, custo = US\$430 000*

*Ponto impactado: tempo = 6 semanas, custo = US\$490 000*

*Redução máxima em termos de tempo = 8 – 6 = 2 semanas*

$$\begin{aligned} \text{Custo impactado por semana reduzida} &= \frac{\text{US\$ 490 000} - \text{US\$ 430 000}}{2} \\ &= \text{US\$ 30 000} \end{aligned}$$

Após investigar da mesma maneira a relação conflituosa tempo-custo para cada uma das restantes actividades obtém-se a seguinte tabela:



Tabela 21.3 Dados para a relação conflituosa tempo-custo para as actividades Nhaca co.

Activi- dade	Tempo		Custo		Redução máxima (tempo)	Custo impactado por semana
	Normal	Impactado	Normal	Impactado		
A	2 semanas	1 semana	US\$180000	US\$280000	1 semana	US\$100000
B	4 semanas	2 semanas	US\$320000	US\$420000	2 semanas	US\$50000
C	10 semanas	7 semanas	US\$620000	US\$860000	3 semanas	US\$80000
D	6 semanas	4 semanas	US\$260000	US\$340000	2 semanas	US\$40000
E	4 semanas	3 semanas	US\$410000	US\$570000	1 semana	US\$160000
F	5 semanas	3 semanas	US\$180000	US\$260000	2 semanas	US\$40000
G	7 semanas	4 semanas	US\$900000	US\$1020000	3 semanas	US\$40000
H	9 semanas	6 semanas	US\$200000	US\$380000	3 semanas	US\$60000
I	7 semanas	5 semanas	US\$210000	US\$270000	2 semanas	US\$30000
J	8 semanas	6 semanas	US\$430000	US\$490000	2 semanas	US\$30000
K	4 semanas	3 semanas	US\$160000	US\$200000	1 semana	US\$40000
L	5 semanas	3 semanas	US\$250000	US\$350000	2 semanas	US\$50000
M	2 semanas	1 semana	US\$100000	US\$200000	1 semana	US\$100000
N	6 semanas	3 semanas	US\$330000	US\$510000	3 semanas	US\$60000

# Modelo de Rede para Optimizar a Relação Conflituosa



Que actividades devem ser impactadas?



A maneira menos dispendiosa de impactar uma actividade para reduzir a duração estimada de um projecto para o nível especificado é a análise do custo marginal que usa a última coluna da tabela anterior, juntamente com a Tabela 21.2 para determinar a maneira menos onerosa de se reduzir a duração do projecto em uma semana por vez. A maneira mais prática de conduzir esta tarefa é criar uma tabela parecida com a Tabela 21.3 que liste todos os caminhos da rede do projecto e o comprimento actual de cada um desses caminhos.



## Modelo de Rede para Optimizar a Relação Conflituosa

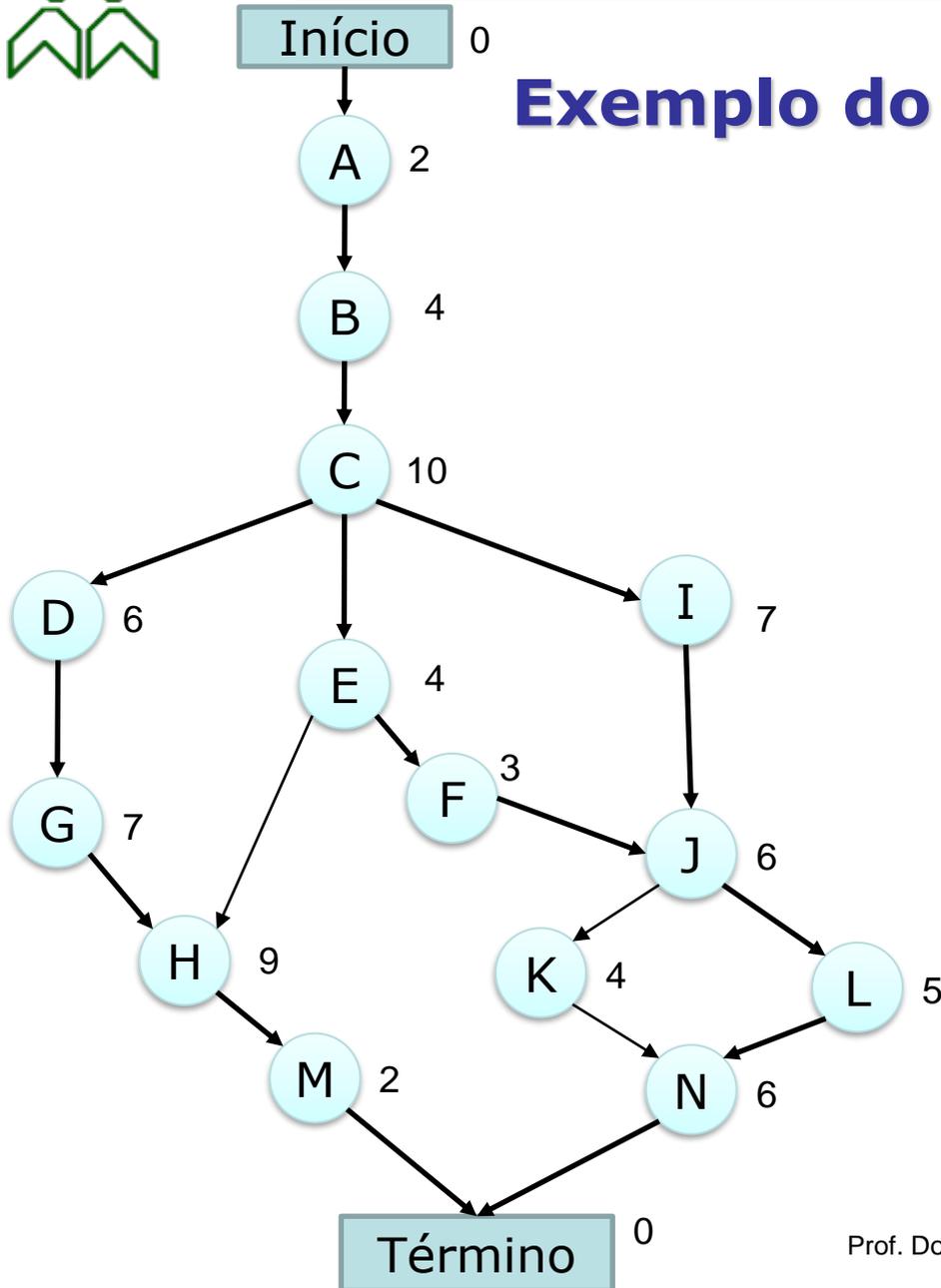
Tabela 21.4 tabela final para a análise do custo marginal do projecto da Nhaca co.

Actividade a ser impactada	Custo impactado	Comprimento do caminho					
		ABCDGHM	ABCEHM	ABCEFJKN	ABCEFJLN	ABCIJKN	ABCIJLN
		40	31	43	44	41	42
J	US\$ 30000	40	31	42	43	40	41
J	US\$ 30000	40	31	41	42	39	40
F	US\$ 40000	40	31	40	41	39	40
F	US\$ 40000	40	31	39	40	39	40

Com redes maiores, a análise do custo marginal pode tornar-se praticamente impossível. Um procedimento mais eficiente seria desejável para projectos grandes, Por essa razão o procedimento CPM-padrão é aplicar a programação linear em seu lugar.



## Exemplo do Protótipo (V)



A rede do projecto se as actividades J e F forem plenamente impactadas (com todas as demais actividades em seus níveis normais) para o projecto da Nhaca. As setas mais escuras indicam os diversos caminhos críticos ao longo da rede de projectos.



# Uso da Programação Linear para tomar Decisões sobre Aplicação ou não do Impacto



O problema de determinar a maneira menos onerosa de impactar actividades pode ser expresso de uma forma mais familiar ao ambiente da programação linear, como se segue:

**Novo enunciado do problema:** façamos com que  $Z$  seja o custo total de impacto de actividades. O problema consiste então em determinar  $Z$ , sujeito a restrição de que a duração do projecto deve ser menor ou igual ao tempo desejado pelo gerente do projecto.



## Uso da Programação Linear para tomar Decisões sobre Aplicação ou não do Impacto

*As variáveis de decisão naturais são:*

*$x_j$  = redução da duração da actividade  $j$  em virtude de impactar essa actividade para  $j = A, B, \dots, N$*

*Usando-se a última coluna da Tabela 21.3 a função objectivo a ser minimizada é:*

$$Z = 100000x_A + 50000x_B + \dots + 60000x_N$$

Cada uma das 14 variáveis de decisão do lado direito precisa de ser restrita a valores não negativos que não excedam o máximo dado na penúltima coluna da Tabela 21.3.

Para se impor a restrição de que a duração do projecto deverá ser igual ou inferior a 40 semanas fazemos:



## Uso da Programação Linear para tomar Decisões sobre Aplicação ou não do Impacto

$y_{TÉRMINO}$  = duração do projecto, isto é, o horário no qual o término é atingido na rede do projecto

A restrição fica então:

$$y_{TÉRMINO} \leq 40$$

Para auxiliar o modelo de programação linear na designação do valor apropriado a  $y_{TÉRMINO}$ , dados os valores de  $x_A, x_B, \dots, x_N$  é conveniente introduzir no modelo as seguintes variáveis adicionais

$y_j$  – momento do início da actividade  $j$  (para  $j=B, C, \dots, N$ ), dados os valores de  $x_A, x_B, \dots, x_N$



## Uso da Programação Linear para tomar Decisões sobre Aplicação ou não do Impacto

Uma variável destas não é necessária para a actividade  $A$ , já que uma actividade que inicia o projecto recebe automaticamente o valor 0.

Tratando o nó **TÉRMINO** como outra actividade (embora uma actividade com duração nula), como se faz de seguida essa definição de  $y_j$  para a actividade de **TÉRMINO** também atende a definição de  $y_{TÉRMINO}$  dada anteriormente.

O momento de início de cada actividade (inclusive a **TÉRMINO**) está directamente relacionado com o momento de início e a duração de cada um dos seus predecessores imediatos como se apresenta a seguir:



## Uso da Programação Linear para tomar Decisões sobre Aplicação ou não do Impacto



*Para cada actividade (B,C, ...,N,TÉRMINO) e cada um dos seus predecessores imediatos, o Horário de início dessa actividade  $\geq$  (horário de início + duração) para esse predecessor imediato.*



*Além disso, usando os tempos normais da Tabela 21.3 a duração de cada actividade é dada pela seguinte fórmula:*  
***Duração da actividade  $j =$  seu tempo normal -  $x_j$***



## Uso da Programação Linear para tomar Decisões sobre Aplicação ou não do Impacto

Considere-se a actividade F do protótipo que se pode ver nas Figuras 21.1 e 21.3

Predecessor imediato da actividade F:

Actividade E que tem a duração =  $4 - x_E$

***Relação entre essas actividades:***

$$y_F \geq y_E + 4 - x_E$$

Portanto a actividade F não pode começar enquanto a actividade E não começar e completar sua duração  $4 - x_E$



## Uso da Programação Linear para tomar Decisões sobre Aplicação ou não do Impacto

Considere-se agora a actividade J que tem dois predecessores imediatos

### *Predecessores imediatos da actividade J:*

Actividade F que tem a duração =  $5 - x_F$

Actividade I que tem a duração =  $7 - x_I$

### *Relação entre essas actividades:*

$$y_J \geq y_F + 5 - x_F$$

$$y_J \geq y_I + 7 - x_I$$

Essas igualdades juntas dizem que essa actividade J não pode começar enquanto as suas duas actividades predecessoras não terminarem



# Uso da Programação Linear para tomar Decisões sobre Aplicação ou não do Impacto

Incluindo essas relações para todas as actividades na forma de restrições, obtém-se o modelo de programação linear que a seguir apresenta-se:

$$\text{Minimizar } Z = 100\,000x_A + 50\,000x_B + \dots + 60\,000x_N$$

Sujeito às seguintes restrições:



## ***1. Restrições de redução máxima:***

*Usando a penúltima coluna da Tabela 21.3*

$$x_A \leq 1, x_B \leq 2, \dots, x_N \leq 3.$$



# Uso da Programação Linear para tomar Decisões sobre Aplicação ou não do Impacto



## 2. Restrições de não-negatividade:

$$x_A \geq 0, x_B \geq 0, \dots, x_N \geq 0.$$

$$y_B \geq 0, y_C \geq 0, \dots, y_N \geq 0, y_{TÉRMINO} \geq 0$$



## 3. Restrições de horário de início

*Na função objectivo com excepção da actividade A (que inicia o projecto) há uma restrição de horário de início para cada actividade com um único predecessor imediato (actividades B, C, D, E, F, G, I, K, L, M) e duas restrições para cada actividade com dois predecessores imediatos (as actividades H, J, N e TÉRMINO), conforme se enumera a seguir:*



# Uso da Programação Linear para tomar Decisões sobre Aplicação ou não do Impacto

## Um predecessor imediato

$$\begin{aligned}y_B &\geq 0 + 2 - x_A \\y_C &\geq y_B + 4 - x_B \\y_D &\geq y_C + 10 - x_C \\&\vdots \\y_M &\geq y_H + 9 - x_H\end{aligned}$$

## Dois predecessores imediato

$$\begin{aligned}y_H &\geq y_G + 7 - x_G \\y_H &\geq y_E + 4 - x_E \\&\vdots \\y_{TÉRMINO} &\geq y_M + 2 - x_M \\y_{TÉRMINO} &\geq y_N + 6 - x_N\end{aligned}$$

*Em geral, o número de restrições de horário de início para uma actividade, é igual ao seu número de predecessores imediatos, visto que cada predecessor imediato contribui com uma restrição de horário de início.*



# Uso da Programação Linear para tomar Decisões sobre Aplicação ou não do Impacto



## *4. Restrição de duração do projecto:*

$$y_{TÉRMINO} \leq 40$$

*Revela-se a seguir como este problema pode ser formulado na forma de modelo de programação linear em uma planilha. As decisões a serem tomadas são mostradas nas células que mudam.*

Nome da Faixa de Colunas	Colunas
TerminoA	K6
InicioA	I6
TerminoB	K7
InicioB	I7
TerminoC	K8
CustoImpactado	F6:F19
Custo ImpactadoPorSemanaReduzida	H6:H19
TempoImpactado	D6:D19
InicioC	I8
TerminoD	K9
InicioD	I9
TerminoE	K10
inicioE	I10
TerminoF	K11
TempoTermino	K6:K19
InicioF	I11
TerminoG	K12
InicioG	I12
TerminoH	K13
InicioH	I13
TerminoI	K14
InicioI	I14
TerminoJ	K15
InicioJ	I15
TerminoK	K16
InicioK	I16
TerminoL	K17
InicioL	I17
TempoMax	K22
ReducaoTempoMax	G8:G19
TerminoM	K18
InicioM	I18
TerminoN	K19
CustoNormal	E6:E19
TempoNormal	C6:C19
InicioN	I19
TempoTerminoProjecto	I22
HorarioInicio	I6:I19
ReducaoTempo	J6:J19
CustoTotal	I24

# o Protótipo

$=\text{TempoNormal}-\text{TempoImpactado}$   
 $=\text{TempoNormal}-\text{TempoImpactado}$   
 $=\text{TempoNormal}-\text{TempoImpactado}$   
 $=\text{TempoNormal}-\text{TempoImpactado}$

$=(\text{CustoImpactado}-\text{CustoNormal})\text{ReducaoTempoMax}$   
 $=(\text{CustoImpactado}-\text{CustoNormal})\text{ReducaoTempoMax}$   
 $=(\text{CustoImpactado}-\text{CustoNormal})\text{ReducaoTempoMax}$   
 $=(\text{CustoImpactado}-\text{CustoNormal})\text{ReducaoTempoMax}$

$=\text{HorarioInicio}+\text{TempoNormal}-\text{ReducaoTempo}$   
 $=\text{HorarioInicio}+\text{TempoNormal}-\text{ReducaoTempo}$   
 $=\text{HorarioInicio}+\text{TempoNormal}-\text{ReducaoTempo}$   
 $=\text{HorarioInicio}+\text{TempoNormal}-\text{ReducaoTempo}$

Tempo de Término do Projecto ≤ 40

$=\text{SUM}(\text{CustoNormal})+\text{SUMPRODUCT}(\text{CustoImpactadoPorSemanaReduzida},\text{ReducaoTempo})$



InícioB  $\geq$  TerminoA  
 InícioC  $\geq$  TerminoB  
 InícioD  $\geq$  TerminoC  
 InícioE  $\geq$  TerminoC  
 InícioF  $\geq$  TerminoE  
 InícioG  $\geq$  TerminoD  
 InícioI  $\geq$  TerminoC  
 InícioJ  $\geq$  TerminoF  
 InícioJ  $\geq$  TerminoI  
 InícioK  $\geq$  TerminoJ  
 InícioL  $\geq$  TerminoJ  
 InícioM  $\geq$  TerminoH  
 InícioI  $\geq$  TerminoC  
 ReducaoTempo  $\leq$  ReducaoTempoMax  
 TempoTerminoProjecto  $\leq$  TempoMax  
 TempoTerminoProjecto  $\geq$  TerminoM  
 TempoTerminoProjecto  $\geq$  TerminoN

Actividade	Tempo	Custo	Redução de tempo	Custo
M	2	1	\$100,000.00	\$ 200,000.00
N	6	3	\$330,000.00	\$ 510,000.00

\$30,000.00			7
\$30,000.00			8
\$40,000.00			4
\$50,000.00			5
\$100,000.00			2
\$60,000.00			6

**Solver Parameters**

Set Target Cell:

Equal To:  Max  Min  Value of:

By Changing Cells:

Subject to the Constraints:

- InícioC  $\geq$  TerminoB
- InícioD  $\geq$  TerminoC
- InícioE  $\geq$  TerminoC
- InícioF  $\geq$  TerminoE
- InícioG  $\geq$  TerminoD**
- InícioI  $\geq$  TerminoC

Buttons: Solve, Change, Guess, Change, Delete, Reset All, Help

Assume Linear Model     Use Automatic Scaling  
 Assume Non-Negative     Show Iteration Results

Tempo de Término do Projecto		$\leq$	40
------------------------------	--	--------	----



## Exemplo do Protótipo

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2											
3											
4							Redução de tempo	Custo Impactado por semana			
5		Actividade	Tempo		Custo		máxima	reduzida	Horário de início	Redução de Tempo	Horário de Término
6			Normal	Impactado	Normal	Impactado					
7		A	2	1	\$180,000.00	\$ 280,000.00	1	\$100,000.00	0	0	2
8		B	4	2	\$320,000.00	\$ 420,000.00	2	\$50,000.00	2	0	6
9		C	10	7	\$620,000.00	\$ 860,000.00	3	\$80,000.00	6	0	16
10		D	6	4	\$260,000.00	\$ 340,000.00	2	\$40,000.00	16	0	22
11		E	4	3	\$410,000.00	\$ 570,000.00	1	\$160,000.00	16	0	20
12		F	5	3	\$180,000.00	\$ 260,000.00	2	\$40,000.00	20	2	23
13		G	7	4	\$900,000.00	\$ 1,020,000.00	3	\$40,000.00	22	0	29
14		H	9	6	\$200,000.00	\$ 380,000.00	3	\$60,000.00	29	0	38
15		I	7	5	\$210,000.00	\$ 270,000.00	2	\$30,000.00	16	0	23
16		J	8	6	\$430,000.00	\$ 490,000.00	2	\$30,000.00	23	2	29
17		K	4	3	\$160,000.00	\$ 200,000.00	1	\$40,000.00	30	0	34
18		L	5	3	\$250,000.00	\$ 350,000.00	2	\$50,000.00	29	0	34
19		M	2	1	\$100,000.00	\$ 200,000.00	1	\$100,000.00	38	0	40
20		N	6	3	\$330,000.00	\$ 510,000.00	3	\$60,000.00	34	0	40
21											
22							Tempo de Término do Projecto		40	≤	40
23											
24									\$ 4,690,000.00		



## Modelo de Rede para Optimizar a Relação Conflituosa



O método CPM de relações conflituosas tempo-custo oferece uma maneira poderosa de se usar um modelo de optimização de redes para desenvolver um projecto de modo que ele possa atender ao prazo estabelecido com um custo total mínimo.