Optimização

Aula 24

Prof. Doutor Engº Jorge Nhambiu

Programação Dinâmica

Aula 24 Programação Dinâmica (Aula Prática)

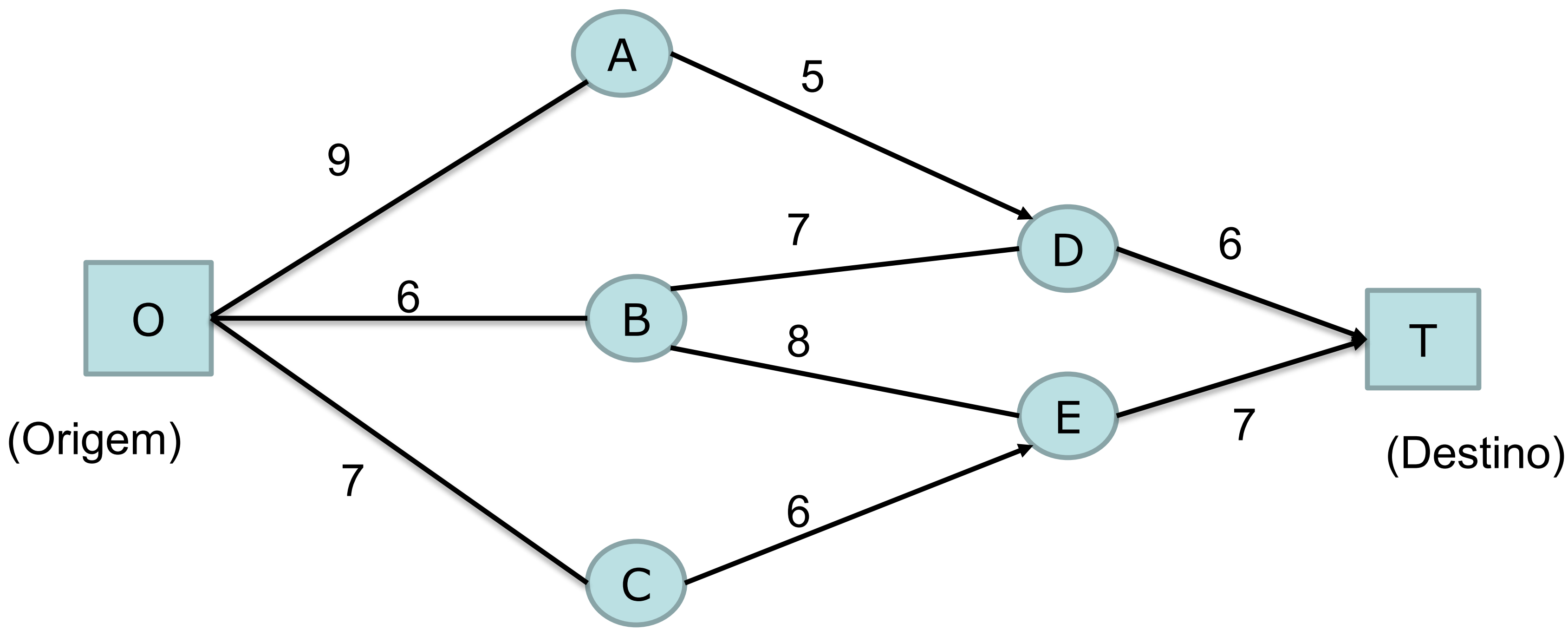
Problema 24.1 (I)

Considere a seguinte rede em que cada número ao longo de uma ligação representa a distância real em quilómetros entre o par de nós conectado por tal ligação. O objectivo é encontrar o caminho mais curto da origem ao destino.

a) Quais são os estágios e os estados para a formulação, via programação dinâmica, para este problema?

b) Use a programação dinâmica para resolver este problema.

Problema 24.1 (II)



Problema 24.1 (Solução I)

a)

Os estágios são o número de colunas que se podem formar a partir do destino, portanto n=3

Os estados são os nós que a rede possui, isto é x_n=7

Problema 24.1 (Solução II)

Etapa 1

s_3	$f_3^*(s_3)$	x_3^*
D	6	T
E	7	T

Problema 24.1 (Solução III)

Etapa 2

x_2 / s_2	$f_2(s_2,x_2)$		$f_3^*(s_2)$	x_2^*
	D	E		
A	11		11	D
B	13	15	13	D
C		13	13	E

Problema 24.1 (Solução IV)

Etapa 3

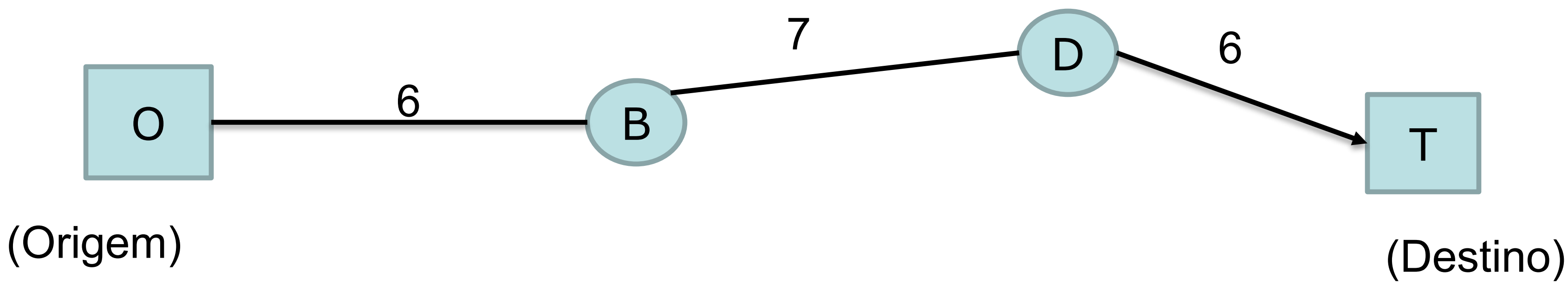
x_1 / s_1	$f_1(s_1,x_1)$			$f_1^*(s_1)$	x_1^*
	A	B	C		
O	20	19	20	19	B

O valor óptimo (distância mínima) é dada pela rota:

O→B →D →T com a distância de 19 quilómetros

Problema 24.3 (Solução V)

O valor óptimo (distância mínima) é de 19 km



Problema 24.2 (I)

Uma campanha política está a chegar ao seu estágio final e as pesquisas indicam uma eleição muito disputada. Um dos candidatos tem verbas suficientes para comprar tempo na TV para um total de 5 comerciais em horário nobre em emissões de TV situadas em quatro áreas distintas. Baseado em informações de pesquisa foi feita uma estimativa do número de votos adicionais que poderiam ser conquistados nas diferentes áreas de transmissão, dependendo do número de comerciais que vão ao ar. Essas estimativas são dadas na seguinte tabela em milhares de votos.

Problema 24.2 (II)

	Área			
Comerciais	**1**	**2**	**3**	**4**
0	0	0	0	0
1	4	6	5	3
2	7	8	9	7
3	9	10	11	12
4	12	11	10	14
5	15	12	9	16

Problema 24.2 (III)

Use a programação dinâmica para determinar como os cinco comerciais deveriam ser distribuídos entre as quatro áreas de modo a maximizar o número estimado de votos conquistados.

Problema 24.2 (Resolução I)

Estágios: (n=4).

Estados S_n: número de comerciais restantes

Variáveis de decisão x_n: número de comerciais que passam na área n

$c_n(x_n)$ – número de votos garantidos quando x_n comerciais passam na área n

A Função de transição fica :

$$f_n(s_n, x_n) = \underset{0 \le x_n \le s_n}{Max} \; c_{x,n} + f^*_{n+1}(s_n - x_n)$$ = pontuação acumulada

Para o estado s_n o valor óptimo da função é $Max\{f_n(s_n, x_n)\}$

Problema 24.2 (Resolução II)

s_4	$f_4^*(s_4)$	x_4^*
0	0	0
1	3	1
2	7	2
3	12	3
4	14	4
5	16	5

Problema 24.2 (Resolução III)

s_3 \ x_3	$f_3^*(s_3, x_3)$						$f_3^*(s_3)$	x_3^*
	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**		
0	0						0	0
1	3	5					5	1
2	7	8	9				9	2
3	12	12	12	11			12	0,1, 2
4	14	17	16	14	10		17	1
5	16	19	21	18	13	9	21	2

Problema 24.2 (Resolução IV)

S_2 \ X_2	$f_2^*(s_2, x_2)$						$f_2^*(s_2)$	x_2^*
	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**		
0	0						0	0
1	5	6					6	1
2	9	11	8				11	1
3	12	15	3	10			15	1
4	17	18	17	15	11		18	1
5	21	23	20	19	16	12	23	1

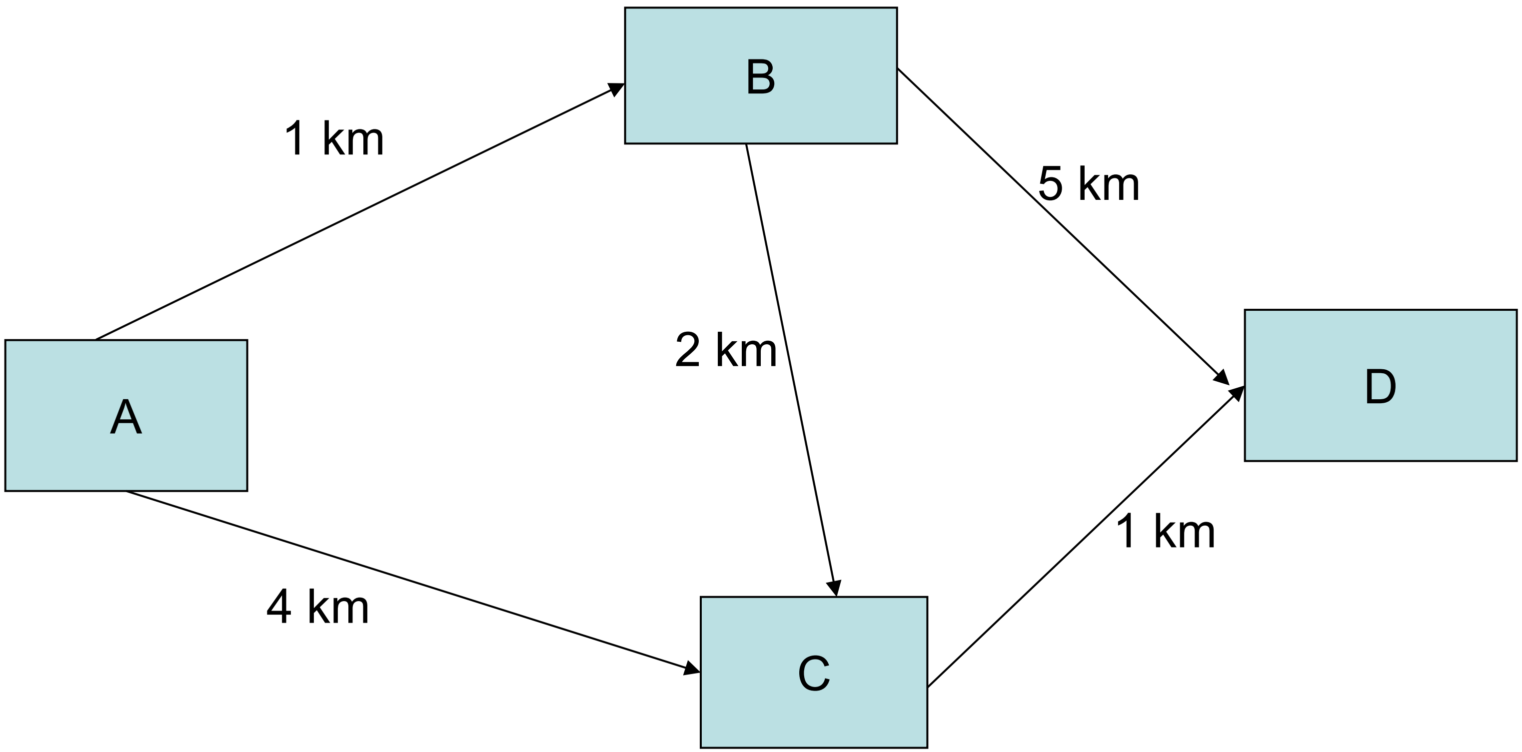
Problema 24.2 (Resolução V)

s_1 \ x_1	$f_1^*(s_1, x_1)$						$f_1^*(s_1)$	x_1^*
	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**		
5	23	22	22	20	18	15	**23**	0

Óptimo
23 mil votos

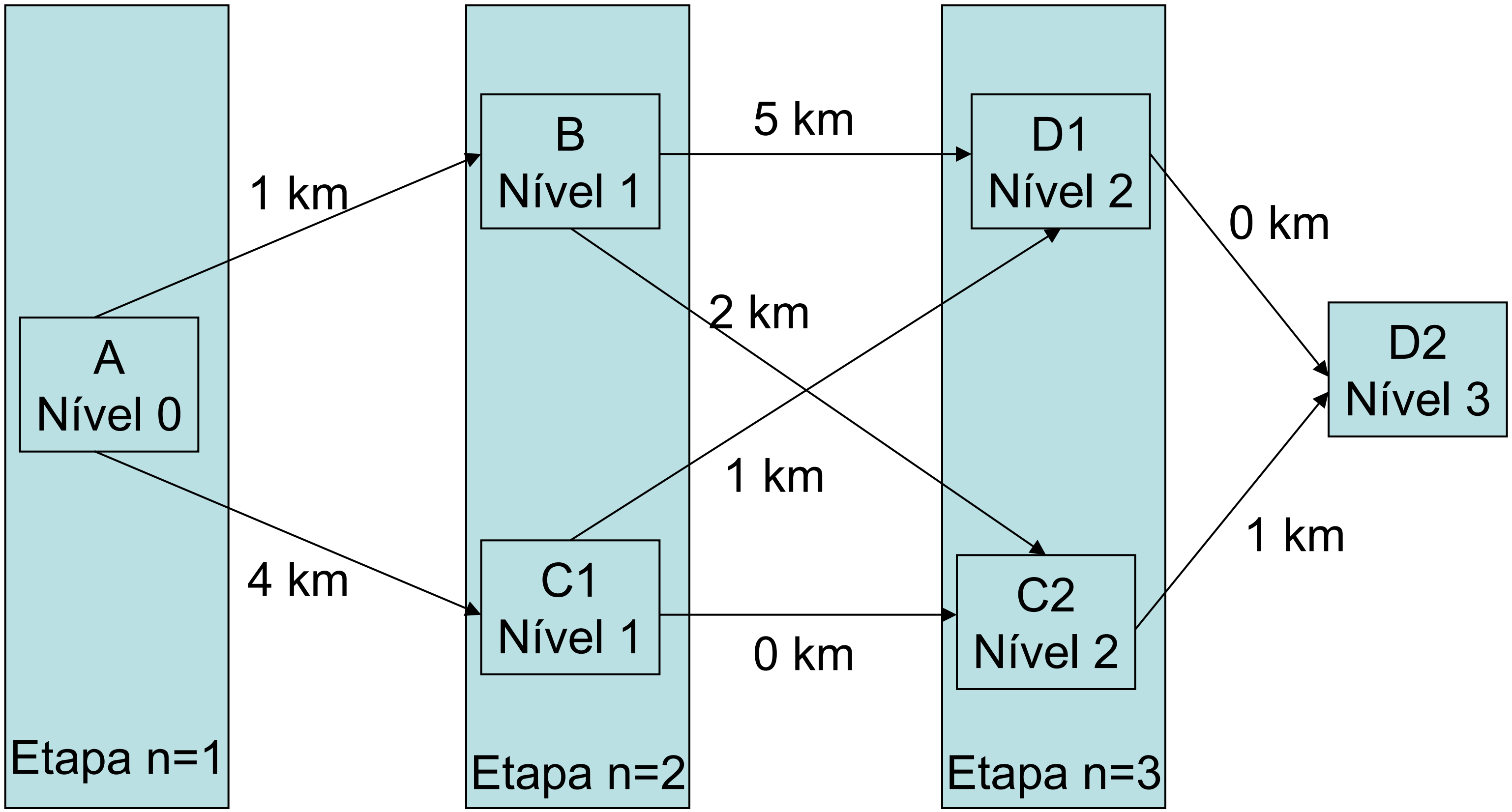
	x_1^*	x_2^*	x_3^*	x_4^*
Estratégia	0	1	1	3

Problema 24.3



Determinar o caminho óptimo (menor distância) entre os pontos A e D

Problema 24.3 (Solução I)



Problema 24.3 (Solução II)

Etapa 1

s_3	f_3^*	x_3^*
D1	0	D2
C2	1	D2

Problema 24.3 (Solução III)

Etapa 2

x_2 / s_2	$f_2^*(s_2, x_2)$		f_2^*	x_2^*
	D1	C2		
B	5+0=5	2+1=3	3	C
C1	1+0=1	0+1=1	1	D1,C2

Problema 24.3 (Solução III)

Etapa 3

x_1 / s_1	$f_1^*(s_1, x_1)$		f_1^*	x_1^*
	B	C1		
A	1+3=4	4+1=5	4	B

O caminho óptimo é A →B →C2 →D2 com a distância associada de 4 km

Trabalho Para Casa (I)

Um projecto espacial governamental, que conduz investigação num dado problema de engenharia, deverá estar resolvido antes de o homem partir para Marte. Neste momento existem três equipas de investigação a ensaiar três abordagens diferentes de solução. Foram feitas estimativas que sob as circunstâncias actuais dão as probabilidades de não triunfarem:

equipa 1 → 0.40; equipa 2 → 0.60; equipa 3 → 0.80

com uma probabilidade total de falhanço de 0.192 (= 0.40 × 0.60 × 0.80). Fora então tomada a decisão de destinar mais 2 cientistas de craveira ao projecto, entre as três equipas afim de baixar aquela probabilidade de falhar. Como distribuir os dois cientistas por forma a minimizar a probabilidade total de falhanço, sabendo que as novas probabilidades são dadas pela seguinte tabela:

Trabalho Para Casa (II)

Nº de novos cientistas	Equipa 1	Equipa 2	Equipa 3
0	0,40	0,60	0,80
1	0,25	0,45	0,50
2	0,15	0,20	0,30

Seja $\mathbf{p_n(x_n)}$ a probabilidade de falhar a equipa **n** se ela tiver $\mathbf{x_n}$ novos cientistas, então o problema pode ser formulado em termos de programação dinâmica do seguinte modo:

Etapas:

N = 3 (3 decisões interrelacionadas quanto ao número de novos cientistas a atribuir a cada equipa de investigação);

Estados: sn é o número de novos cientistas ainda disponíveis para as etapas n, n+1,..., N.

Decisões:

$\mathbf{x_n}$ é o número de novos cientistas colocados na equipa (etapa) n. Em todas as etapas as decisões possíveis são 0, 1 ou 2.

Enviar até a 0 hora de sexta-feira dia 8 de Novembro com o "subject": TPC08