

Motores Térmicos

8º Semestre

4º ano

Aula 30. Cilos de Propulsão a Jacto - Prática

- ▶ Tópicos:
 - ▶ Eficiência do Compressor
 - ▶ Análise do Ciclo Turbojacto

Problema 30.1

Eficiência do compressor.

Planeia-se construir um compressor de 16 estágios, dado $\pi_c=25$, o rendimento medido por estágio $\eta_s=0,93$ e o coeficiente politrópico do ar $k=1,4$. Calcule a eficiência deste compressor.

Problema 30.1 Resolução (I)

- Da equação 29.40

$$\pi_c = \prod_{j=1}^n \left(\frac{P_{ij}}{P_{ij-1}} \right) = \pi_s^N$$

- Calcula-se

$$\pi_s = \pi_c^{1/N}$$

- Da Equação 29.42 retira-se a eficiência do compressor que é a mesma para cada estágio

$$\eta_c = \frac{\pi_c^{(k-1)/k} - 1}{\tau_c - 1} = \frac{\pi_c^{(k-1)/k} - 1}{\pi_c^{(k-1)/(k \cdot e_c)} - 1}$$

Problema 30.1 Resolução (II)

► Resultando em:

$$e_c = \frac{\left((k-1)/k\right) \cdot \ln \pi_s}{\ln \left[1 + (1/\eta_s) \left(\pi_s^{(k-1)/k} - 1 \right) \right]}$$

Da Equação 29.41 calcula-se o rendimento do compressor

$$\eta_c = \frac{\pi_c^{(k-1)/k} - 1}{\left[1 + (1/\eta_s) \left(\pi_c^{(k-1)/kN} - 1 \right) \right]^N - 1}$$

O mesmo valor do rendimento pode-se calcular pela Equação 29.42 usando a eficiência compressor

$$\eta_c = \frac{\pi_c^{(k-1)/k} - 1}{\pi_c^{(k-1)/(k \cdot e_c)} - 1}$$

Problema 30.1 Resolução (III)

- Da Equação 29.42 retira-se a eficiência do compressor que é a mesma para cada estágio

$$\eta_c = \frac{\pi_c^{(k-1)/k} - 1}{\pi_c^{(k-1)/(k \cdot e_c)} - 1} = \frac{\pi_s^{(k-1)/k} - 1}{\pi_s^{(k-1)/(k \cdot e_c)} - 1}$$

Resultando em:

$$e_c = \frac{\left((k-1)/k\right) \cdot \ln \pi_s}{\ln \left[1 + (1/\eta_s) \left(\pi_s^{(k-1)/k} - 1 \right) \right]} = \frac{\left((1,4-1)/1,4\right) \cdot \ln 1,223}{\ln \left[1 + (1/0,93) \left(1,223^{(1,4-1)/1,4} - 1 \right) \right]} = 0,932$$

Problema 30.2

Considere-se um motor turbojet operando a alta velocidade com os seguintes parâmetros:

$$M_o = 2, T_o = 216,7 \text{ K}; k_c = 1,4, c_{pc} = 1,004 \text{ kJ}/(\text{kg K}), k_p = 1,3, c_{pv} = 1,239 \text{ kJ}/(\text{kg K}); h_{PR} = 42\,800 \text{ kJ}/\text{kg}; \pi_{d\max} = 0,95; \pi_b = 0,94; \pi_n = 0,96; e_c = 0,9; e_t = 0,9; \eta_b = 0,98; \eta_m = 0,99; P_o/P_g = 0,5; T_{t4} = 1800 \text{ K}; \pi_c = 10$$

Pretende-se calcular o Rendimento Propulsivo η_P , o Rendimento Térmico η_T , o rendimento Total η_O , o Impulso específico F/ma e o consumo específico de combustível S .

Problema 30.2 Resolução (I)

$$R_c = \frac{k_c - 1}{k_c} c_{pc} [kJ/kg \cdot K] \quad (29.52)$$

$$R_t = \frac{k_t - 1}{k_t} c_{pt} [kJ/kg \cdot K] \quad (29.53)$$

$$a_o = \sqrt{k_c R_c g_c T_o} [m/s] \quad (29.54)$$

$$V_o = a_o M_o [m/s] \quad (29.55)$$

$$\tau_r = 1 + \frac{k_c - 1}{2} M_o^2 \quad (29.56)$$

$$\pi_r = \tau_r^{k_c/(k_c - 1)} \quad (29.57)$$

$$\eta_r = 1 \quad \text{para } M_o \leq 1 \quad (29.58)$$

como $\eta_r > 1$

$$\eta_r = 1 - 0,075(M_o - 1)^{1,35} \quad (29.59)$$

Problema 30.2 Resolução (II)

$$\pi_d = \pi_{d \max} \eta_r \quad (29.60)$$

$$\tau_\lambda = \frac{c_{pt} T_{t4}}{c_{pc} T_o} \quad (30.65)$$

$$\tau_c = \pi_c^{(k_c-1)/(k_c e_c)} \quad (30.66)$$

$$\eta_c = \frac{\pi_c^{(k_c-1)/k_c} - 1}{\tau_c - 1} \quad (30.67)$$

$$f = \frac{\tau_\lambda - \tau_r \tau_c}{h_{PR} \eta_b / (c_{pc} T_o) - \tau_\lambda} \quad (30.68)$$

$$\tau_t = 1 - \frac{1}{\eta_m (1 + f)} \cdot \frac{\tau_r}{\tau_\lambda} (\tau_c - 1) \quad (30.69)$$

Problema 30.2 Resolução (III)

$$\pi_t = \tau_t^{k_t/[(k_t-1)e_t]} \quad (30.70)$$

$$\eta_t = \frac{1 - \tau_t}{1 - \tau^{1/e_t}} \quad (30.71)$$

$$\frac{P_{t9}}{P_9} = \frac{P_o}{P_9} \pi_r \pi_d \pi_c \pi_b \pi_t \pi_n \quad (30.72)$$

$$M_9 = \sqrt{\frac{2}{k_t - 1} \left[\left(\frac{P_{t9}}{P_9} \right)^{k_t - 1/k_t} - 1 \right]} \quad (30.73)$$

Problema 30.2 Resolução (IV)

$$\frac{T_9}{T_o} = \frac{\tau_\lambda \tau_t}{(P_{t9}/P_9)^{(k_t-1)/k_t}} \cdot \frac{c_{pc}}{c_{pt}} \quad (30.74)$$

$$\frac{V_9}{a_o} = M_9 \sqrt{\frac{k_t R_t T_9}{k_c R_c T_o}} \quad (30.75)$$

$$\frac{F}{\dot{m}_o} = \frac{a_o}{g_c} \left[(1+f) \frac{V_9}{a_o} - M_o + (1+f) \frac{R_t T_9 / T_o (1 - P_o / P_9)}{R_c V_9 / a_o k_c} \right] \left[\frac{N}{kg \cdot s} \right] \quad (30.76)$$

$$S = \frac{f}{F/\dot{m}_o} \left[\frac{mg/s}{N} \right] \quad (30.77)$$

$$\eta_T = \frac{a_o^2 \left[(1+f)(V_9/a_o)^2 - M_o^2 \right]}{2g_c f h_{PR}} [\%] \quad (30.78)$$

$$\eta_P = \frac{2g_c V_o (F/\dot{m}_o)}{a_o^2 \left[(1+f)(V_9/a_o)^2 - M_o^2 \right]} [\%] \quad (30.79)$$

$$\eta_o = \eta_P \eta_T [\%] \quad (30.80)$$

Problema 30.2 Resolução (I)

$$R_c = \frac{k_c - 1}{k_c} c_{pc} = \frac{1,4 - 1}{1,4} 1,004 = 0,2869 [kJ/kg \cdot K]$$

$$R_t = \frac{k_t - 1}{k_t} c_{pt} = \frac{1,3 - 1}{1,3} 1,239 = 0,2859 [kJ/kg \cdot K]$$

$$a_o = \sqrt{k_c R_c g_c T_o} = \sqrt{1,4 \times 286,9 \times 1 \times 216,7} = 295,0 [m/s]$$

$$V_o = a_o M_o = 295 \times 2 = 590 [m/s]$$

$$\tau_r = 1 + \frac{k_c - 1}{2} M_o^2 = 1 + \frac{1,4 - 1}{2} 2^2 = 1,8$$

$$\pi_r = \tau_r^{k_c/(k_c - 1)} = 1,8^{1,4/(1,4 - 1)} = 7,825$$

$$\eta_r = 1 \quad \text{para } M_o \leq 1$$

como $\eta_r > 1$

$$\eta_r = 1 - 0,075(M_o - 1)^{1,35} = 1 - 0,075(2 - 1)^{1,35} = 0,925$$

Problema 30.2 Resolução (II)

$$\pi_d = \pi_{d \max} \eta_r = 0,95 \times 0,925 = 0,8788$$

$$\tau_\lambda = \frac{c_{pt} T_{t4}}{c_{pc} T_o} = \frac{1,239 \times 1800}{1,004 \times 216,7} = 10,2506$$

$$\tau_c = \pi_c^{(k_c-1)/(k_c e_c)} = 10^{(1,4-1)/(1,4 \times 0,9)} = 2,0771$$

$$\eta_c = \frac{\pi_c^{(k_c-1)/k_c} - 1}{\tau_c - 1} = \frac{10^{(1,4-1)/1,4} - 1}{2,0771 - 1} = 0,8641$$

Problema 30.2 Resolução (III)

$$\begin{aligned} f &= \frac{\tau_\lambda - \tau_r \tau_c}{h_{PR} \eta_b / (c_{pc} T_o) - \tau_\lambda} \\ &= \frac{10,2506 - 1,8 \times 2,0071}{42800 \times 0,98 / (1,004 \times 216,7) - 10,2506} = 0,03567 \\ \tau_t &= 1 - \frac{1}{\eta_m (1 + f)} \cdot \frac{\tau_r}{\tau_\lambda} (\tau_c - 1) \\ &= 1 - \frac{1}{0,99(1 + 0,03567)} \cdot \frac{1,8}{10,2506} (2,0771 - 1) = 0,8155 \end{aligned}$$

Problema 30.2 Resolução (IV)

$$\pi_t = \tau_t^{k_t/[(k_t-1)e_t]} = 0,8155^{1,3/[(1,3-1)\times 0,9]} = 0,3746$$

$$\eta_t = \frac{1-\tau_t}{1-\tau_t^{1/e_t}} = \frac{1-0,8155}{1-0,8155^{1/0,9}} = 0,9099$$

$$\frac{P_{t9}}{P_9} = \frac{P_o}{P_9} \pi_r \pi_d \pi_c \pi_b \pi_t \pi_n$$

$$= 0,5 \times 7,824 \times 0,8788 \times 10 \times 0,94 \times 0,3746 \times 0,96 = 11,621$$

$$M_9 = \sqrt{\frac{2}{k_t-1} \left[\left(\frac{P_{t9}}{P_9} \right)^{k_t-1/k_t} - 1 \right]}$$
$$= \sqrt{\frac{2}{1,3-1} \left[(11,621)^{1,3-1/0,3} - 1 \right]} = 2,253$$

Problema 30.2 Resolução (V)

$$\frac{T_9}{T_o} = \frac{\tau_\lambda \tau_t}{(P_{t9}/P_9)^{(k_t-1)/k_t}} \cdot \frac{c_{pc}}{c_{pt}} = \frac{10,2506 \times 0,8155 \tau_t}{(11,621)^{(1,3-1)/1,3}} \cdot \frac{1,004}{1,239} = 3,846$$

$$\frac{V_9}{a_o} = M_9 \sqrt{\frac{k_t R_t T_9}{k_c R_c T_o}} = 2,253 \sqrt{\frac{1,3 \times 0,2859}{1,4 \times 0,2869}} 3,846 = 4,250$$

$$\begin{aligned} \frac{F}{\dot{m}_o} &= \frac{a_o}{g_c} \left[(1+f) \frac{V_9}{a_o} - M_o + (1+f) \frac{R_t T_9 / T_o}{R_c V_9 / a_o} \frac{(1-P_o/P_9)}{k_c} \right] \\ &= \frac{295}{1} \left[(1,03567) \times 4,250 - 2 + (1,03567) \frac{0,2859}{0,2869} \frac{3,846}{4,250} \frac{0,5}{1,4} \right] = 806,9 \left[\frac{N}{kg \cdot s} \right] \end{aligned}$$

Problema 30.2 Resolução (VI)

$$S = \frac{f}{F/\dot{m}_o} = \frac{0,03567}{806,9} = 44,21 \left[\frac{mg/s}{N} \right]$$

$$\eta_T = \frac{a_o^2 \left[(1+f)(V_9/a_o)^2 - M_o^2 \right]}{2g_c f h_{PR}}$$
$$= \frac{295^2 \left[(1,03835)(4,250)^2 - 2^2 \right]}{2 \times 1 \times 0,03567 \times 42800 \times 1000} = 41,92 [\%]$$

$$\eta_P = \frac{2g_c V_o (F/\dot{m}_o)}{a_o^2 \left[(1+f)(V_9/a_o)^2 - M_o^2 \right]}$$
$$= \frac{2 \times 1 \times 590 \times 806,9}{295^2 \left[(1,03567)(4,250)^2 - 2^2 \right]} = 74,39 [\%]$$

$$\eta_o = \eta_P \eta_T = 0,7439 \times 0,4192 = 31,18 [\%]$$

Problema 30.3

Um motor turbofan opera a uma altitude onde a pressão do ar é 0,5 atm e a temperatura do ar é 250 K. O motor possui uma razão de bypass (bypass ratio) de 6:1, ou seja, para cada unidade de ar que passa pelo núcleo do motor, seis unidades de ar passam pelo ducto de bypass. O ar que entra no motor tem a velocidade de 200 m/s. O ar que sai do ducto de bypass tem a velocidade de 500 m/s, e o ar que sai do núcleo tem a velocidade de 600 m/s. Suponha que a massa do ar que entra no motor pelo núcleo seja 50 kg/s. Calcule o empuxo gerado pelo motor turbofan.

Problema 30.3 (Resolução I)

1. Massa de ar no ducto de bypass:

► A razão de bypass é 6:1, então:

$$\dot{m}_{\text{bypass}} = 6 \cdot \dot{m}_{\text{núcleo}} = 6 \cdot 50 \text{ kg/s} = 300 \text{ kg/s}$$

2. Massa total de ar que entra no motor:

$$\dot{m}_{\text{total}} = \dot{m}_{\text{núcleo}} + \dot{m}_{\text{bypass}} = 50 \text{ kg/s} + 300 \text{ kg/s} = 350 \text{ kg/s}$$

3. Empuxo gerado pelo núcleo:

► O empuxo gerado pelo núcleo do motor é dado por:

$$\text{Empuxo}_{\text{núcleo}} = 50 \text{ kg/s} \cdot (600 \text{ m/s} - 200 \text{ m/s}) = 50 \text{ kg/s} \cdot 400 \text{ m/s} = 20000 \text{ N}$$

Problema 30.3 (Resolução II)

4. Empuxo gerado pelo bypass:

O empuxo gerado pelo duto de bypass é dado por:

$$\text{Empuxo}_{\text{bypass}} = \dot{m}_{\text{bypass}} \cdot (v_{\text{bypass}} - v_{\text{entrada}})$$

$$\text{Empuxo}_{\text{bypass}} = 300 \text{ kg/s} \cdot (500 \text{ m/s} - 200 \text{ m/s}) = 300 \text{ kg/s} \cdot 300 \text{ m/s} = 90000 \text{ N}$$

5. Empuxo total gerado pelo motor turbofan:

$$\text{Empuxo total} = \text{Empuxo}_{\text{núcleo}} + \text{Empuxo}_{\text{bypass}}$$

$$\text{Empuxo total} = 20000 \text{ N} + 90000 \text{ N} = 110000 \text{ N}$$

Problema 30.4

Um motor pulso jacto é projectado para fornecer empuxo a uma aeronave leve. Este motor tem as seguintes características:

Pressão média na câmara de combustão: 500 kPa

Temperatura média dos gases na câmara de combustão: 1500 K

Eficiência da combustão: 80%

Tempo de combustão: 6 milissegundos

Poder calorífico do combustível é de 42600 kJ/kg

Tempo de exaustão é de 4 milissegundos

Impulso 310 N

A Relação combustível ar é de 0,025 e o fluxo de ar 0,5 kg/s

Calcule o volume da câmara de combustão, a velocidade do jacto e a potência do motor.

Problema 30.4 (Resolução I)

1. A frequência de operação, que é a taxa de pulsos por segundo, pode ser calculada por:

$$f = \frac{1}{t_c + t_d} \quad [Hz]$$

►

$$f = \frac{1}{0,006 + 0,004} = 100 [Hz]$$

2. O fluxo de combustível é dado por:

$$RCA = \frac{m_{comb}}{m_{ar}} \rightarrow m_{comb} = RCA \cdot m_{ar}$$

$$m_{comb} = 0,025 \cdot 0,5 = 0,0125 [kg/s]$$

Problema 30.4 (Resolução II)

3. A massa específica é dada por:

$$PV = mRT \rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{P}{RT}$$

$$\rho = \frac{500 \times 10^3}{287 \times 1500} = 1,161 [kg / m^3]$$

4. O volume da câmara de combustão pode ser relacionado ao fluxo de massa de ar e combustível:

$$V = \frac{\dot{m}_a + \dot{m}_f}{\rho \cdot f} [m^3]$$

$$V = \frac{0,5 + 0,0125}{1,161 \cdot 100} = 0,004413 [m^3]$$

Problema 30.4 (Resolução III)

5. A potência fornecida pelo motor pode ser calculada pela energia liberada pelo combustível:

$$P = \dot{m}_f \cdot Q_f \cdot \eta_t \quad [W]$$

$$P = 0,0125 \cdot 42600 \cdot 0,8 = 426 \text{ [kW]}$$

6. A velocidade do jacto pode-se determinar do impulso por:

$$F = \dot{m} \cdot (V_j - V_0) \quad [N]$$

$$V_j - V_0 = \frac{F}{\dot{m}}$$

$$V_j = \frac{300}{0,5125} = 585,4 \text{ [m/s]}$$

Problema 30.5

Um motor turbojacto opera num voo a uma altitude onde a pressão atmosférica é de 0,26 atm e a temperatura é de -50°C . O motor suga 60 kg/s de ar e o comprime até a pressão de 10 atm, com uma eficiência isentrópica de 85%. O combustível utilizado tem o poder calorífico de 42800 kJ/kg e a razão de combustível - ar é 0,02. Após a combustão, os gases se expandem na turbina até perto da pressão ambiente. Assumindo que a eficiência da turbina é de 90% e que a perda de pressão na câmara de combustão é negligenciável, determine:

1. A potência desenvolvida pelo motor.
2. A velocidade de saída dos gases de exaustão.
3. O impulso do motor.
4. O empuxo específico

Problema 30.5 (Resolução I)

1. São dados:

- ▶ $P_{\text{atm}}=0,26 \text{ [atm]}$
- ▶ $T_{\text{amb}}=-50 \text{ [C]}$
- ▶ $\dot{m}_{\text{ar}}=60 \text{ [kg/s]}$
- ▶ $P_2=10 \text{ [atm]}$
- ▶ $\eta_c=0,85$
- ▶ $Q_{\text{comb}}=42800 \text{ [kJ/kg]}$
- ▶ $\text{RCA}=0,02$
- ▶ $\eta_t=0,9$
- ▶ $k=1,41$
- ▶ $c_p=1,005 \text{ [kJ/(kg}\cdot\text{K)]}$
- ▶ $R=287 \text{ [J/(kg}\cdot\text{K)]}$
- ▶ $V_0=0 \text{ [m/s]}$

Problema 30.5 (Resolução II)

$$P_1 = P_{\text{atm}} \times 101325 = 26345 \text{ [Pa]}$$

$$P_2 = 10 \times 101325 = 1,013 \times 10^6 \text{ [Pa]}$$

$$T_1 = -50 + 273,15 = 223,2 \text{ [K]}$$

1. A temperatura após a compressão pode ser encontrada usando a relação isentrópica:

$$T_{2s} = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}$$

$$T_{2s} = 223,15 \left(\frac{1013250}{26344,5} \right)^{\frac{0,41}{1,41}} = 644,898 \text{ K}$$

Problema 30.3 (Resolução III)

2. A temperatura real após a compressão, considerando a eficiência:

$$T_2 = T_1 + \frac{T_2s - T_1}{\eta_c}$$

$$T_2 = 223,5 + \frac{644,898 - 223,15}{0,85} \approx 719,324 \text{ K}$$

3: Energia adicionada pelo combustível

$$\dot{Q} = RCA \cdot \dot{m}_{ar} \cdot Q_r$$

$$\dot{Q} = 0,02 \times 60 \times 42800 = 51360 \text{ kW}$$

Problema 30.5 (Resolução IV)

4. Condições na saída da turbina:

A temperatura dos gases de combustão é:

$$T_3 = T_2 + \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_{ar} \cdot C_p}$$

$$T_3 = 719,324 + \frac{51360}{60 \times 1,005} = 1571,065 \text{ K}$$

5: Potência desenvolvida pela turbina

$$\dot{W}_t = \dot{m}_{ar} \cdot C_p \cdot (T_3 - T_4) \cdot \eta_t$$

Onde T_4 é a temperatura de saída da turbina, que pode ser encontrada considerando que a expansão é isentrópica:

$$T_{4s} = T_3 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{k-1}{k}}$$

Problema 30.5 (Resolução V)

$$T_{4s} = 1571,065 \left(\frac{26344,5}{1013250} \right)^{\frac{0,41}{1,41}} = 543,626 \text{ K}$$

- ▶ A temperatura real após a expansão, considerando a eficiência da turbina:

$$T_4 = T_3 - \eta_t (T_3 - T_{4s})$$

$$T_4 = 1571,065 - 0,90(1571,065 - 543,624) = 646,396 \text{ K}$$

A Potência desenvolvida pela turbina:

$$\dot{W}_t = 60 \times 1,005 \times (1571,065 - 646,369) \times 0,9 = 50183 \text{ kW}$$

Problema 30.5 (Resolução VI)

6. Velocidade de Saída dos Gases de Exaustão

A velocidade de saída pode ser determinada a partir da equação de energia de Bernoulli:

$$V_e = \sqrt{2C_p(T_3 - T_4)}$$

$$V_e = \sqrt{2 \times 1005 \times (1571,065 - 646,369)} = 1363,32 \text{ m/s}$$

7. A pressão de exaustão é dada por:

$$\frac{P_e}{P_3} = \left(\frac{T_4}{T_3} \right)^{\frac{k}{k-1}}$$
$$P_e = P_3 \cdot \left(\frac{T_4}{T_3} \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

$$P_e = 1013250 \cdot \left(\frac{646,369}{1571,065} \right)^{\frac{1,41}{1,41-1}} = 47779,24 \text{ Pa}$$

Problema 30.5 (Resolução VII)

8. O Impulso é dado por:

$$F = \dot{m} \cdot (V_j - V_0) + (P_e - P_0) \cdot A_e \quad [N]$$

A massa específica do escoamento:

$$\rho_e = \frac{P_e}{R \cdot T_e}$$

$$\rho_e = \frac{47779,24}{287 \cdot 646,369} = 0,258 \frac{kg}{m^3}$$

A área do escoamento é calculada de::

$$A_e = \frac{60}{0,258 \cdot 1363,32} = 0,171 m^2$$

$$F = 60 \cdot (1363,32 - 0) + (47779,24 - 26344,5) \cdot 0,171 \quad [N]$$

$$F = 85461,78 N$$

Problema 30.5 (Resolução VIII)

9. Empuxo específico é dado por:

$$S = \frac{F}{\dot{m}} \quad [m/s]$$

$$S = \frac{85461,78}{60} = 1424 \quad [m/s]$$