

Sistemas Energéticos

3º ano 6º semestre

Aula 7



Aula 7:

Tipos de fornos em função do destino.

Classe de fornos e sua subdivisão.

Transferência de Calor em Fornos

Tópicos

- Classificação tecnológica e estrutural dos fornos
- Classificação dos fornos pelo princípio de geração de calor
- Classificação dos fornos pelo método de operação
- Transferência de Calor no Espaço de Trabalho
- Transferência de calor uniformemente distribuída no espaço de trabalho
- Transferência de Calor Externa
- Transferência de calor no interior da carga
- Convecção como condição de contorno
- Equações de Bessel



7 - Tipos de fornos em função do destino

Classe de fornos e sua subdivisão



IDEIA-CHAVE: Os fornos metalúrgicos dividem-se, pelo princípio tecnológico, em **foros de fusão** e **foros de aquecimento**.

1. FORNOS DE FUSÃO



FINALIDADE

Obter metais a partir dos minérios.

CARACTERÍSTICA PRINCIPAL

Os materiais processados alteram o seu estado de agregação (sólido → líquido).

EXEMPLOS DE APLICAÇÕES



Redução de minérios



Fusão de ferro / aço



Fusão de metais não ferrosos



Fusão de sílica e outros

2. FORNOS DE AQUECIMENTO



FINALIDADE

Tratar, preparar ou modificar materiais sem alterar o seu estado de agregação.

CARACTERÍSTICA PRINCIPAL

As moléculas dos materiais permanecem no mesmo estado de agregação.

EXEMPLOS DE APLICAÇÕES



Calcinação de minérios



Secagem de materiais



Aquecimento para laminação ou forjamento



Tratamento térmico dos metais



Resumindo: Fusão muda o estado de agregação. | Aquecimento não muda o estado de agregação.





7.1 - Classificação tecnológica e estrutural dos fornos

Os fornos de cada um destes dois grupos são classificados de acordo com as operações particulares que se pretende executar. Por exemplo: os fornos de fusão são usados para o derretimento do ferro, o aço, o cobre, sílica, etc... Os fornos de aquecimento podem ser usados para calcinação de minérios ou de refractários, para aquecimento do metal antes da laminação ou o forjamento ou para o tratamento térmico dos metais. Estes grupos de fornos, são destinados à operações tecnológicas específicas, são classificados também pelas características estruturais, pelos métodos de transporte do metal na fornalha, e pelo tipo de produto que é aquecido.

7.1 - Classificação tecnológica e estrutural dos fornos



IDEIA-CHAVE: Os fornos de **aquecimento**, utilizados para aquecer o metal **antes da laminação**, são divididos nos seguintes grupos:

(a)

Fornos contínuos, fornos de fornalha fixa, etc.

A carga move-se continuamente através do forno.



Aplicações típicas



Placas



Barras

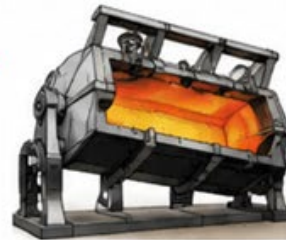


Bobinas

(b)

Fornos de fornalha oscilante, fornos de fornalha rotativa, etc.

A carga permanece na fornalha, que se movimenta (oscila ou gira) para promover aquecimento uniforme.



Aplicações típicas



Lingotes



Sucata

(c)

Fornos para lingotes, tubos, lâminas, barras, etc.

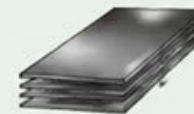
Fornos específicos para formatos e produtos determinados.



Lingotes



Tubos



Lâminas



Barras



Etc.



Objetivo comum: Fornecer o calor necessário de forma eficiente e uniforme, preparando o metal para as operações subsequentes (laminação, forjamento, etc.).



7.2 - Classificação dos fornos pelo princípio de geração de calor



IDEIA-CHAVE: Os fornos são classificados de acordo com o princípio de geração de calor, ou seja, com a **fonte primária de energia** que é convertida em calor.

FONTES PRIMÁRIAS DE ENERGIA NOS FORNOS

(a) Energia química do combustível
(em fornos de chama) 

A energia química contida no combustível (gás, óleo, carvão, biomassa, etc.) é liberada na combustão e convertida em calor.



GÁS



ÓLEO



CARVÃO



BIOMASSA

(b) Energia química do metal derretido 

O calor necessário é obtido a partir da própria energia química do metal em altas temperaturas (ex.: fornos elétricos a arco).

Exemplo:

Forno elétrico a arco



(c) Energia elétrica 

A energia elétrica é convertida diretamente em calor por efeito joule (resistências), arco elétrico, indução ou micro-ondas.



RESISTÊNCIAS ELÉTRICAS



ARCO ELÉTRICO



INDUÇÃO



MICRO-ONDAS



→ EM FORNOS DE CHAMA:

a energia química do combustível é convertida em calor através da combustão, aquecendo os gases e as paredes do forno, que transferem o calor para a carga.



EM SÍNTESE: o princípio de geração de calor define a tecnologia do forno e influencia o seu projecto, eficiência, custo de operação e tipo de aplicação.

7.3 - Classificação dos fornos pelo método de operação



IDEIA-CHAVE: Os fornos podem ser classificados de acordo com o **modo** como os gases se **movem** no seu interior durante a operação.



V. E. Grurn-Grzhimailo (1864–1930)

Entre **1905 e 1911**, o metalúrgico russo V. E. Grurn-Grzhimailo desenvolveu a **teoria aerodinâmica dos fornos**.



Esta teoria explicava os processos que ocorriam nos fornos da época, caracterizados pelo **movimento livre dos gases**.

EVOLUÇÃO DO MÉTODO DE OPERAÇÃO DOS FORNOS

TEORIA AERODINÂMICA CLÁSSICA (início do séc. XX)



Movimento livre dos gases no interior do forno.

Distribuição de calor menos controlada.



EVOLUÇÃO POSTERIOR (desenvolvimentos mais recentes)



Movimento intenso forçado dos gases no interior.

Maior uniformidade térmica, eficiência e produtividade.



EM SÍNTESE: A classificação pelo método de operação distingue os fornos pelo **comportamento dos gases** no seu interior:

➤ Movimento livre → teoria aerodinâmica clássica

➤ Movimento forçado → fornos modernos e mais eficientes



7.3 -Classificação dos fornos pelo método de operação



IDEIA-CHAVE: A classificação pelo método de operação distingue os fornos de acordo com **onde o calor é gerado** e **como os gases se comportam** no seu interior.

DOIS GRUPOS PRINCIPAIS

1

Geração de calor no interior do material processado

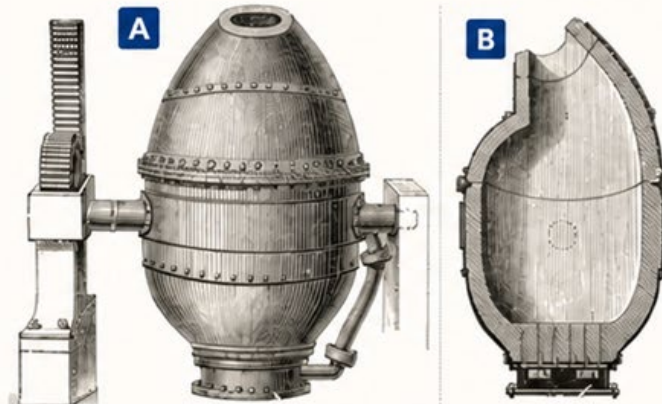
Nesses fornos, os processos de **geração de calor** são de importância principal.



Exemplo:

o conversor de Bessemer, onde o ferro é derretido e convertido ao aço.

Conversor Bessemer



A Vista exterior

B Corte longitudinal



EM SÍNTESE: A classificação pelo método de operação distingue os fornos pelo **comportamento dos gases**:

→ Geração de calor no interior do material processado

→ Geração de calor fora do material (nos gases ou paredes do forno)



7.3 -Classificação dos fornos pelo método de operação

2



Geração de calor fora do material (nos gases ou paredes do forno):

Este é, de longe, o grupo mais numeroso de fornos. Neles, a energia calorífica é gerada fora do material que está a ser processado e o calor é obtido por transferência de calor. Este grupo inclui diversos fornos de fusão e aquecimento em tratamentos térmicos.



Condições para garantir a máxima transferência de calor numa fornalha

1



A **diferença da temperatura** entre o meio de aquecimento e a superfície aquecida deve ser tão elevada quanto possível em tais condições.

2



Ao forno deve ser fornecido **calor intensamente** e a **utilização** deve ser a máxima possível dentro do espaço da fornalha.

3



A **circulação dos gases** no espaço da fornalha, deve ser forçada sob a acção de jactos de ar e de combustível dos queimadores.

4



O combustível deve ser **queimado completamente** e a combustão deve ocorrer dentro do espaço da fornalha sempre que possível.

5



O **projecto da fornalha** e as **condições de pressão** no seu interior devem garantir ou minimizar o contacto da atmosfera da fornalha com o arredor.



EM SÍNTESE: Os fornos devem ser projectados para assegurar as condições enumeradas acima e para fornecerem as **melhores condições possíveis de transferência de calor**.





7.3.1- Classificação e características gerais do modo de operação dos fornos



A classificação das modalidades de operação dos fornos em função das **condições de transferência de calor**, que foi proposta por M. A. Glinkov, fez possível **combinar fornos de finalidade tecnológica diferente** em grupos, de acordo com o **seu modo de operação** e estabelecer para cada grupo as **melhores condições mecânicas e de combustão do combustível**. Na maioria dos fornos, há **dois estágios principais de transferência de calor** de um emissor de calor (chama, electricidade, etc..) à superfície do material e dessa superfície ao interior do material.

DOIS ESTÁGIOS PRINCIPAIS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR

1

PROBLEMA EXTERNO



A transferência de calor ocorre principalmente devido à **radiação** e à **convecção**.



2

PROBLEMA INTERNO



A transferência de calor ocorre predominantemente pela **condução**, apesar de, em líquidos aquecidos, a transferência de calor **convectiva** também possa ser possível.



EM SÍNTESE: Os fornos devem ser projectados para assegurar as melhores condições possíveis de transferência de calor, tendo em conta o **local onde o calor é gerado** e o **comportamento dos gases**.

7.3.1.1 - Modo radiante

A modalidade da radiação é caracterizada pelo papel prevaiente da radiação térmica. Se a temperatura e a emissividade de uma chama ou do volume de um gás incandescente forem as mesmas ao longo da profundidade (por exemplo, ao longo do eixo y), pode-se dizer, para fornos, que a transferência de calor ao metal e a abobada da fornalha é uniforme. Com um campo não uniforme



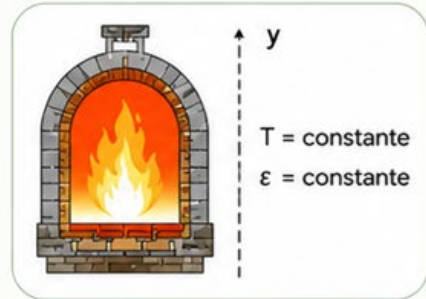
de temperatura e uma emissividade variável através da profundidade do volume da chama ou do gás, a transferência de calor nos vários sentidos não será uniforme.

7.3.1.1 - Modo radiante



A modalidade da radiação é caracterizada pelo papel prevaLENTE da **radiação térmica**.

Se a temperatura e a emissividade de uma chama ou do volume de um gás incandescente forem as mesmas ao longo da profundidade (por exemplo, ao longo do eixo y), pode-se dizer, para fornos, que a transferência de calor ao metal e a abobada da fornalha é **uniforme**.

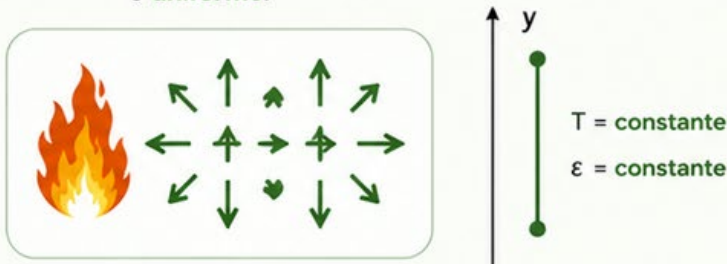


QUANDO A TEMPERATURA E A EMISSIVIDADE VARIAM AO LONGO DA PROFUNDIDADE



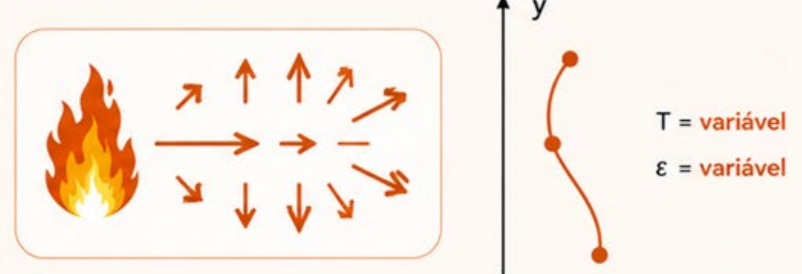
CAMPO UNIFORME

Com um campo uniforme de temperatura e uma emissividade constante através da profundidade do volume da chama ou do gás, a transferência de calor nos vários sentidos é **uniforme**.



CAMPO NÃO UNIFORME

Com um campo não uniforme de temperatura e uma emissividade variável através da profundidade do volume da chama ou do gás, a transferência de calor nos vários sentidos **não será uniforme**.



EM SÍNTESE: No modo radiante, o comportamento da transferência de calor depende da distribuição da **temperatura** e da **emissividade** ao longo do volume da chama ou do gás incandescente.

7.4 Transferência de Calor no Espaço de Trabalho

O aquecimento por radiação divide-se em três modos:

a) Transferência de calor radiante uniformemente distribuída

$$Q_{\text{carga}}^r = Q_{\text{revestimento}}^r \quad (7.2)$$

b) Transferência de calor radiante directamente orientada

$$Q_{\text{carga}}^r > Q_{\text{revestimento}}^r \quad (7.3)$$



c) Transferência de calor radiante indirectamente orientada.

$$Q_{\text{carga}}^r < Q_{\text{revestimento}}^r \quad (7.4)$$

7.3.1.1 -Modo radiante

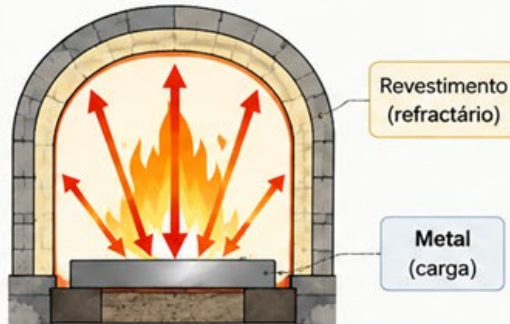


Assim, as modalidades possíveis de transferência de calor radiante podem ser determinadas no caso geral como segue:

1

TRANSFERÊNCIA DE CALOR
RADIANTE UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDA

$$Q_f^m = Q_f^l$$

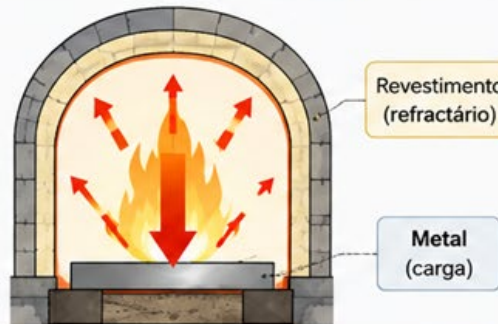


A chama transfere quantidades equivalentes de calor ao **metal** e ao **revesti mento**.

2

TRANSFERÊNCIA DE CALOR
RADIANTE DIRECTAMENTE ORIENTADA

$$Q_f^m > Q_f^l$$

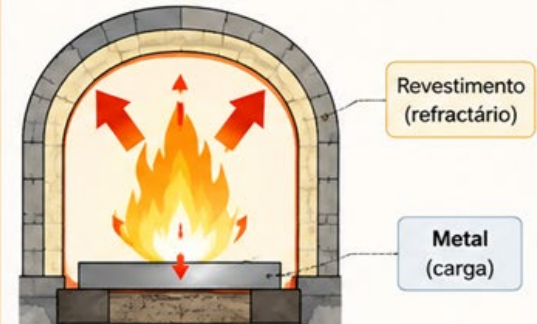


Predomina a transferência **directa** da chama para o **metal**.

3

TRANSFERÊNCIA DE CALOR
RADIANTE INDIRECTAMENTE ORIENTADA

$$Q_f^m < Q_f^l$$



O **revesti mento** recebe maior fluxo, funcionando como **intermediário** na transferência para o **metal**.

Onde: Q_f^m – fluxo de calor da chama ao **metal** | Q_f^l – fluxo de calor da chama ao **revesti mento**



PAPEL DA EMISSIVIDADE DA CHAMA, ϵ_f

$\epsilon_f \uparrow \Rightarrow$ emissão radiativa da chama $\uparrow$

Em todos estes casos de transferência de calor radiante, o papel do **revesti mento** que funciona como uma **ligação intermediária** de transferência de calor das chamas será diferente.

Na transferência uniformemente distribuída, a emissividade da chama é um **parâmetro decisivo**: valores baixos de ϵ_f **limitam o fluxo radiativo** recebido pelo **metal**.



7.3.1.1 -Modo radiante

Em todos estes casos de transferência de calor radiante, o papel do revestimento que funciona como uma ligação intermediária de transferência de calor das chamas será diferente. Com a transferência de calor uniformemente distribuída, a emissividade da chama ϵ_f é o factor mais decisivo. Para valores baixos de ϵ_f , o fluxo de calor que alcança o metal e que nele se introduz é relativamente pequeno.

Uma tentativa de aumentar o fluxo de calor para o metal com uma distribuição uniforme da temperatura, em resultado da chama, consiste no aumento da emissividade da chama ϵ_f , aumento que influi na absorvidade do revestimento do forno em uns valores mais elevados de ϵ_f , e consequentemente, o metal receberá menos calor do revestimento.



7.3.1.1 -Modo radiante



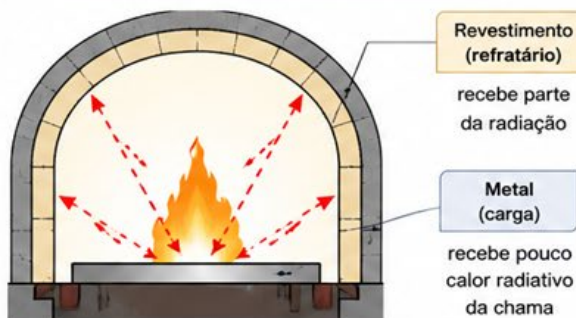
Em todas as situações de transferência de calor radiante, o revestimento (refratário) funciona como uma **ligação intermediária** de transferência de calor entre a chama e o metal.



Com a transferência de calor **uniformemente distribuída**, a emissividade da chama, ϵ_f , é o **factor mais decisivo**. Valores **baixos** de $\epsilon_f \Rightarrow$ o fluxo de calor que alcança o metal e que nele se introduz é relativamente pequeno.

INFLUÊNCIA DA EMISSIVIDADE DA CHAMA (ϵ_f) – CASO UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDO

ϵ_f BAIXO (chama pouco emissiva)



- Menor emissão da chama (ϵ_f baixo) $\Rightarrow$ menor fluxo radiativo total.
- O metal recebe **pouco calor**; grande parcela é absorvida pelo **revestimento**.

AUMENTANDO ϵ_f

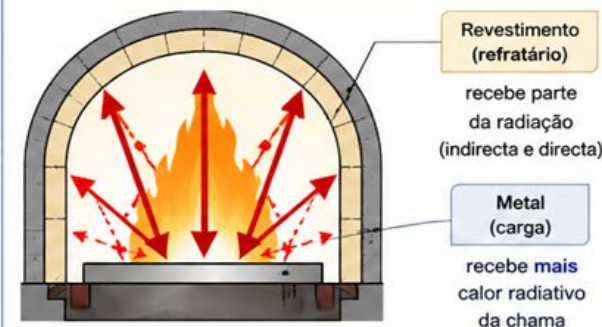
A emissão radiativa da chama aumenta ($E_f \uparrow$).

A radiação que atinge o metal aumenta (fluxo directo $\uparrow$).

A parcela absorvida pelo revestimento também se altera.

—→ Radiação directa
- - -→ Radiação indirecta (via revestimento)

ϵ_f ELEVADO (chama muito emissiva)



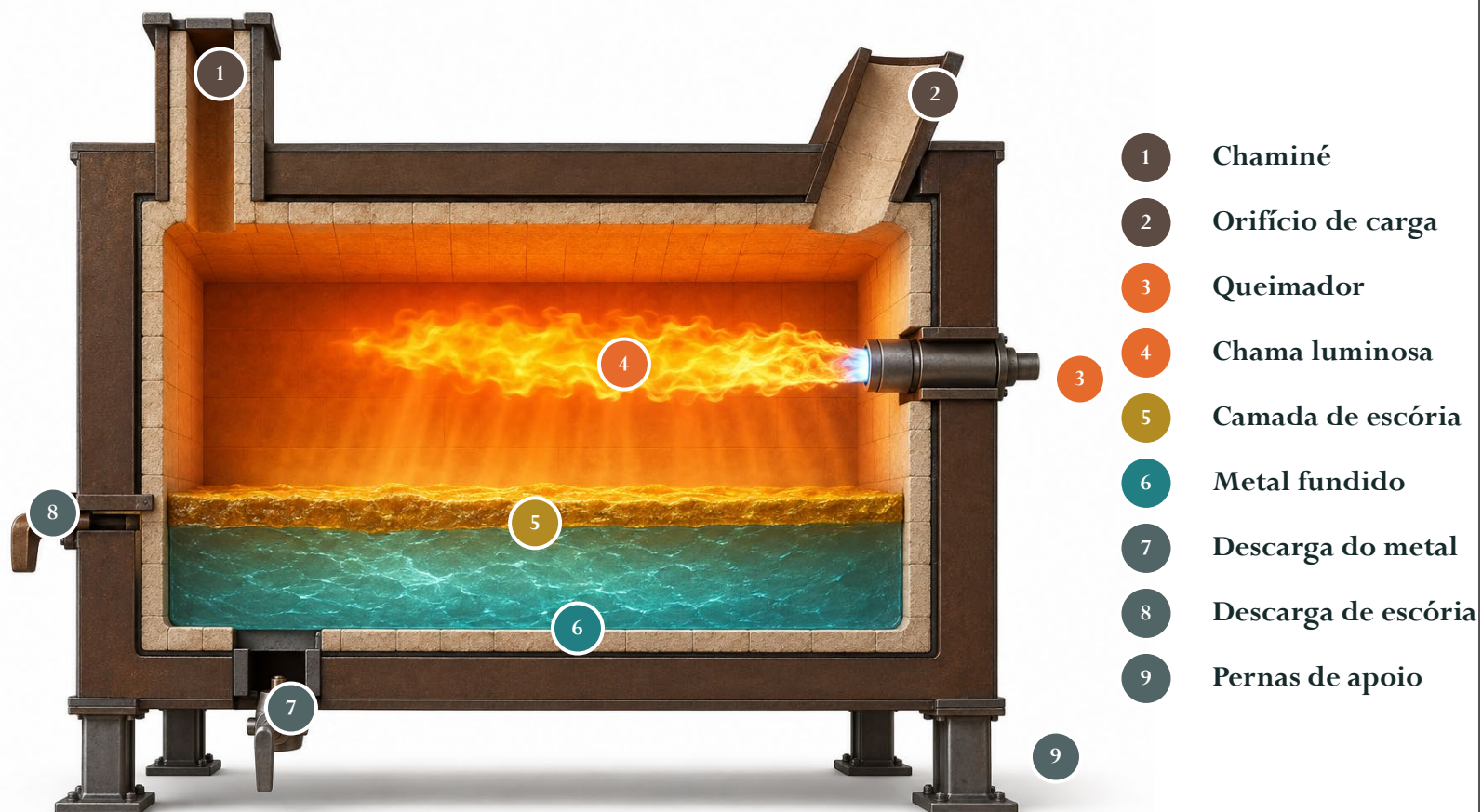
- Maior emissão da chama (ϵ_f elevado) $\Rightarrow$ maior fluxo radiativo directo para o metal.
- O metal recebe **mais calor**; altera-se a parcela absorvida pelo **revestimento**.



EM SÍNTESE: Para **aumentar** o fluxo de calor que chega ao metal, numa distribuição uniforme da temperatura da chama, deve-se aumentar a **emissividade da chama** (ϵ_f). Esse aumento eleva também a **absorvidade do revestimento** (em ϵ_f), que passa a absorver mais energia; consequentemente, **o metal recebe menos calor** proveniente do revestimento.



7.3.1.1 -Modo radiante



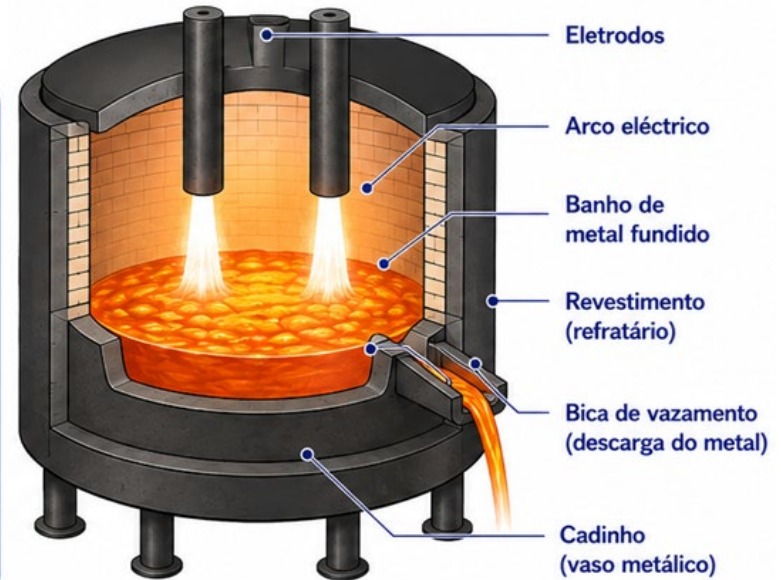
7.3.1.1 -Modo radiante



Para assegurar estas condições em fornos chama, uma chama brilhante de **alta temperatura** é **dirigida ao longo da superfície do metal** aquecido ou derretido.



Em fornos de arco eléctrico, isto é conseguido dando forma a um **arco eléctrico** perto da superfície do material.



A transferência de calor **radiante** **directamente orientada** é ineficaz nos casos em que a superfície aquecida é distribuída uniformemente sobre o **espaço interior da fornalha**.



19



EM SÍNTESE: Para maximizar o aquecimento do metal por radiação:



Usar chama brilhante e de alta temperatura



Dirigir a chama ao longo da superfície do metal



Formar o arco eléctrico perto do material

7.3.1.1 - Modo radiante

A Transferência De Calor Radiante Indirectamente Orientada encontra-se nos casos em que o calor da combustão do combustível é transferido ao material aquecido não directamente da chama, mas indirectamente, isto é, através de um intermediário que frequentemente é a abóbada da fornalha ou todo o revestimento. Uma mistura de ar combustível forma gases incandescentes na combustão (por exemplo em queimadores de injeção) e estes gases têm uma alta temperatura e emissividade relativamente baixa em comparação com a radiação selectiva do CO_2 e de H_2O .



7.3.1.1 - Modo radiante



Transferência de calor radiante indirectamente orientada (via intermediário)

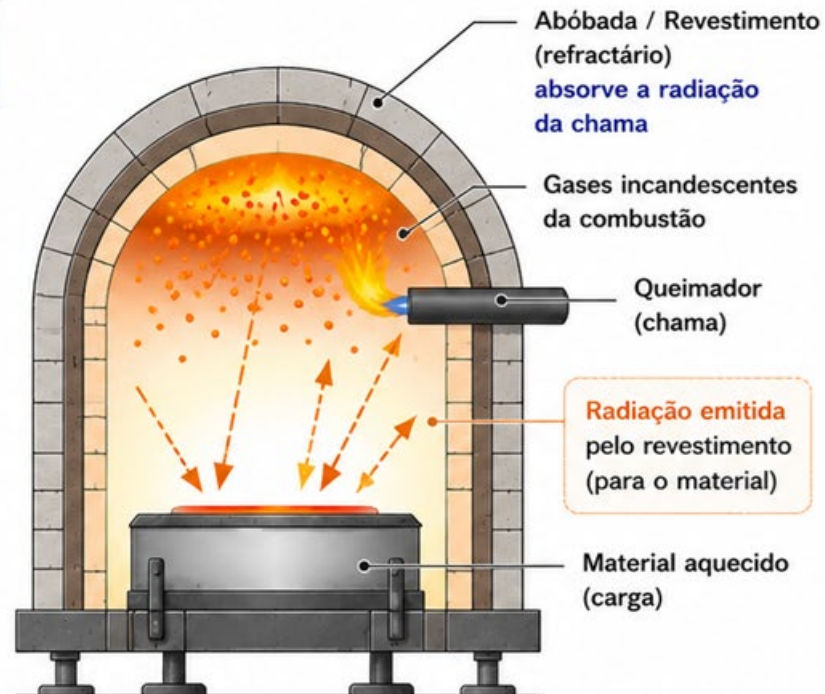
O calor da combustão do combustível é transferido ao material aquecido não directamente da chama, mas **indirectamente**, através de um intermediário, que frequentemente é a abóbada da fornalha ou todo o revestimento refratário.



O intermediário **absorve** a radiação da chama, aquece, e **emite radiação** que atinge o material (carga).



Uma mistura de ar-combustível forma **gases incandescentes** na combustão (por exemplo, em queimadores de injeção) e estes gases têm uma **alta temperatura e emissividade relativamente baixa** em comparação com a radiação selectiva do CO_2 e de H_2O .



EM SÍNTESE:

Na transferência radiante indirectamente orientada, o calor chega ao metal **através do revestimento**.

1. A chama (e os gases incandescentes) emitem radiação.



2. O revestimento absorve essa radiação e aquece.



3. O revestimento emite radiação para o material aquecido.



4. O material recebe o calor e aumenta a sua temperatura.



Legenda:

---> Radiação da chama (e gases) para o revestimento (absorvida)

—> Radiação emitida pelo revestimento para o material



7.3.1.1 - Modo radiante

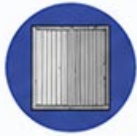


Na transferência de calor radiante **indirectamente orientada**, o calor da combustão é transferido ao material aquecido não directamente da chama, mas através de um intermediário que frequentemente é a abóbada da fornalha ou todo o revestimento.

Exemplos de revestimentos (intermediário)



Abóbada da fornalha
Absorve a radiação da chama e reemite para o material (carga).



Revestimento refratário
Todo o revestimento da fornalha participa como superfície emissora.

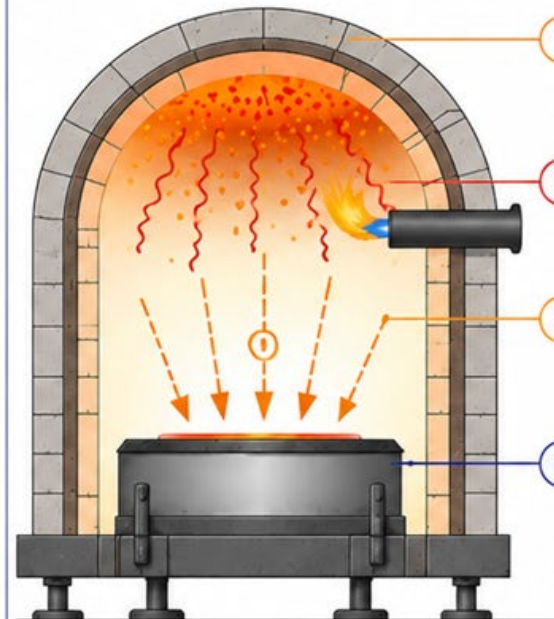


Revestimento lateral e tecto.



Abóbada com revestimento refratário

Como ocorre a transferência (via intermediário)



- 1 A chama e os gases incandescentes emitem radiação.
- 2 O **revestimento** (abóbada e paredes) absorve essa radiação e aquece.
- 3 O **revestimento** emite radiação térmica para o material aquecido.
- 4 O **material** (carga) recebe o calor e aumenta a sua temperatura.

Legenda:

- Radiação da chama (e gases) para o revestimento (absorvida)
- Radiação emitida pelo revestimento para o material



Os **gases incandescentes** da combustão (ex.: em queimadores de injeção) têm **alta temperatura**, mas **emissividade relativamente baixa** em comparação com a radiação selectiva do CO_2 e do H_2O .

7.3.1.2 -Modo convectivo



A temperaturas baixas de transferência de calor (550–600 °C), a **convecção** é predominante. É típica do tratamento térmico de **baixa temperatura** e de **fornalhas de secagem**.



A temperatura do espaço de funcionamento destas fornalhas deve ser **mais baixa** do que a temperatura da combustão do combustível, porque o combustível é **queimado em um volume apropriado separado**, isto é, fora da câmara.



As fornalhas deste tipo devem proporcionar **movimento aos gases** a fim de **aquecer uniformemente** o material.



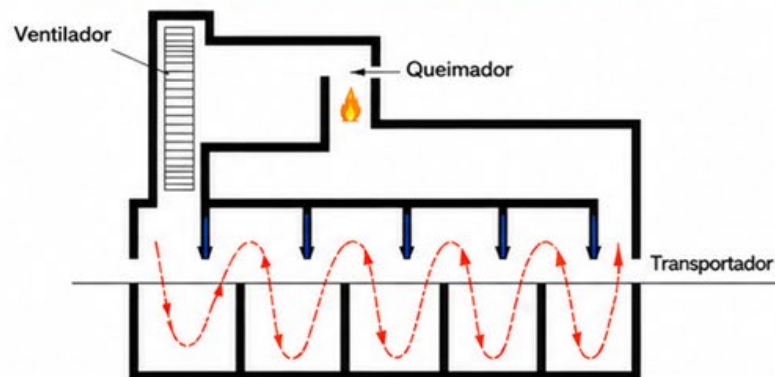
A modalidade convectiva é empregue também nos **banhos de aquecimento**, em que um **fluido quente** é o portador de calor.



EM SÍNTESE:

No modo convectivo, o calor é transportado pelos gases quentes em movimento que circulam pela câmara da fornalha. O combustível queima fora da câmara, os gases aquecem o material por **convecção**, e um aquecimento uniforme é garantido pelo projecto adequado do **fluxo de ar** e do sistema de **circulação**.

Princípio da transferência por convecção



Os gases quentes **circulam** pela câmara e transferem calor ao material por **convecção forçada**, promovendo um aquecimento uniforme.



Vantagens do modo convectivo

- ✓ Aquecimento uniforme do material;
- ✓ Adequado para baixas temperaturas;
- ✓ Menor oxidação e menos perdas radiativas;
- ✓ Maior controlo do ambiente da fornalha;
- ✓ Elevada eficiência energética para aplicações de secagem e tratamento térmico de baixa temperatura.

Aplicações típicas

- Tratamentos térmicos de baixa temperatura;
- Fornalhas de secagem;
- Banhos de aquecimento (fluidos quentes).



7.4 Transferência de Calor no Espaço de Trabalho



O QUE É?

O material enche geralmente todo o volume de uma fornalha vertical.

- Os gases incandescentes fluem entre suas saliências;
- Ou as partículas do material são suspensas num **meio gasoso, portador de calor**.



CARACTERÍSTICAS PRINCIPAIS

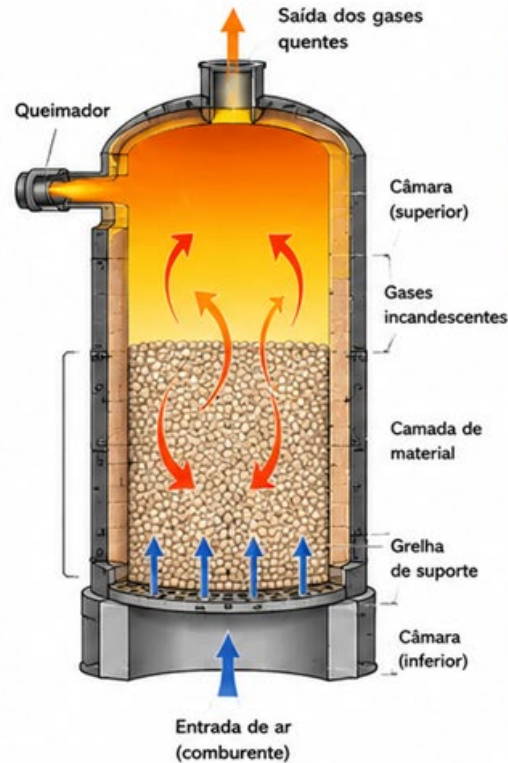
A modalidade de operação tem a característica típica dos **três modos de transferência de calor** (radiação, convecção e condução) interligados de forma tão próxima que praticamente não podem ser separados.



TRÊS VARIANTES PRINCIPAIS

- Com camada densa
- Com leito fluidizado
- Com camada suspensa do material processado

ESQUEMA DE UMA FORNALHA VERTICAL DE AQUECIMENTO EM CAMADA



Os gases quentes circulam pela fornalha e transferem calor ao material por **radiação, convecção e condução**, promovendo um aquecimento uniforme.

1 COM CAMADA Densa



O material é colocado numa camada densa e espessa que enche todo o espaço e move-se gradualmente para baixo.

Os gases quentes passam (são filtrados) pela camada enquanto se movem entre as saliências da carga.

É a operação mais usada nos fornos de leito fluidizado, típica dos fornos de eixo.

2 COM LEITO FLUIDIZADO



O material está num estado latente e é misturado vigorosamente pela ação dinâmica dos gases que o fluidizam.

Usada frequentemente em fornos de calcinação de materiais seleccionados e na metalurgia não ferrosa.

3 COM CAMADA SUSPensa



As partículas do material são suspensas num meio gasoso que atua como portador de calor.

Aplicada a materiais muito finos ou de baixa densidade.

EM SÍNTESE

No aquecimento em camada, o material é aquecido pelo fluxo dos gases incandescentes através da sua massa ou pela suspensão das partículas num meio gasoso. A forte interação entre **radiação, convecção e condução** assegura um aquecimento eficiente e uniforme do material.



7.4 Transferência de Calor no Espaço de Trabalho

Assim, a abobada e parede são irradiadores secundários. Uma parte do calor transmitido à alvenaria dissipa-se ao meio ambiente, por meio da condutibilidade, estas são perdas de calor. Para as peças colocadas na soleira, o calor é também transmitido à carga por condutibilidade térmica através da soleira.

7.4 Transferência de Calor no Espaço de Trabalho



RADIAÇÃO

Principal mecanismo a temperaturas elevadas.



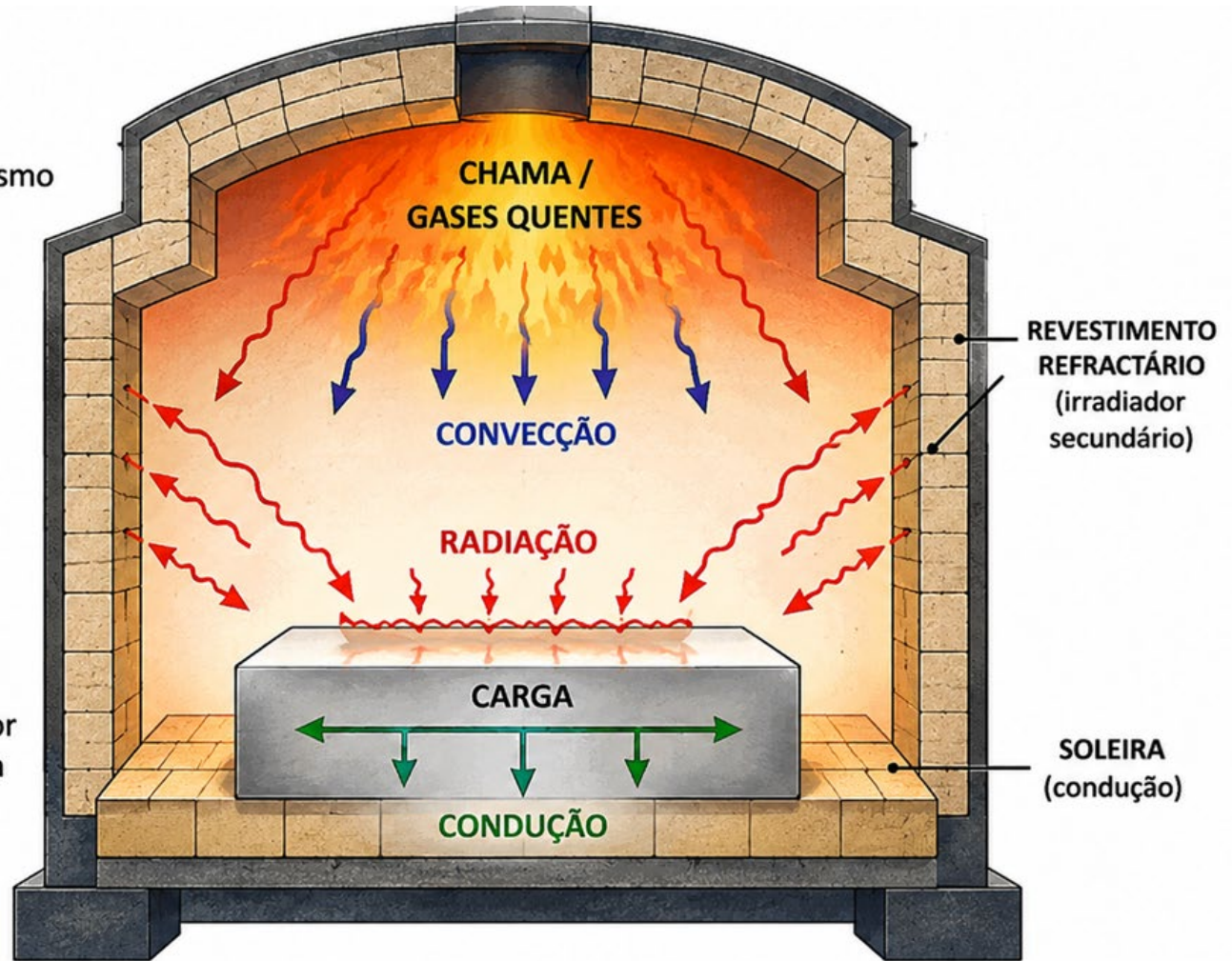
CONVECÇÃO

Gases quentes transferem calor à superfície da carga.



CONDUÇÃO

Transporta o calor para o interior da carga e através dos sólidos.



O aquecimento da carga resulta da interação entre radiação, convecção e condução.



7.4 Transferência de Calor no Espaço de Trabalho

A quantidade total de calor transmitida ao material, aos gases e à alvenaria é dada por:

$$Q_{\text{carga}} = Q_g^r + Q_{\text{revest}}^r + Q_g^c \quad (7.1)$$

Onde;

Q_g^r e Q_g^c são o calor transmitido pelos gases por radiação e por convecção

Q_{revest} é o calor transferido à carga por radiação da abóbada, paredes e soleira do forno.

7.4 Transferência de Calor no Espaço de Trabalho

Nos fornos metalúrgicos a fracção de calor secundário transmitido por radiação Q_{revest} pode atingir valores de 40 a 60% do calor total fornecido à carga.

A divisão dos fluxos de calor em de radiação e convecção é convencional, pois cerca de 10% da energia térmica é transmitida à carga por convecção directa mas o somatório da convecção pode chegar a 65% a custa do calor secundário de radiação que primeiramente é transferido ao revestimento por convecção.



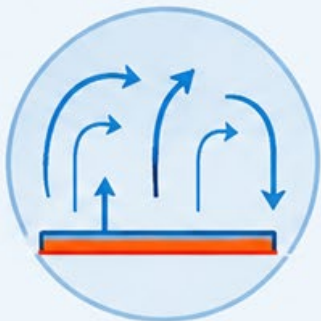


7.4 Transferência de Calor no Espaço de Trabalho



► Radiação – calor secundário (Q_{revest})

Nos fornos metalúrgicos a fracção de calor secundário transmitido por radiação Q_{revest} pode atingir valores de **40 a 60%** do calor total fornecido à carga.



► Convecção – calor por convecção

A divisão dos fluxos de calor em radiação e convecção é convencional, pois cerca de **10%** da energia térmica é transmitida à carga por convecção direta. No entanto, o somatório da convecção pode chegar a **65%** à custa do calor secundário de radiação que primeiramente é transferido ao revestimento por convecção.

29



Mensagem-chave

A radiação é o principal modo de transferência de calor no espaço de trabalho dos fornos metalúrgicos, mas a convecção tem contribuição significativa, tanto direta como indireta (via revestimento).



7.4 Transferência de Calor no Espaço de Trabalho

- ✓ • Em fornos diferentes, realizam-se **diferentes regimes de aquecimento**.
- ✓ • Por exemplo, nos fornos de fusão é racional realizar o aquecimento por **radiação dirigida directamente** quando a chama luminosa é dirigida à carga.
- ✓ • Em fornos de aquecimento de peças metálicas é cómodo realizar o **aquecimento indirecto do revestimento**, que por sua vez emite calor para aquecer uniformemente a carga.

Aquecimento por radiação directa



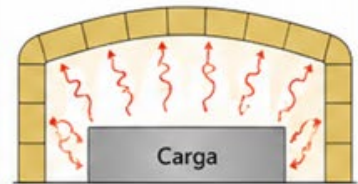
A chama luminosa é dirigida directamente à carga.



Aquecimento por radiação indirecta



O revestimento aquece e emite calor, distribuindo uniformemente a temperatura na carga.



Objectivo: Escolher o regime de aquecimento mais adequado para garantir eficiência energética e qualidade do processo.

7.5 Transferência de calor uniformemente distribuída no espaço de trabalho

Se na fornalha existirem muitas fontes de calor por radiação uniformemente distribuída, nos cálculos da irradiação no espaço de trabalho é possível usar-se a equação clássica de Stefan Boltzman:

$$Q_{\text{carga}}^r = C_o \varepsilon_f H_r \xi \left[\left(\frac{T_g}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\text{carga}}}{100} \right)^4 \right]_{\text{med}} = C_{\text{med}} H_r \xi \Delta \quad (7.5)$$



$C_o = 5,67 \text{ W/m}^2\text{K}^4$ é o coeficiente de radiação do corpo negro

ε_f – Emissividade do espaço de trabalho

T_g e T_{carga} temperaturas absolutas do gás e da carga

ξ – coeficiente de poluição da superfície de radiação obtida de dados experimentais 0,6 a 0,75

o índice “med” refere-se a temperaturas médias.

7.5 Transferência de calor uniformemente distribuída no espaço de trabalho

Admitindo que as perdas de calor para o ambiente são iguais ao calor transmitido por convecção ao revestimento, é possível exprimir-se o valor da emissividade do espaço de trabalho por :

$$\varepsilon_f = \frac{\varepsilon_{\text{carga}} \varepsilon_{\text{gás}} \psi (1 - \varepsilon_g) + 1}{\psi (1 - \varepsilon_g) [\varepsilon_{\text{carga}} + \varepsilon_{\text{gás}} (1 - \varepsilon_{\text{carga}})] + \varepsilon_{\text{gás}}} \quad (7.6)$$

Onde

ε_g e $\varepsilon_{\text{carga}}$ são os valores de emissividade dos gases e da carga respectivamente

$\psi = \frac{H_r}{F_{\text{reves}}^r}$ é a razão entre a superfície de radiação da carga e a superfície total interna do revestimento.



7.5 Transferência de calor uniformemente distribuída no espaço de trabalho

A superfície de radiação da carga é sempre menor que a superfície total da carga, daí:

$$H_r = \varphi \cdot F_{\text{carga}} \quad (7.7)$$

Onde φ é o coeficiente da fracção da superfície de radiação da carga, que obtém-se de dados experimentais. Este coeficiente é um parâmetro geométrico e depende da forma da superfície da carga, do seu tamanho, da disposição das peças, da distância entre elas e do modo de colocação destas na soleira. Para algumas peças o valor de φ pode-se determinar de gráficos.



7.5 Transferência de calor uniformemente distribuída no espaço de trabalho

Para fornos eléctricos de resistência

Nos casos mais complexos o valor de ψ determina-se experimentalmente. Para fornos eléctricos de resistência a emissividade calcula-se de:

$$\varepsilon_f = \varepsilon_{\text{carga}} \cdot \varepsilon_{\text{ir}} \frac{\psi + 1}{\psi(\varepsilon_{\text{carga}} + \varepsilon_{\text{ir}} - \varepsilon_{\text{carga}} \cdot \varepsilon_{\text{ir}}) + \varepsilon_{\text{ir}}} \quad (7.8)$$

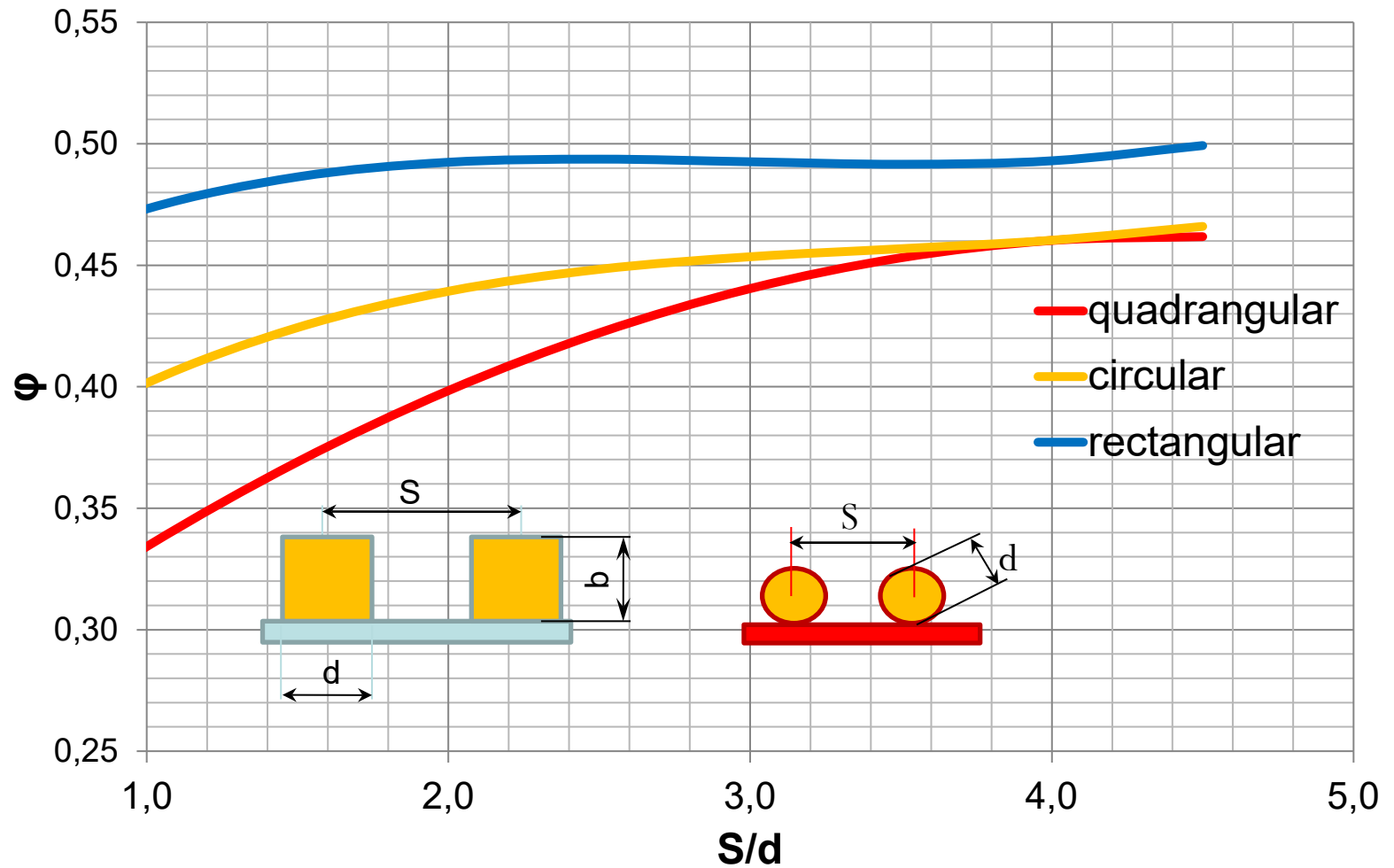
Onde :

ε_r emissividade dos irradiadores





Coeficiente de Fracção



7.5 Transferência de calor uniformemente distribuída no espaço de trabalho

A fórmula do calor transmitido à carga em fornos eléctricos tem o seguinte aspecto:

$$Q_{\text{carga}}^r = C_o \varepsilon_f H_r \xi \left[\left(\frac{T_{ir}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\text{carga}}}{100} \right)^4 \right]_{med} = C_{med} H_r \xi \Delta \quad (7.9)$$

Onde: T_{ir} é a temperatura absoluta dos irradiadores

A temperatura dos gases de escape também varia ao longo do percurso dos mesmo de uma máxima até uma mínima como também a temperatura da carga varia de uma temperatura inicial até uma final.



7.5 Transferência de calor uniformemente distribuída no espaço de trabalho

A diferença média efectiva entre os gases e a carga para o processo total calcula-se de :

$$\Delta_1 = \left[\left(\frac{T_f}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\text{carga}}}{100} \right)^4 \right]_{med} = \sqrt{\left[\left(\frac{T_f^t}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\text{carga}}^{final}}{100} \right)^4 \right] \left[\left(\frac{T_f}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\text{carga}}^o}{100} \right)^4 \right]} \quad (7.10)$$

T_f^t – temperatura teórica absoluta da queima do combustível

T_f – temperatura dos gases de escape



7.5 Transferência de calor uniformemente distribuída no espaço de trabalho

A expressão Q_{carga} não toma só em conta o calor transmitido à carga por radiação, que desempenha um papel predominante em instalações de altas temperaturas. Para o cálculo do calor transmitido por convecção usa-se a seguinte fórmula:

$$Q_g^c = h_c \cdot F_{\text{carga}} (t_g - t_{\text{carga}}) \quad (7.11)$$

Onde:



h_c – é o coeficiente de troca de calor por convecção

t_g – é a temperatura dos gases de combustão

t_{carga} – é a temperatura da carga

$$Q_{\text{carga}} = Q_{\text{carga}}^r + Q_g^c \quad (7.12)$$

7.5 Transferência de calor uniformemente distribuída no espaço de trabalho

Em cálculos aproximados pode-se desprezar a temperatura inicial da carga e neste caso o valor de Δ_1 pode ser expresso por:

$$\Delta_1 = \left(\frac{T_g^t}{100} \right)^4 \sqrt{(1 - \theta_{\text{carga}}^4) \theta_{\text{g.esc}}^4} = \left(\frac{T_g^t}{100} \right)^4 \theta_{\text{g.esc}}^2 \sqrt{(1 - \theta_{\text{carga}}^4)} \quad (7.13)$$

Onde:



$$\theta_{\text{g.esc}} = \frac{T_{\text{g.esc}}}{T_g^t} \quad \text{e} \quad \theta_{\text{carga}} = \frac{T_{\text{carga}}''}{T_g^t} \quad \text{e o valor} \quad \theta_{\text{carga}}' = \frac{T_{\text{carga}}'}{T_g^t} \approx 0$$

7.5 Transferência de calor uniformemente distribuída no espaço de trabalho

No caso da fusão da carga em que só varia a temperatura dos gases tem-se:

$$\Delta_2 = 0,774 \cdot \theta_{g.esc}^2 - \theta_{carga}^4 \quad (7.14)$$

Neste caso as fórmulas de cálculo transformam-se em:

$$Q_{carga}^r = C_o \varepsilon_f H_r \xi \left(\frac{T_f}{100} \right)^4 \Delta \quad (7.15)$$



7.5 Transferência de calor uniformemente distribuída no espaço de trabalho

$$Q_{\text{carga}} = C_o \varepsilon_f H_r \xi \beta_c \left(\frac{T_f}{100} \right)^4 \Delta \quad (7.16)$$

Onde o coeficiente β_c é o coeficiente de correcção que leva em conta os efeitos da convecção (1,05-1,15).

Na maioria dos fornos industriais o espaço de trabalho é a própria câmara de combustão. A combustão ocorre próximo da carga e a transferência de calor realiza-se geralmente por radiação (o papel da convecção varia entre 5-15%).



7.6 Transferência de Calor Externa

A equação de balanço térmico do forno passa a ser:

$$\beta_o C_o \varepsilon_f H_r \xi \left[\left(\frac{T_f}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\text{carga}}}{100} \right)^4 \right]_{med} = \dot{B} V_g \bar{c}_g (t_t - t_{esc}) \eta_f \quad (7.17)$$

Onde:

B – é o consumo de combustível

β_o – é o coeficiente que toma em conta a convecção

V_g – volume dos gases de combustão por unidade de combustível

η_f – rendimento térmico da câmara de combustão

$\bar{c}_g$ – valor médio do calor específico dos gases no intervalo de temperaturas t_t e t_{esc}



$$\bar{c}_g = \frac{C_g t_t - C_{g.esc} t_{esc}}{t_t - t_{esc}} \quad (7.18)$$

7.6 Transferência de Calor Externa

A equação de balanço pode ser apresentada como:

$$\frac{\left[\left(\frac{T_f}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\text{carga}}}{100} \right)^4 \right]_{med}}{(T_f - T_{\text{carga}})} = \frac{\dot{B}V_g \bar{c}_g \eta_f}{C_o \varepsilon_f H_r \xi} \quad (7.19)$$

Ou

$$B_o = \frac{\dot{B}V_g \bar{c}_g \eta_f}{10C_o H_r \left(\frac{T_t}{1000} \right)^3} = \frac{\left[\left(\frac{T_f}{T_t} \right)^4 - \left(\frac{T_{\text{carga}}}{T_t} \right)^4 \right]_{med}}{1 - \frac{T_{esc}}{T_t}} \varepsilon_f \xi \quad (7.20)$$



Onde

B_o – é o critério de Boltzman

$\frac{T_i}{T_g}$ - são temperaturas adimensionais que se designam por θ

7.6 Transferência de Calor Externa

Lembrando que as temperaturas médias se obtêm de:

$$(\theta_f^4 - \theta_{\text{carga}}^4)_{\text{med}} = \sqrt{(1 - \theta_{\text{carga}}^4)(\theta_{\text{esc}}^4 - \theta_{\text{carga}}^4)} \quad (7.21)$$

Admitindo que :

$$\theta_{\text{carga}'} \approx 0$$

Obtém-se:

$$(\theta_f^4 - \theta_{\text{carga}}^4)_{\text{med}} = \theta_{\text{esc}}^2 \sqrt{(1 - \theta_{\text{carga}}^4)} = m \theta_{\text{esc}}^2 \quad (7.22)$$



A equação adimensional de Boltzman é dada por:

$$B_o = \frac{\theta_{\text{esc}}^2 \sqrt{(1 - \theta_{\text{carga}}^4)}}{1 - \theta_{\text{esc}}} \varepsilon_f \xi \quad (7.23)$$

7.6 Transferência de Calor Externa

Calculando o consumo de combustível da equação de balanço do forno e usando as Equações 7.20 e 7.23 determinam-se as temperaturas dos gases de escape e outras grandezas.

A equação de cálculo da temperatura dos gases de escape tem o seguinte aspecto:

$$\left(\frac{m}{B_o} \varepsilon_f \xi \right) \theta_{esc}^2 + \theta_{esc} - 1 = 0 \quad (7.24)$$



7.6 Transferência de Calor Externa

Para a correcção devido a troca de calor por convecção introduz-se β_{conv} que é expressa em fracções do fluxo de calor por radiação. Resolvendo a Equação 7.24 relativamente a θ_{esc} e introduzindo o valor de β_{conv} obtém-se:



$$\theta_{\text{esc}} = \frac{-B_o + \left(B_o^2 + 4B_o \varepsilon_f \xi \beta_{\text{conv}} m\right)^{1/2}}{2\varepsilon_f \xi \beta_{\text{conv}} m} \quad (7.25)$$

7.6 Transferência de Calor Externa

Há vezes que conhecendo-se θ_{esc} é preciso calcular-se H_r , neste caso usa-se a Equação 7.20:

$$H_r = \frac{\dot{B}V_g \bar{c}_g \eta_f (1 - \theta_{esc})}{10c_o \beta_{conv} \left(\frac{T_t}{1000} \right)^3 (\theta_f^4 - \theta_{carga}^4) m \varepsilon_f \xi} \quad (7.26)$$

A fracção do calor total transmitido por radiação pode ser calculada de:

$$\sigma = \frac{Q_{carga}}{Q_{total}} = \frac{\dot{B}V_g \bar{c}_g (T_t - T_{esc}) \eta_f}{\dot{B}V_g c_g^* T_t} \approx \left(1 - \frac{T_{esc}}{T_t} \right) \eta_f \quad (7.27)$$



7.6 Transferência de Calor Externa

O aquecimento de partes da carga em fornos de cuba pode ser considerado problema externo no caso em que

$$B_i = \frac{h \cdot d_{eq}}{2k} < 0,6 \div 1,0 \quad (7.28)$$

No caso de escoamento de gases na camada densa, por causa das pequenas dimensões das fendas e pequena espessura da camada de gases irradiantes, considera-se que a troca de calor é feita predominantemente por convecção. Devido ao valor das fendas ser variável, o movimento é pulsante o que provoca turbulência no fluxo. Para calcular a transferência de calor nestas condições usam-se as seguintes fórmulas empíricas:



7.6 Transferência de Calor Externa

O coeficiente de transferência de calor determina-se como:

$$\begin{aligned} \text{Re}_{cam} < 200 & \quad \text{Nu}_{cam} = 0,106 \text{Re}_{cam} \\ \text{Re}_{cam} \geq 200 & \quad \text{Nu}_{cam} = 0,61 \text{Re}_{cam} \end{aligned} \quad (7.29)$$

No cálculo do número de Reynolds $\text{Re} = \frac{d_{eq} w}{\nu}$

A velocidade w é a média para toda a cuba quando vazia.

A superfície das partículas metálicas calcula-se de:

$$\frac{F_{carg}}{V_{carg}} = \frac{6(1-f)}{d} \quad (7.30)$$

Onde:

f é o coeficiente de porosidade



7.6 Transferência de Calor Externa

No caso de movimento contra-corrente entre os gases e a carga utilizam-se as seguintes expressões

$$Nu_{cam} = 0,014 Re_{cam} Pr^{0,33} \quad (Re < 200) \quad (7.31)$$

$$Nu_{cam} = 0,056 Re_{cam}^{0,87} Pr^{0,33} \quad (Re = 200 \div 700; Pr = 0,68 \div 1,1)$$

No caso do movimento dos gases transversalmente à carga tem-se:

$$Nu_{cam} = 0,055 Re_{cam} \quad (7.32)$$

Quando se trata de transferência de calor em camada em suspensão (leito fluidizado) ela é ocorre tanto por convecção como por radiação.



7.6 Transferência de Calor Externa

A intensificação da troca de calor depende da velocidade do fluxo, da concentração das partículas e do seu tamanho e a transferência de calor calcula-se de:

$$\begin{aligned}Nu_{cam} &= 0,194 Re_{cam}^{0,87} Pr^{0,33} & (30 < Re < 480) \\Nu_{cam} &= 0,316 Re_{cam}^{0,87} Pr^{0,33} & (Re > 500)\end{aligned}\tag{7.33}$$



A velocidade que se utiliza no cálculo do número de Reynolds é a relativa

7.6 Transferência de Calor Externa

Na camada em ebulição a transferência de calor calcula-se de:

$$Nu_{cam} = 0,316 Re_{cam}^{0,8} \quad (Re = 40 \div 500) \quad (7.34)$$

A velocidade para o cálculo do número de Reynolds está relacionada com a área da rede de passagem de ar. A troca máxima de calor ocorre quando:

$$Re_{opt} = 0,121 Ar^{0,5} \quad (7.35)$$

Onde:



$$Ar = \frac{g d_{eq}^3}{\nu^2} \frac{\rho_{carga} - \rho_{gás}}{\rho_{gás}} \quad (7.36)$$

$$Nu = 0,86 Ar^{0,2} \quad (Ar = 30 \div 2 \cdot 10^5) \quad (7.37)$$

7.7 Transferência de calor no interior da carga

Conhecendo o fluxo de combustível, o volume da carga, a temperatura inicial da mesma e o tipo de carga, pode-se calcular o tempo necessário para se atingir uma temperatura determinada de:

$$\dot{B}V_g \bar{c}_g (t_t - t_{esc}) \eta_f = \rho V c \frac{dT}{dt} \quad (7.38)$$

Acreditando que a temperatura da superfície da peça é a mesma que a temperatura dos gases pode-se escrever:

$$(t_{\text{ext}} - t_i) = \theta \quad \frac{dT}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \quad (7.39)$$



7.7 Transferência de calor no interior da carga

Substituindo as variáveis obtém-se:

$$dt = \frac{\rho V c_{\text{carga}}}{\dot{B} V_g \bar{c}_g \eta_f} \frac{d\theta}{\theta} \quad (7.40)$$

Integrando a Expressão 7.40 obtém-se:

$$\frac{\theta}{\theta_i} = \frac{t_{(\text{tempo})} - t_{\text{ext}}}{t_i - t_{\text{ext}}} = \exp \left[- \left(\frac{\dot{B} V_g \bar{c}_g \eta_t}{\rho V c_{\text{carga}}} \right) t \right] \quad (7.41)$$

Onde:

t_i – é a temperatura inicial da carga

t_{ext} – é a temperatura externa da carga

$t_{(\text{tempo})}$ – é a temperatura no interior da carga no instante t

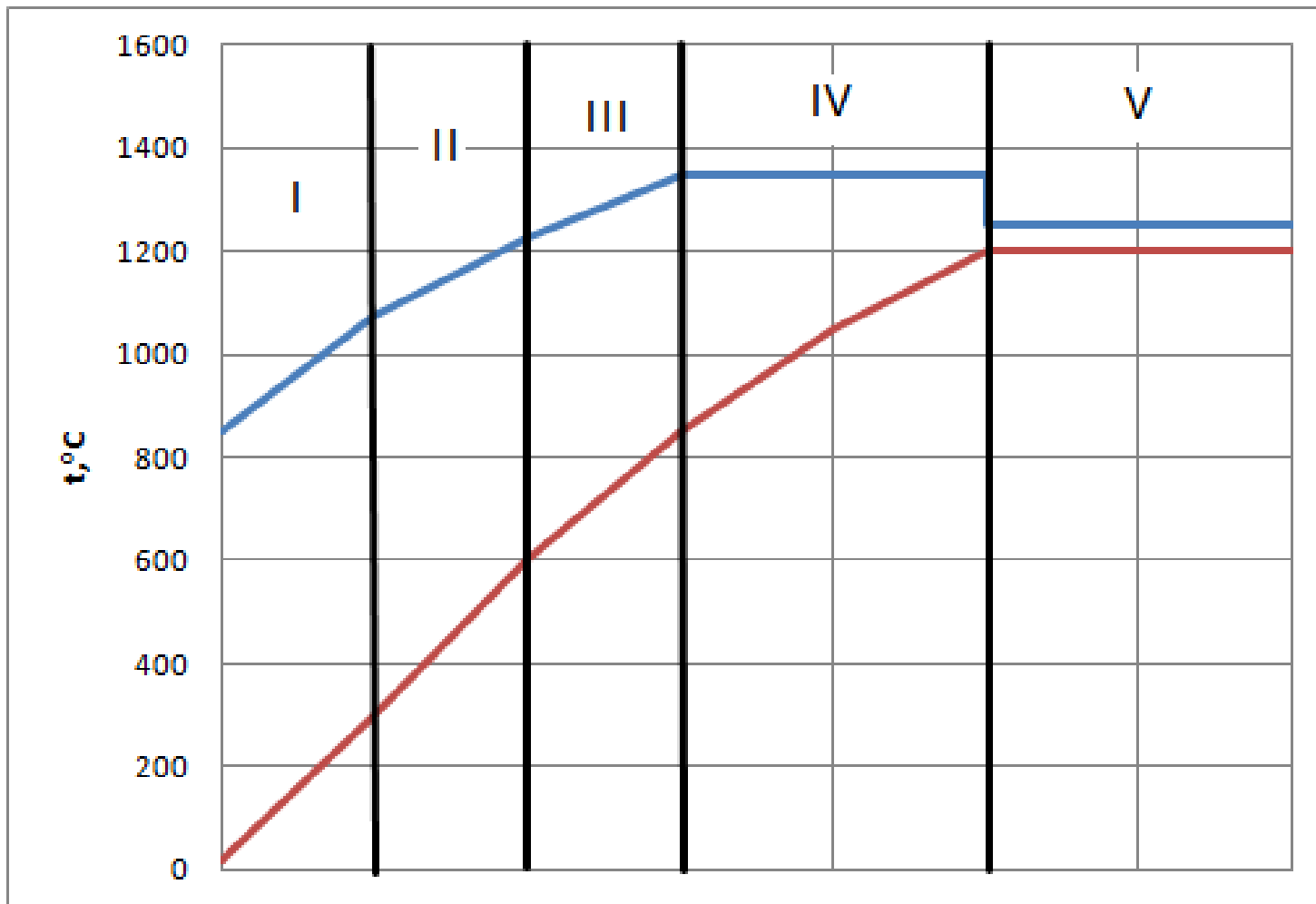
V – é o volume da carga

c_{carga} – é o calor específico da carga



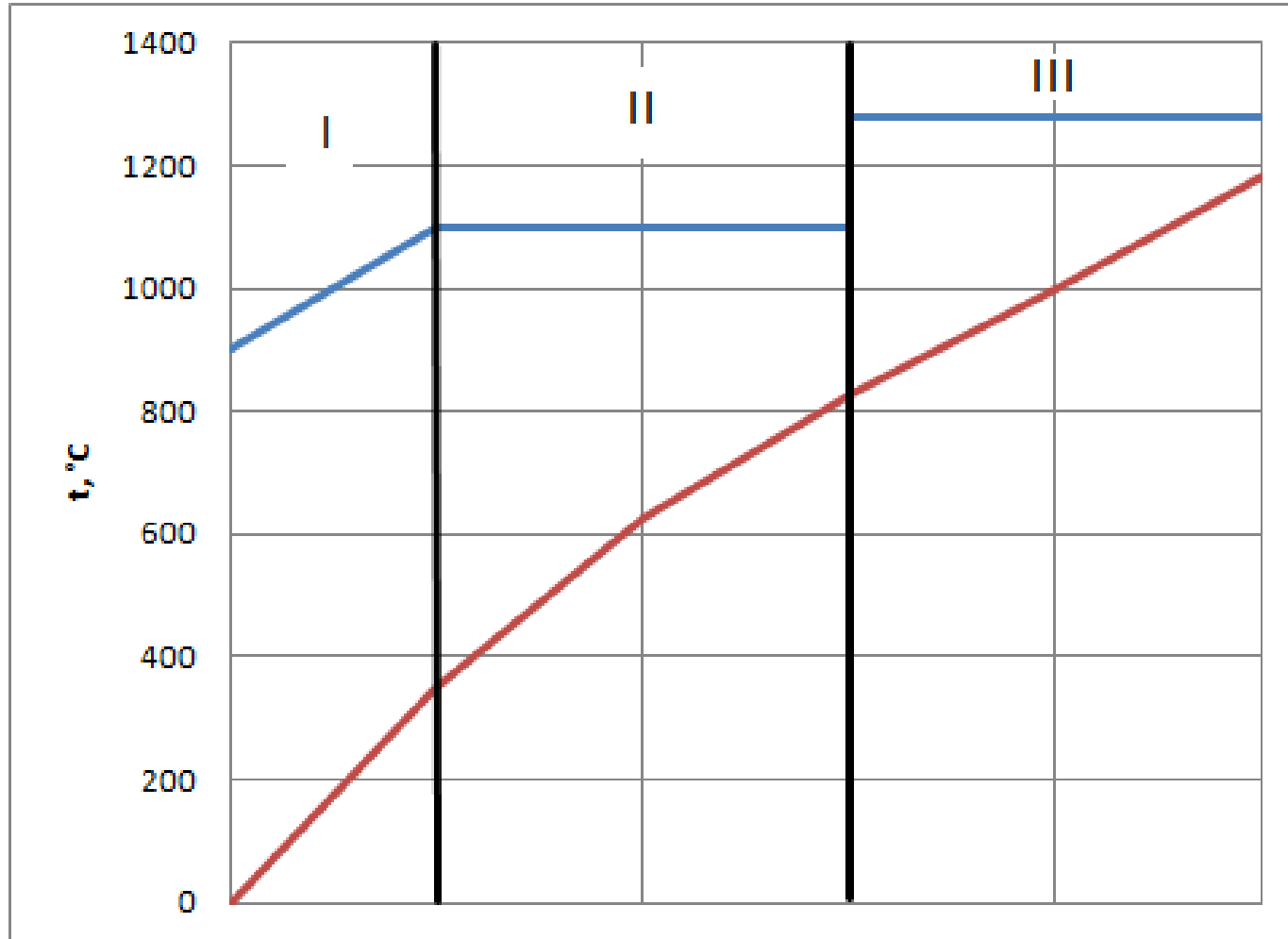


Aquecimento em Fornos de Cinco zonas de aquecimento





Aquecimento em Fornos de Duas zonas de aquecimento



7.8 Convecção como condição de contorno

Em muitas situações práticas os problemas de condução de calor em regime transiente, relacionam-se com uma condição de contorno de convecção na superfície do sólido.

$$hA(T_{\infty} - T)_{x=0} = -kA \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} \quad (7.42)$$

A solução para este caso é:

$$\frac{T - T_i}{T_{\infty} - T_i} = 1 - \operatorname{erf} X - \left[\exp\left(\frac{hx}{k} + \frac{h^2 \alpha \tau}{k^2}\right) \right] \left[1 - \operatorname{erf}\left(X + \frac{h\sqrt{\alpha \tau}}{k}\right) \right] \quad (7.43)$$



Onde:

T_i = temperatura inicial do sólido

T_{∞} = temperatura ambiente

$$X = x / (2\sqrt{\alpha \tau}) \quad \text{e}$$

7.8 Convecção como condição de contorno

O **Módulo de Biot** compara as grandezas relativas das resistências térmicas de convecção na superfície e de condução no interior do corpo.

$$Bi = \frac{\text{Convecção na superfície do corpo}}{\text{Condução através do corpo}}$$

$$\text{Módulo de Biot} = Bi = \frac{hs}{k} \quad (7.44)$$





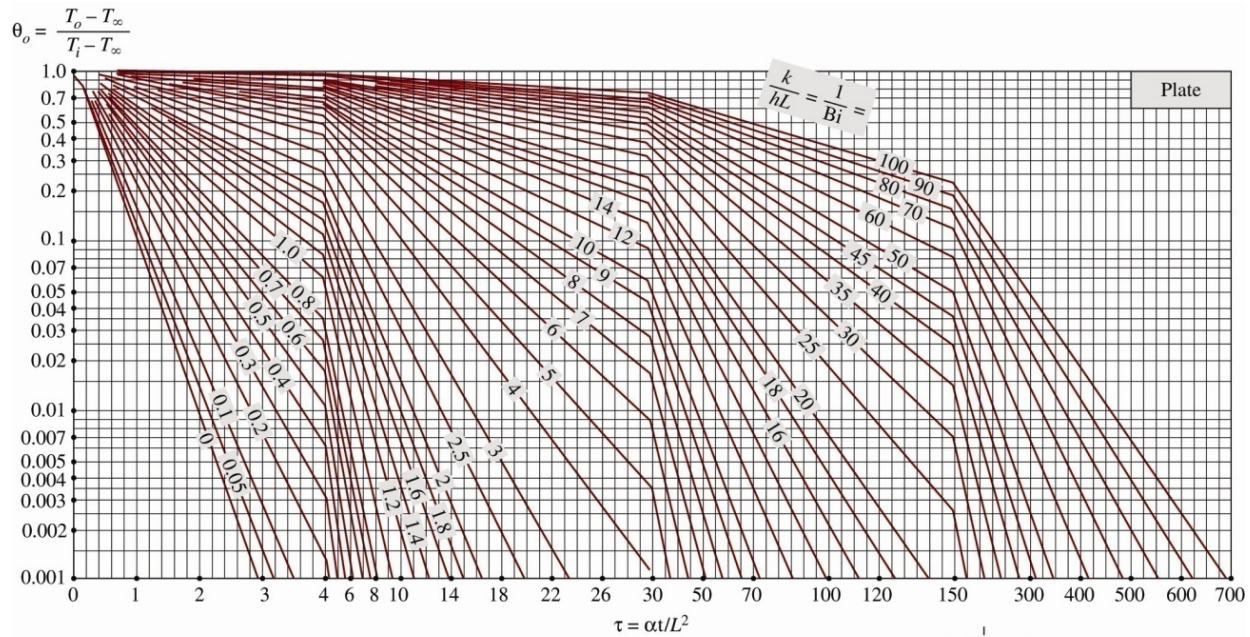
7.8 Convecção como condição de contorno

O **Módulo de Fourier** compara uma dimensão característica do corpo com a profundidade de penetração dos efeitos térmicos para um dado tempo t .

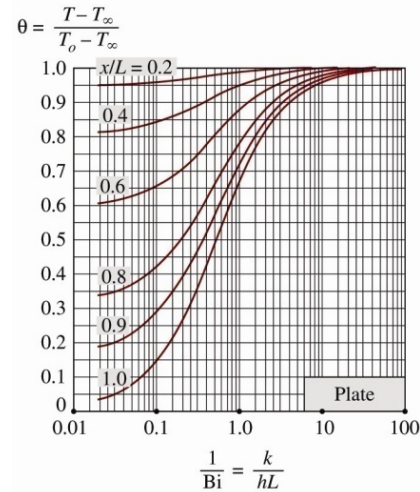
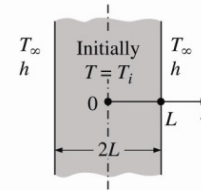
$$\text{Módulo de Fourier} = Fo = \frac{\alpha \tau}{s^2} = \frac{kt}{\rho cs^2} \quad (7.45)$$

s - representa uma dimensão característica do corpo

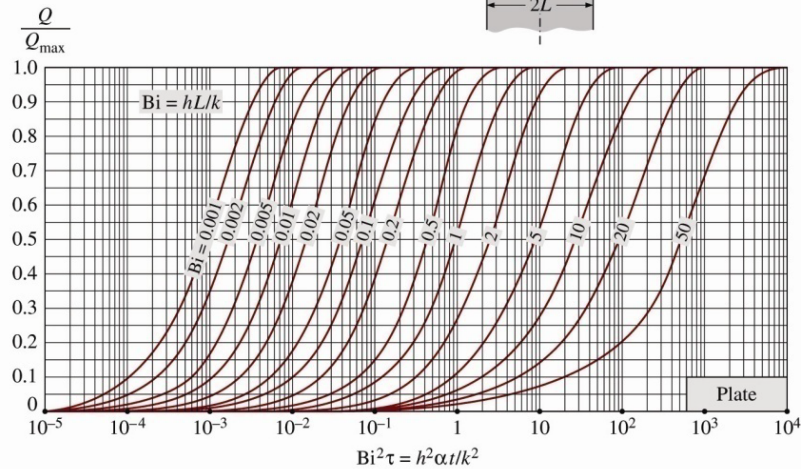
Utilizam-se geralmente **Cartas de Heisler** para a determinação das temperaturas mas tem de ser respeitada a condição do valor de módulo de Fourier $(h\tau/s^2) > 0,2$



(a) Midplane temperature (from M. P. Heisler)



(b) Temperature distribution (from M. P. Heisler)

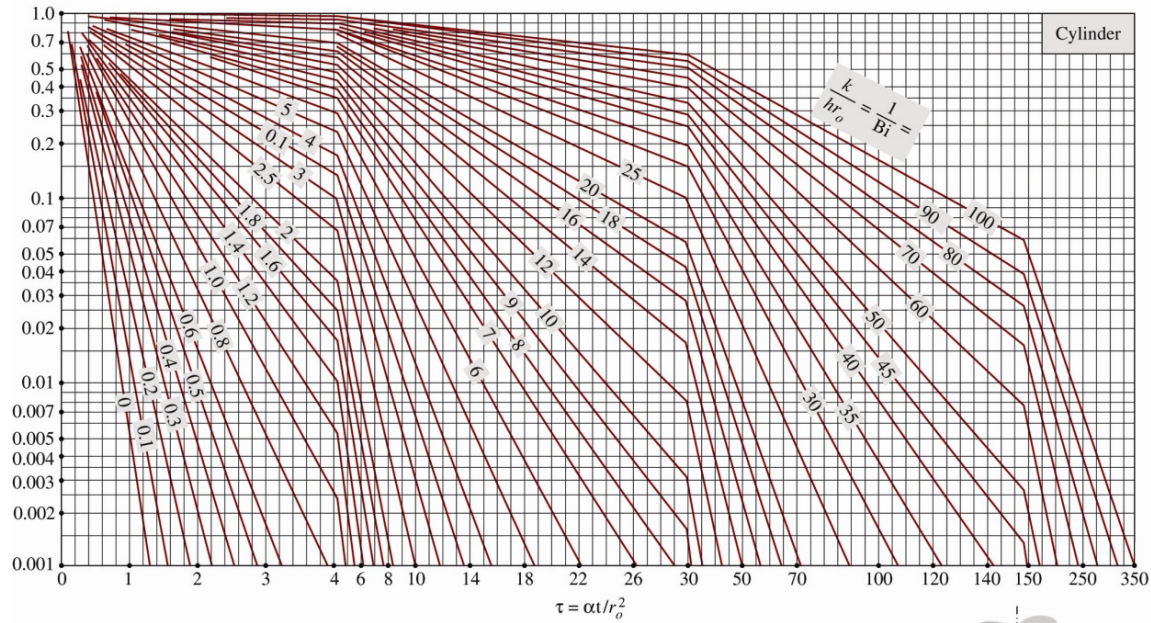


(c) Heat transfer (from H. Gröber et al.)

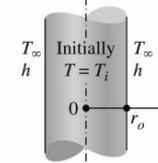


Carta para cilindro longo

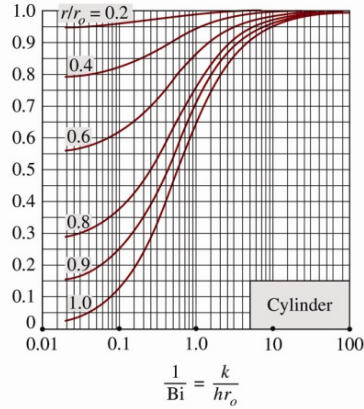
$$\theta_o = \frac{T_o - T_\infty}{T_i - T_\infty}$$



(a) Centerline temperature (from M. P. Heisler)

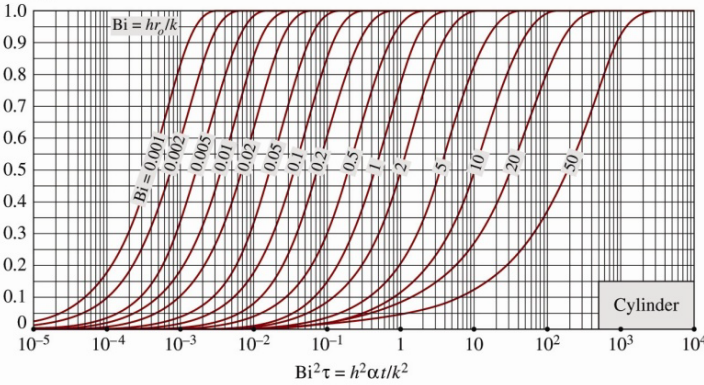


$$\theta = \frac{T - T_\infty}{T_o - T_\infty}$$



(b) Temperature distribution (from M. P. Heisler)

$$\frac{Q}{Q_{\max}}$$

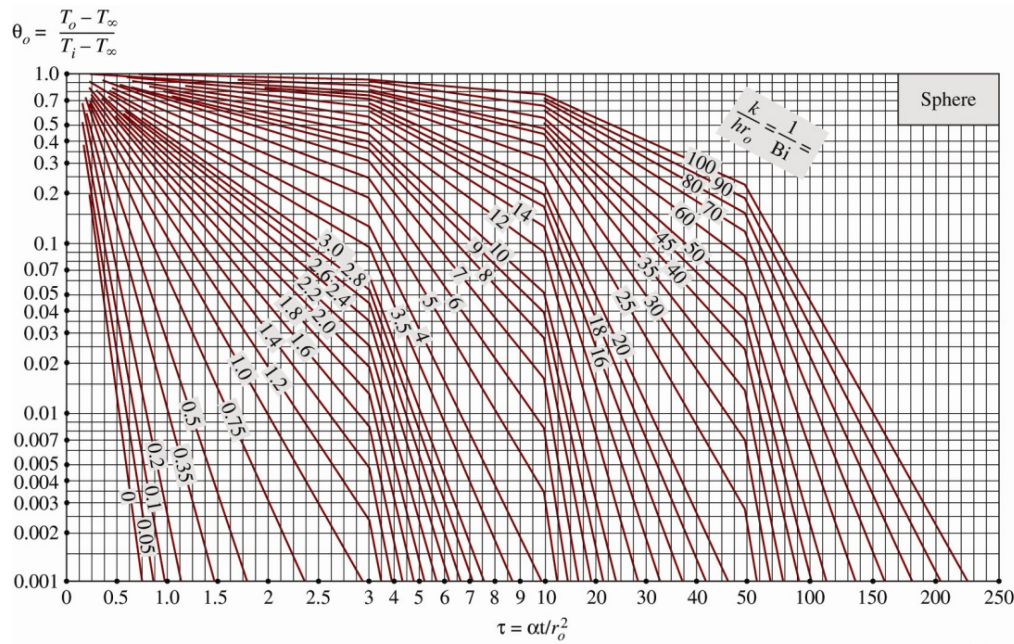


(c) Heat transfer (from H. Gröber et al.)

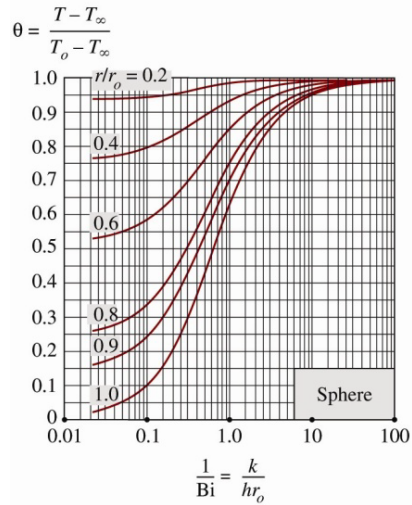
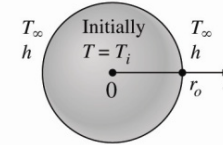


Carta para esfera

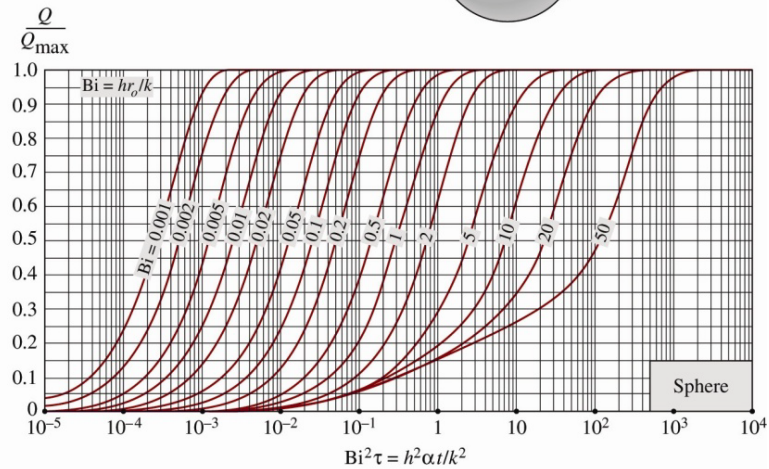
62



(a) Midpoint temperature (from M. P. Heisler)



(b) Temperature distribution (from M. P. Heisler)



(c) Heat transfer (from H. Gröber et al.)



7.9 Equações de Bessel

O problema de condução de calor transiente unidimensional já descrito, pode ser resolvido com exatidão para qualquer das três geometrias, mas a solução envolve séries infinitas que são de difícil solução. Os termos nas soluções convergem rapidamente com o aumento do tempo e para $t > 0,2$, mantendo o primeiro termo e negligenciando os restantes da série, resulta um erro inferior a 2%. Geralmente o interesse está em soluções para tempos $t > 0,2$, assim é conveniente expressar a solução que usa este único termo como:

7.9 Equações de Bessel

Para uma parede Plana:

$$\theta(x,t)_{Parede} = \frac{T(x,t) - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} \cos(\lambda_1 x/L), \quad \tau > 0,2 \quad (7.46)$$

Para um Cilindro

$$\theta(x,t)_{Cilindro} = \frac{T(r,t) - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} J_o(\lambda_1 r/r_o), \quad \tau > 0,2 \quad (7.47)$$

Para uma Esfera



$$\theta(x,t)_{Esfera} = \frac{T(r,t) - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} \frac{\text{sen}(\lambda_1 r/r_o)}{\lambda_1 r/r_o}, \quad \tau > 0,2 \quad (7.48)$$

64

Onde as constantes A_1 e λ_1 são funções só de Biot e os seus valores constam da Tabela 7.1

7.9 Equações de Bessel

A função $J_{(0)}$ é a função de Bessel de ordem zero do primeiro tipo e os seus valores podem ser determinados da Tabela 7.2. É de notar que o $\cos(0)=J_0(0)=1$ e o limite de $\sin(x)/x$ também é 1. Estas relações simplificam as anteriores dando origem às seguintes, para o caso do centro da parede plana, cilindro ou esfera:

Para o centro de uma parede Plana:

$$\theta_{0,Parede} = \frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} \quad (7.49)$$

Para o centro de um Cilindro:

$$\theta_{0,Cilindro} = \frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} \quad (7.50)$$



7.9 Equações de Bessel

Para o centro de uma esfera:

$$\theta_{0,Esfera} = \frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} \quad (7.51)$$

Basta conhecer o número de Biot, as relações acima podem ser usadas para determinar a temperatura de qualquer ponto do corpo. A temperatura do corpo varia desde a temperatura inicial T_i até a temperatura do meio T_∞ que é o fim do processo de condução em regime transiente. Dai, a quantidade máxima de calor que o corpo pode ganhar ou perder, (no caso de $T_i > T_\infty$) é a simples variação da energia que o corpo tinha, e é dada por:

$$Q_{\max} = mc_p (T_\infty - T_i) = \rho V c_p (T_\infty - T_i) \quad (7.52)$$





Tabela 7.1 Coeficientes usados na solução aproximada para o Regime Transiente Unidimensional (I)

Bi	Parede Plana		Cilindro		Esfera	
	λ_1	A_1	λ_1	A_1	λ_1	A_1
0,01	0,0998	1,0017	0,1412	1,0025	0,1730	1,0030
0,02	0,1410	1,0033	0,1995	1,0050	0,2445	1,0060
0,04	0,1987	1,0066	0,2814	1,0099	0,3450	1,0120
0,06	0,2425	1,0098	0,3438	1,0148	0,4217	1,0179
0,08	0,2791	1,0130	0,3960	1,0197	0,4860	1,0239
0,1	0,3111	1,0161	0,4417	1,0246	0,5423	1,0298
0,2	0,4328	1,0311	0,6170	1,0483	0,7593	1,0592
0,3	0,5218	1,0450	0,7465	1,0712	0,9208	1,0880
0,4	0,5932	1,0580	0,8516	1,0931	1,0528	1,1164
0,5	0,6533	1,0701	0,9408	1,1143	1,1656	1,1441
0,6	0,7051	1,0814	1,0184	1,1345	1,2644	1,1713
0,7	0,7506	1,0918	1,0873	1,1539	1,3525	1,1978
0,8	0,7910	1,1016	1,1490	1,1724	1,4320	1,2236
0,9	0,8274	1,1107	1,2048	1,1902	1,5044	1,2488
1,0	0,8603	1,1191	1,2558	1,2071	1,5708	1,2732

Tabela 7.2 Coeficientes usados na solução aproximada para o Regime Transiente Unidimensional (II)

Bi	Parede Plana		Cilindro		Esfera	
	λ_1	A_1	λ_1	A_1	λ_1	A_1
2,0	1,0769	1,1785	1,5995	1,3384	2,0288	1,4793
3,0	1,1925	1,2102	1,7887	1,4191	2,2889	1,6227
4,0	1,2646	1,2287	1,9081	1,4698	2,4556	1,7202
5,0	1,3138	1,2403	1,9898	1,5029	2,5704	1,7870
6,0	1,3496	1,2479	2,0490	1,5253	2,6537	1,8338
7,0	1,3766	1,2532	2,0937	1,5411	2,7165	1,8673
8,0	1,3978	1,2570	2,1286	1,5526	2,7654	1,8920
9,0	1,4149	1,2598	2,1566	1,5611	2,8044	1,9106
10,0	1,4289	1,2620	2,1795	1,5677	2,8363	1,9249
20,0	1,4961	1,2699	2,2880	1,5919	2,9857	1,9781
30,0	1,5202	1,2717	2,3261	1,5973	3,0372	1,9898
40,0	1,5325	1,2723	2,3455	1,5993	3,0632	1,9942
50,0	1,5400	1,2727	2,3572	1,6002	3,0788	1,9962
100,0	1,5552	1,2731	2,3809	1,6015	3,1102	1,9990
∞	1,5708	1,2732	2,4048	1,6021	3,1416	2,0000



Tabela 7.2 Funções de Bessel de ordem zero e de primeira ordem do primeiro tipo

ξ	$J_0(\xi)$	$J_1(\xi)$
0,0	1,0000	0,0000
0,1	0,9975	0,0499
0,2	0,9900	0,0995
0,3	0,9776	0,1483
0,4	0,9604	0,1960
0,5	0,9385	0,2423
0,6	0,9120	0,2867
0,7	0,8812	0,3290
0,8	0,8463	0,3688
0,9	0,8075	0,4059
1,0	0,7652	0,4400
1,1	0,7196	0,4709
1,2	0,6711	0,4983
1,3	0,6201	0,5220
1,4	0,5669	0,5419

ξ	$J_0(\xi)$	$J_1(\xi)$
1,5	0,5118	0,5579
1,6	0,4554	0,5699
1,7	0,3980	0,5778
1,8	0,3400	0,5815
1,9	0,2818	0,5812
2,0	0,2239	0,5767
2,1	0,1666	0,5683
2,2	0,1104	0,5560
2,3	0,0555	0,5399
2,4	0,0025	0,5202
2,6	-0,0968	-0,4708
2,8	-0,1850	-0,4097
3,0	-0,2601	-0,3391
3,2	-0,3202	-0,2613

