Sistemas Energéticos

3º ano 6º semestre

Aula 23

Aula 23: Energia Eólica

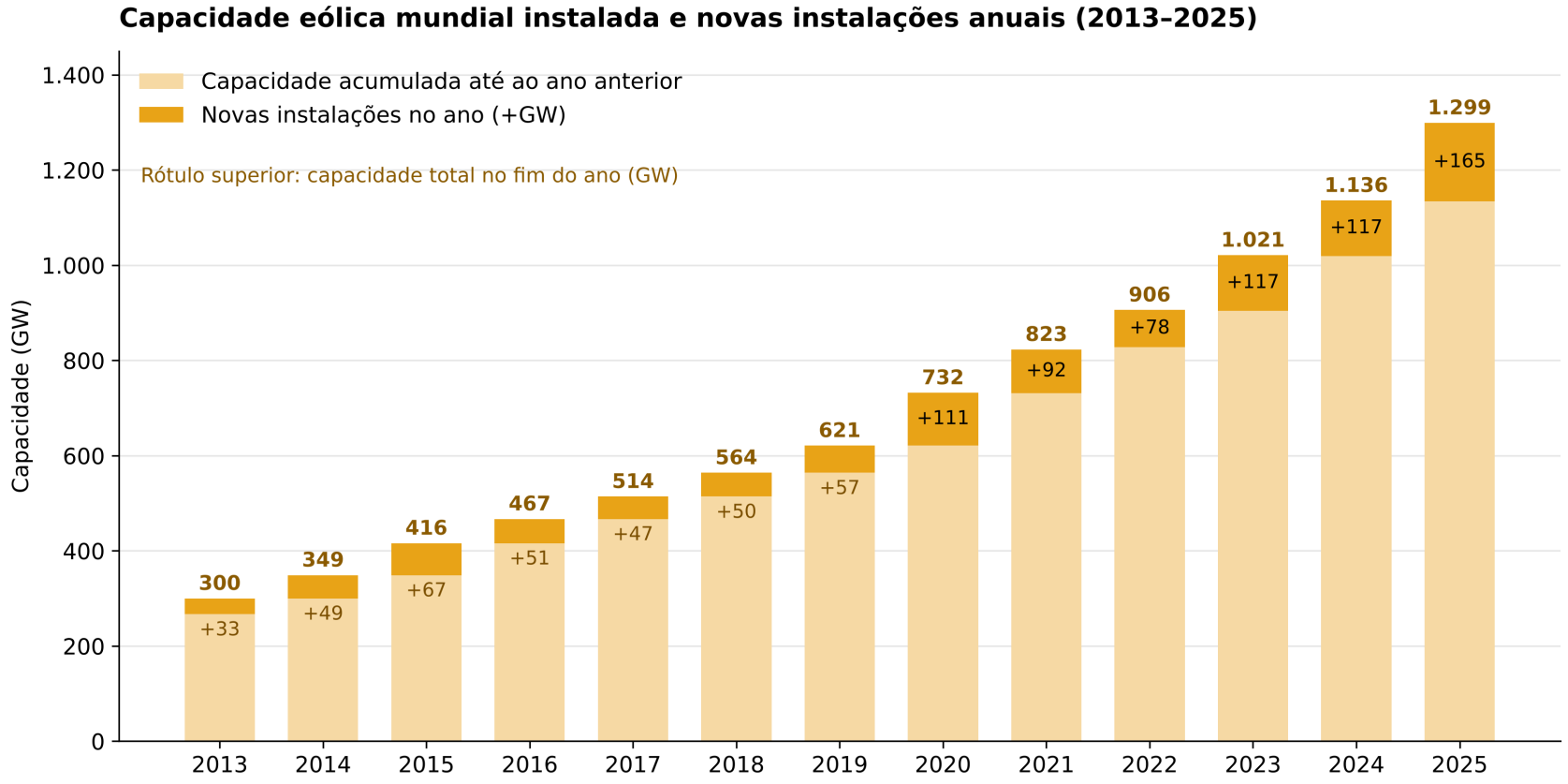
Tópicos

- ***Introdução: evolução, tipos e componentes das turbinas***
- ***Modelo teórico de Betz e coeficiente de potência***
- ***Recurso eólico: lei de Hellmann e distribuição de Weibull***
- ***Parâmetros do rotor: Ω, FA, rendimento, C_M, área e solidez***
- ***Esforços nas pás: força centrífuga, momentos flector e torsor***
- ***Energia eólica em Moçambique e exemplo de aplicação***

23.1 Introdução

A energia eólica, juntamente com a solar, é a fonte renovável que mais cresce; é a terceira renovável em capacidade instalada, depois da solar e da hídrica. A capacidade mundial no fim de 2025: ≈ 1 299 GW (GWEC); só em 2025 juntaram-se 165 GW, um recorde (+40% face a 2024).

O custo nivelado (LCOE) médio da eletricidade de novas centrais eólicas em terra (2024): 0,034 USD/kWh, o mais baixo entre as novas centrais (solar FV 0,043; hídrica 0,057) (IRENA).



Fonte: GWEC, Global Wind Reports (edições 2014–2026). Inclui eólica terrestre e marítima.
O GWEC revê dados históricos; por isso a base de um ano pode diferir ligeiramente do total do ano anterior.

Figura 23.1 – Capacidade eólica mundial 2013–2025

23.1 Tipos de Turbinas Eólicas

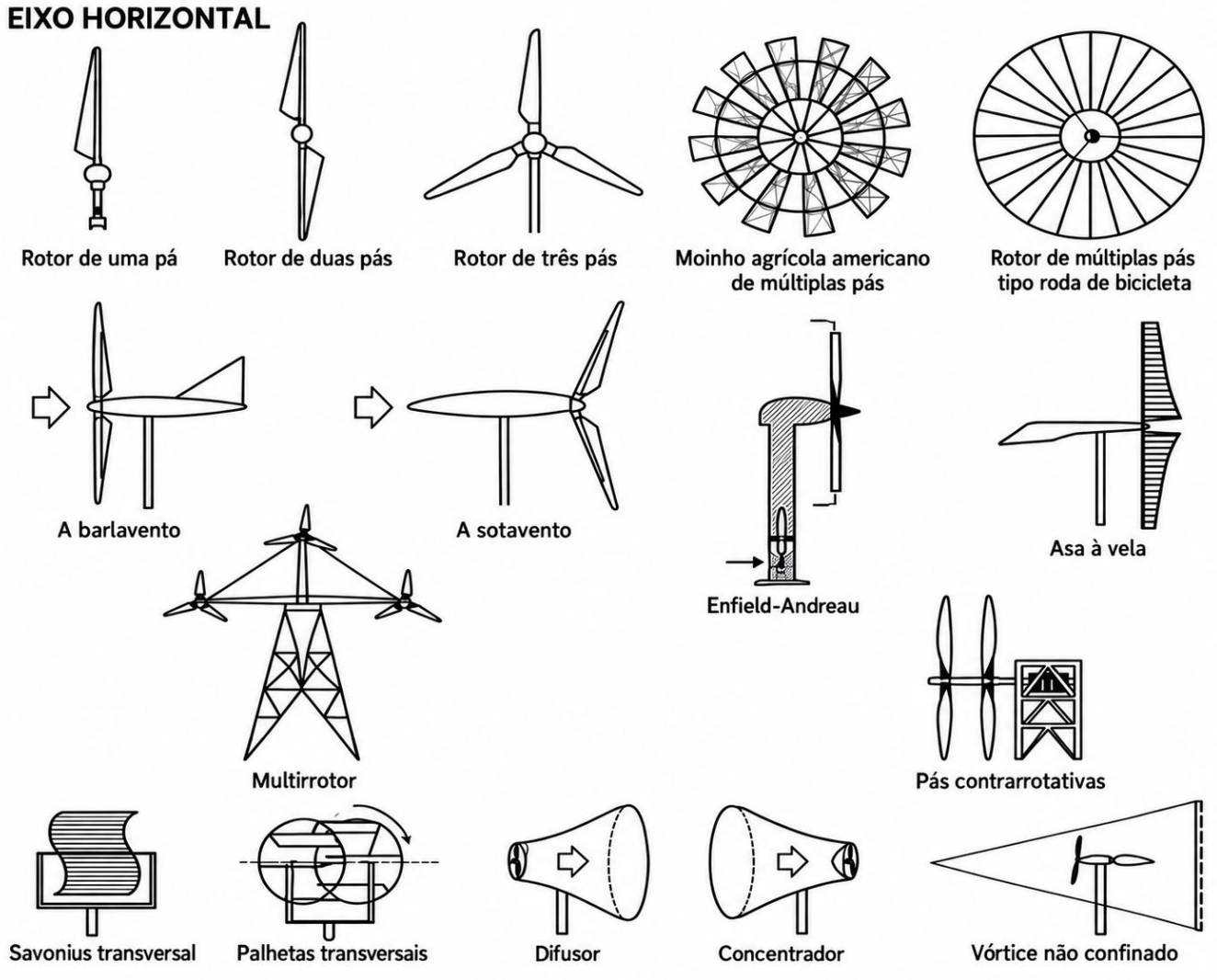


Figura 23.2 – Turbinas de eixo horizontal

Muitas destas configurações nunca passaram de protótipo; as mais comuns são as de **eixo horizontal com 3 pás**.

23.1 Tipos de Turbinas Eólicas

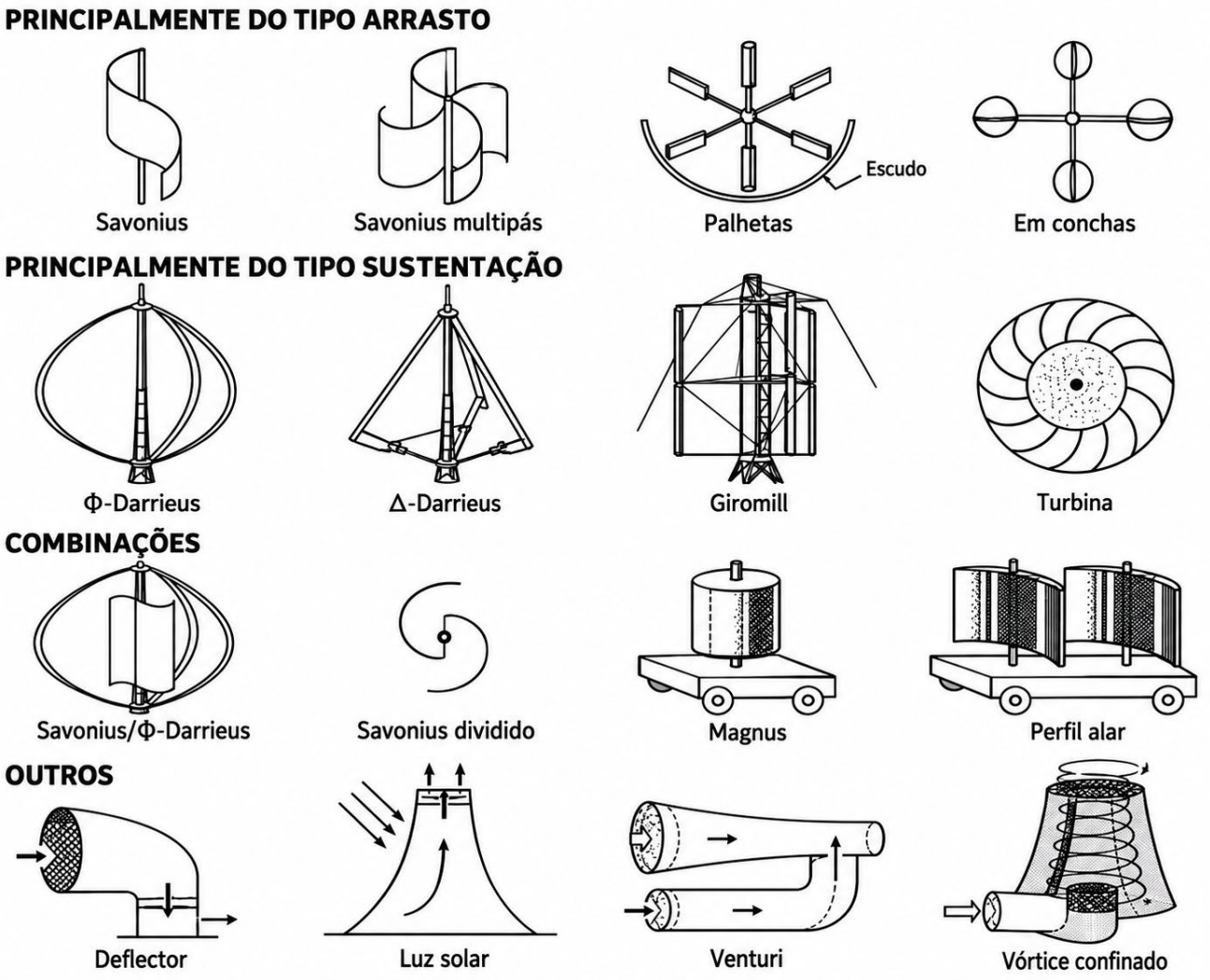


Figura 23.3 – Turbinas de eixo vertical e outras

Muitas destas configurações nunca passaram de protótipo; as mais comuns são as de **eixo horizontal com 3 pás**.

23.1 Componentes da Turbina Eólica

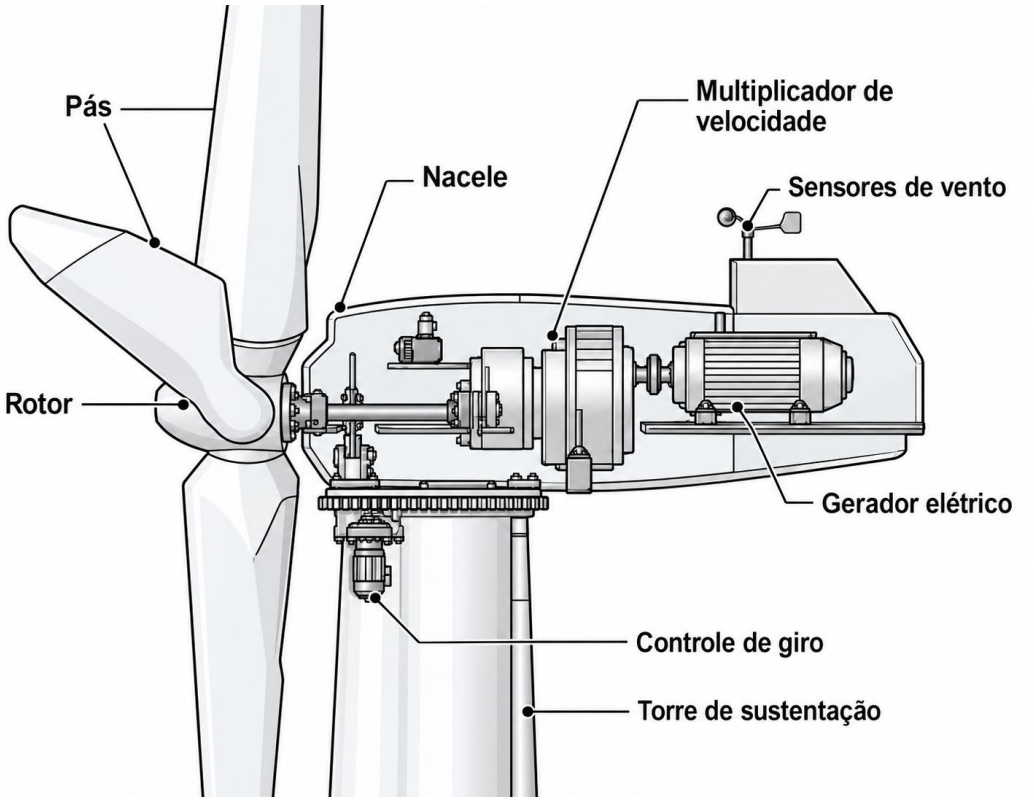


Figura 23.4 – Componentes da nacelle

- **Rotor** (pás + cubo) ligado por um veio ao **multiplicador** de velocidade e ao **gerador**, na **nacelle**.
- A nacelle tem ainda os sensores de vento, o controlo e o sistema de orientação (yaw); assenta na **torre**.

23.1 Componentes da Turbina Eólica

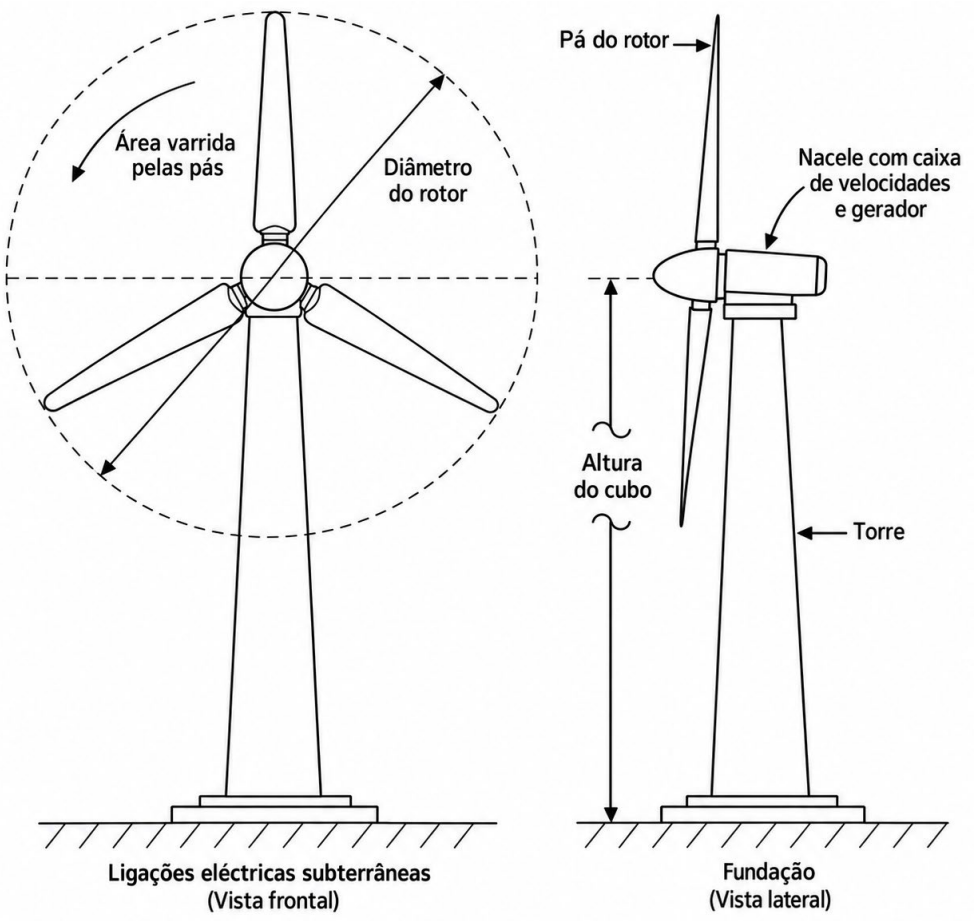


Figura 23.5 – Rotor, torre e fundação

- A **área varrida** pelas pás, $A = \pi D^2/4$, define a potência que se pode captar.

23.1 Evolução das Dimensões

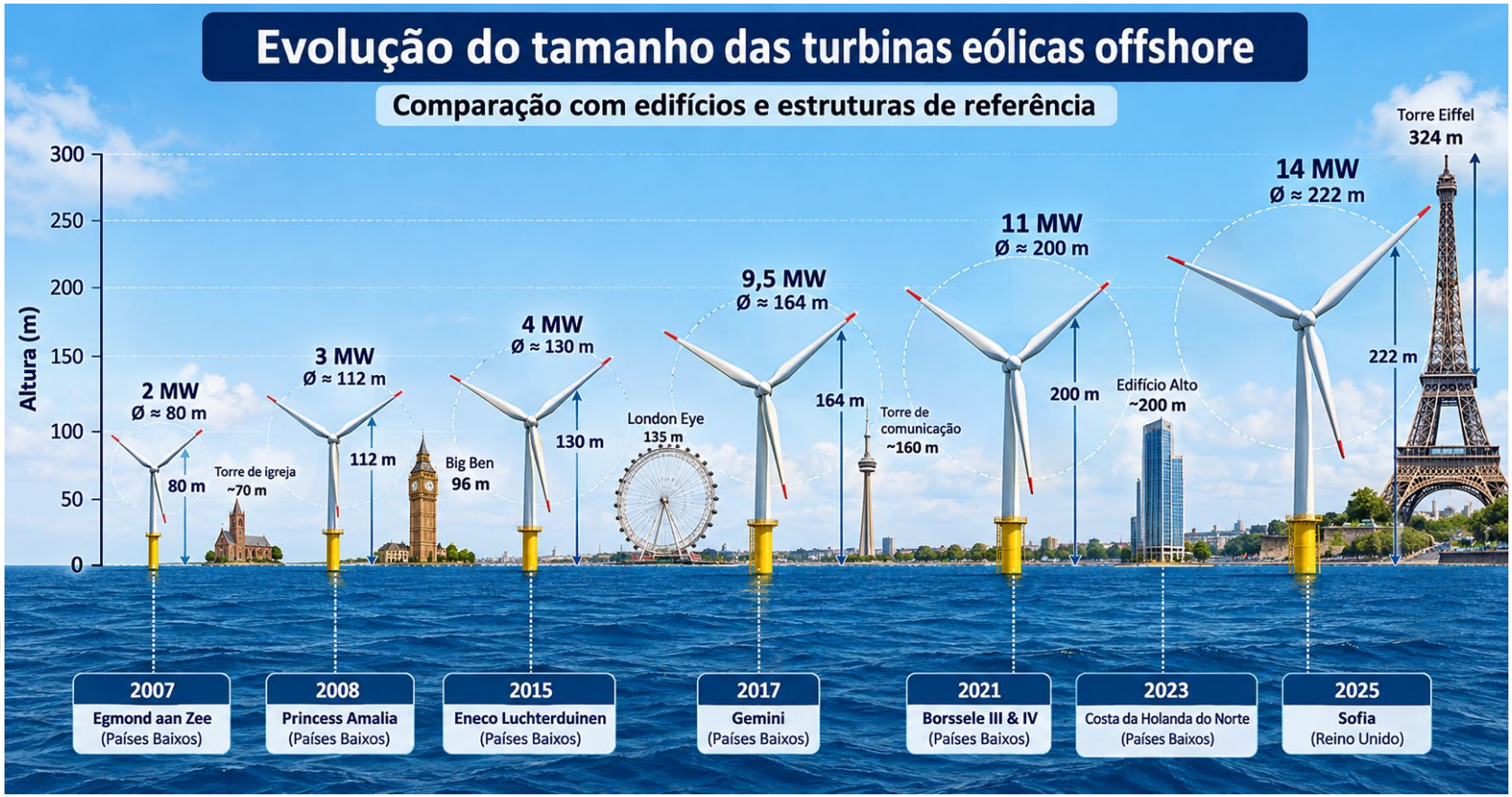
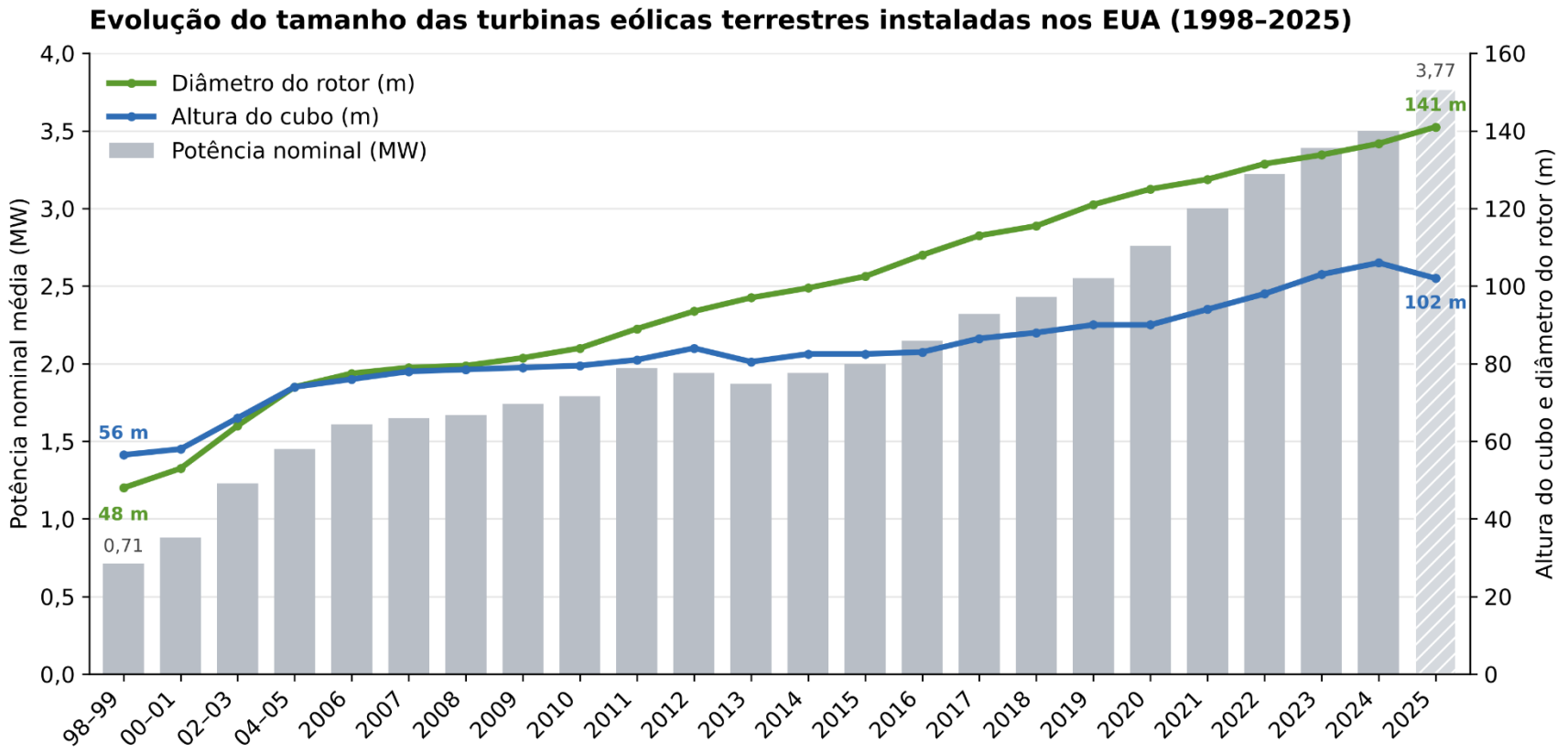


Figura 23.6 – Dimensões passadas e actuais

Como $P \propto A \cdot v^3$: rotores maiores captam mais área e torres mais altas encontram vento mais forte (lei de Hellmann).

23.1 Evolução das Dimensões



Fonte: adaptado de Wiser et al., Land-Based Wind Energy Technology Data Update: 2026 Edition (Berkeley Lab/ACP).
Médias das novas instalações em cada ano. Barra tracejada: dados de 2025 incompletos.

Figura 23.7 – Potência, altura e diâmetro

Como $P \propto A \cdot v^3$: rotores maiores captam mais área e torres mais altas encontram vento mais forte (lei de Hellmann).

23.2 Potência Disponível no Vento

Ar de caudal mássico $\dot{m}$ que atravessa a área A com velocidade V:

$$P = \frac{1}{2}\dot{m}V^2 \qquad (23.1)$$

Como $\dot{m} = \rho A V$:

$$P = \frac{1}{2}\rho A V^3 \qquad (23.2)$$

- A potência do vento é proporcional à **área varrida** e ao **cubo da velocidade**: duplicar v multiplica a potência por 8.
- Por isso a escolha do local e da altura da torre é decisiva.

23.2 Modelo de Betz: Disco Actuador

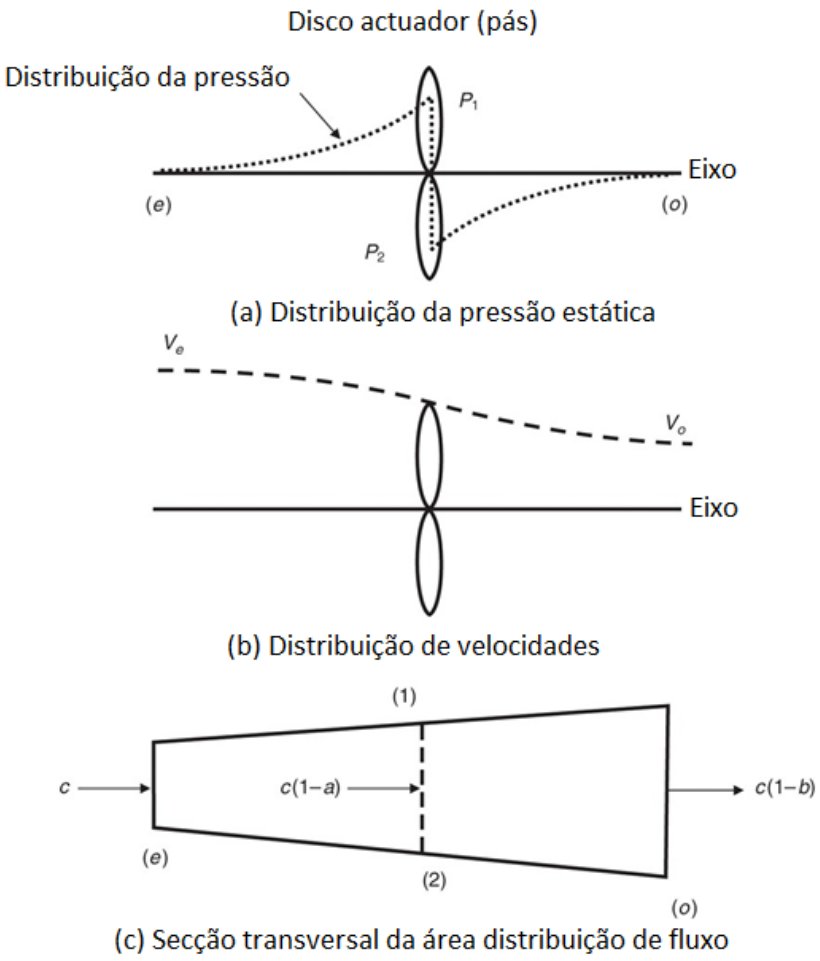


Figura 23.8 – Pressão, velocidade e área do tubo de fluxo

- Toda a extracção de energia ocorre no plano do rotor (disco), de área $A = \pi D^2/4$.
- Velocidades: c a montante (e), $c(1 - a)$ no disco e $c(1 - b)$ a jusante (o).
- A pressão sobe de P_e para P_1 antes do disco, cai para P_2 no disco e recupera até $P_o = P_e$.
- a – factor de indução axial no disco.

23.2 Modelo de Betz: Equação de Bernoulli

Bernoulli a montante e a jusante do disco:

$$P_e = \frac{1}{2}\rho c^2 = P_1 + \frac{1}{2}\rho c^2 (1-a)^2$$
$$P_2 + \frac{1}{2}\rho c^2 (1-a)^2 = P_o + \frac{1}{2}\rho c^2 (1-b)^2 \quad (23.3)$$

Diferenças de pressão:

$$\frac{P_e - P_1}{\rho} = \frac{1}{2}c^2\left[(1-a)^2 - 1\right]$$
$$\frac{P_2 - P_0}{\rho} = \frac{1}{2}c^2\left[(1-b)^2 - (1-a)^2\right] \quad (23.4)$$

Somando e usando $P_e = P_o$:

$$\frac{P_2 - P_0 + P_e - P_1}{\rho} = \frac{P_2 - P_1}{\rho} = \frac{1}{2}c^2\left[(1-b)^2 - (1-a)^2 + (1-a)^2 - 1\right]$$
$$= \frac{1}{2}c^2\left[(1-b)^2 - 1\right] \quad (23.5)$$

23.2 Modelo de Betz: Força e Potência

Força axial no disco:

$$T = (P_1 - P_2)\,A = \frac{1}{2}\rho A c^2 \left[1 - (1-b)^2\right] \qquad (23.6)$$

Conservação da quantidade de movimento:

$$T = \dot{m}\,[c - c\,(1-b)] = \rho A c^2 (1-a)\,b \quad \Rightarrow \quad b = 2a \qquad (23.7)$$

Potência extraída = força × velocidade no disco:

$$P = T\,c\,(1-a) = 2\,\rho A c^3\,a\,(1-a)^2 \qquad (23.8)$$

Máximo:

$$\frac{dP}{da} = 2\rho A c^3\,(1-a)(1-3a) = 0 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{1}{3} \qquad (23.9)$$

A velocidade no disco é a média das velocidades a montante e a jusante: no óptimo o vento sai a 1/3 da velocidade de chegada (b = 2/3).

23.2 Limite de Betz e Coeficiente de Potência

Com a = 1/3 na equação (23.8), a potência máxima é:

$$P_{\max} = \frac{8}{27}\rho A c^3 \qquad (23.10)$$

Coeficiente de potência – fracção da potência do vento que é extraída:

$$C_P = \frac{P_{ext}}{\frac{1}{2}\rho A V_{vent}^3} \qquad (23.11)$$

$$C_{P_{\max}} = \frac{\frac{8}{27}\rho A c^3}{\frac{1}{2}\rho A c^3} = \frac{16}{27} = 0,5926 \qquad (23.12)$$

- Nenhuma turbina extrai mais de **59,3%** da energia do vento.
- Turbinas modernas de 3 pás atingem $C_P \approx 0,45–0,50$; máquinas simples, 0,2–0,35.

23.2 Potência Extraída

O coeficiente de potência é o parâmetro mais importante de uma turbina eólica:

$$P_{ext} = \frac{1}{2} C_P \rho A V_{vent}^3 \qquad (23.13)$$

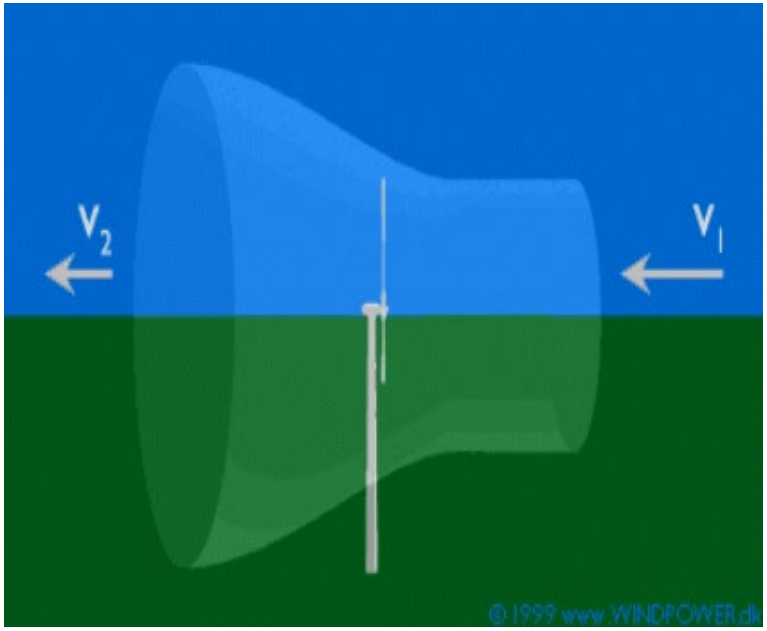


Figura 23.9 – No máximo, 59% da energia do vento é aproveitável (limite de Betz)

23.2 Potência Eléctrica e Força de Impulso

Potência eléctrica – inclui as perdas mecânicas (multiplicador) e do gerador:

$$P_{el} = \frac{1}{2}\rho A v^3 C_P \eta_{mec} \eta_{gen} \qquad (23.14)$$

Valores típicos: $\eta_{mec} \approx 0{,}95–0{,}97$; $\eta_{gen} \approx 0{,}95–0{,}97$; $C_P \cdot \eta_{mec} \cdot \eta_{gen} \approx 0{,}40–0{,}45$.

Força axial (impulso) sobre o rotor, que a torre e a fundação têm de suportar:

$$C_T = 4a(1-a) \qquad T = \frac{1}{2}\rho A v^2 C_T \qquad (23.15)$$

- No ponto de Betz (a = 1/3): $C_T = 8/9 \approx 0{,}89$.
- O impulso cresce com v^2, a potência com v^3: a turbina pára (v_{desc}) para limitar os esforços com ventos fortes.

23.2 Velocidade Específica Ω

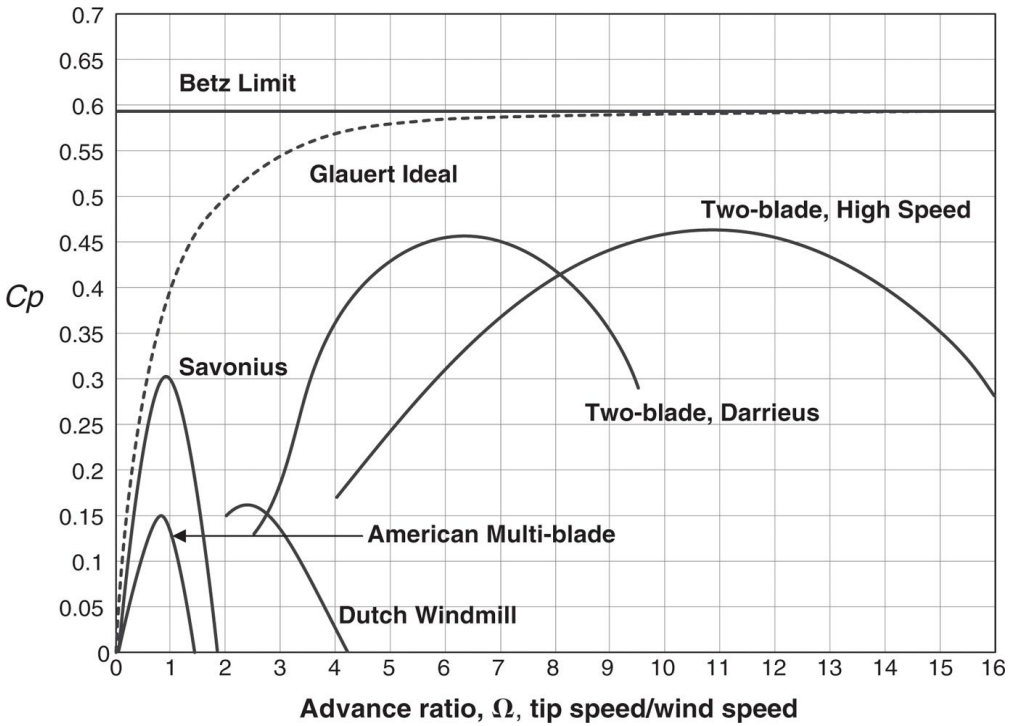


Figura 23.10 – C_P em função de Ω para vários tipos de turbina

Velocidade específica (TSR): razão entre a velocidade da ponta da pá e a do vento.

$$\Omega = \frac{r\omega}{V_{vent}} \qquad (23.16)$$

- r – raio do rotor; ω – velocidade angular; V_{vent} – velocidade do vento.
- Multipás e Savonius: C_P máximo a $\Omega \approx 1$; turbinas de 2–3 pás: $\Omega \approx 6$–8.

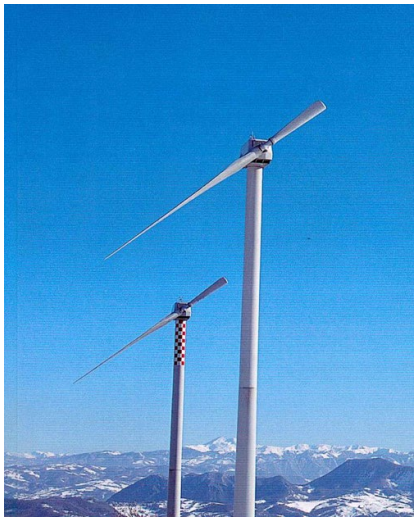
23.2 Tipos de Turbinas



Savonius



Darrieus de 2 pás



Hélice rápida de 2 pás



Moinho holandês



Multipás americano

23.3 Lei Exponencial de Hellmann

A velocidade do vento aumenta com a altura h acima do solo:

$$V_h = V_{10}\left(\frac{h}{10}\right)^{\alpha} \qquad (23.17)$$

V_{10} – velocidade a 10 m; α – expoente de Hellmann, que depende da rugosidade do terreno.

Tabela 23.1 – Expoente de Hellmann a

Terreno	α
Superfícies geladas, mar calmo, areia	0,08 – 0,12
Costa, lugares planos e abertos	0,13 – 0,16
Relva baixa, terreno descoberto	0,16
Capim alto, culturas baixas	0,18
Culturas altas, florestas baixas, terreno pouco acidentado	0,20 – 0,26
Florestas altas	0,30
Cidades, subúrbios arborizados	0,25 – 0,45

23.3 Perfil Vertical do Vento

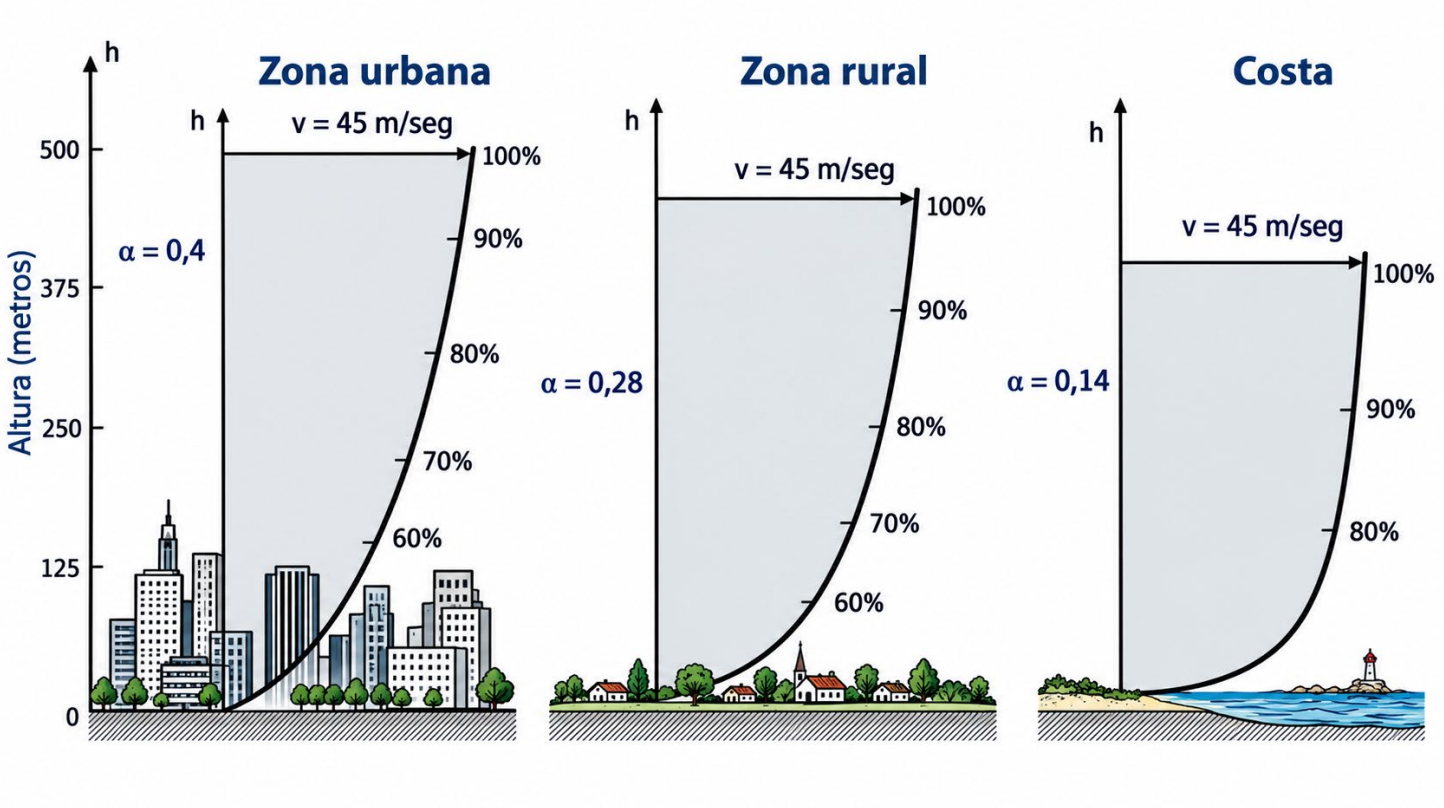


Figura 23.11 – Perfis de velocidade em zona urbana, rural e costa

Velocidade média anual:

$$V = \frac{1}{8760}\int_0^{8760} v\,dt \qquad (23.18)$$

Intensidade energética:

$$\frac{N_{vento}}{A} = I_h = I_{10}\left(\frac{h}{10}\right)^{3\alpha} = I_{10}\left(\frac{v_h}{v_{10}}\right)^3 \qquad (23.19)$$

23.3 Curva de Potência da Turbina

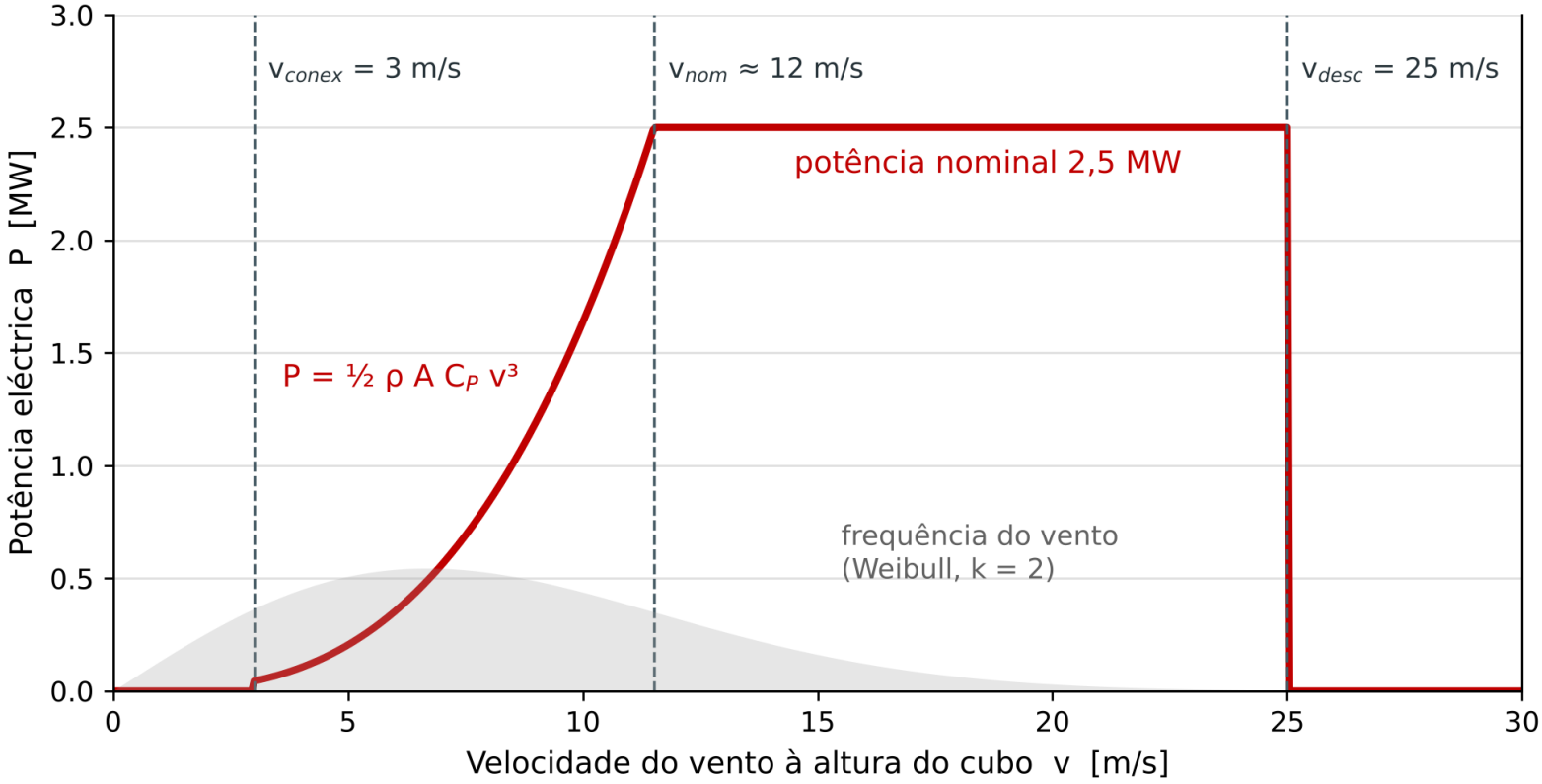


Figura 23.12 – Curva de potência típica (turbina de 2,5 MW, D = 90 m)

v_{conex} – começa a produzir; v_{nom} – atinge a potência nominal, que depois se mantém; v_{desc} – pára por segurança.

23.4 Distribuição de Weibull

Frequência relativa de cada velocidade v (k – forma; c – escala):

$$h(v,k,c) = \frac{k}{c}\left(\frac{v}{c}\right)^{k-1} \exp\left[-\left(\frac{v}{c}\right)^{k}\right] \qquad (23.20)$$

Velocidade média:

$$V_{med} = \int_0^{\infty} h(v,k,c)\cdot v \cdot dv \qquad (23.21)$$

Potência disponível por m²:

$$P_{disp} = \int_0^{\infty} \frac{1}{2}\cdot \rho . h(v,k,c)\cdot v^3 \cdot dv \qquad (23.22)$$

Velocidade "cúbica" média:

$$V_{mc} = \sqrt[3]{\int_0^{\infty} h(v,k,c)\cdot v^3 \cdot dv} \qquad (23.23)$$

- Com k = 2, obtém-se a distribuição de Rayleigh, frequentemente utilizada quando se conhece apenas a velocidade média.
- A energia depende de v^3: V_{mc} é sempre maior do que V_{med} ($\approx 1{,}24\ V_{med}$ para k = 2).

23.4 Weibull: Expressões Práticas

Na prática não se integra: usam-se as expressões fechadas com a função Γ.

Velocidade média: $$V_{med} = c\,\Gamma\left(1+\frac{1}{k}\right) \quad (23.24)$$

Velocidade cúbica média: $$V_{mc}^{3} = c^{3}\,\Gamma\left(1+\frac{3}{k}\right) \quad (23.25)$$

Factor de forma (σ – desvio-padrão): $$k \approx \left(\frac{\sigma}{V_{med}}\right)^{-1,086} \quad (23.26)$$

Probabilidade de exceder v: $$P\,(V > v) = \exp\left[-\left(\frac{v}{c}\right)^{k}\right] \quad (23.27)$$

k	1,5	2,0	2,5	3,0
V_{med} / c	0,903	0,886	0,887	0,893
V_{mc} / V_{med}	1,38	1,24	1,17	1,13

23.4 Energia Anual e Factor de Capacidade

Densidade de potência média anual disponível:

$$P_{disp} = \frac{1}{2}\rho V_{mc}^3 \qquad (23.28)$$

Energia produzida por ano – curva de potência P(v) da turbina × frequência do vento:

$$E = 8760 \int_0^{\infty} P(v)\, h(v, k, c)\, dv \quad \text{[Wh/ano]} \qquad (23.29)$$

Factor de capacidade – fracção do ano equivalente a funcionar à potência nominal:

$$FC = \frac{E}{P_{nom} \times 8760} \qquad (23.30)$$

- A curva P(v) já inclui C_p, os rendimentos e as velocidades v_{conex}, v_{nom} e v_{desc}.
- Valores típicos de FC: 25 – 45% em terra (média mundial ≈ 34%); 40–50% no mar.

23.5 Relação de Velocidade Periférica Ω

Conhecidos o vento V_{vent}, o raio R e a rotação n [rpm], a velocidade específica (SR = Ω) é:

$$SR = \frac{2 \cdot \pi \cdot R \cdot n}{60 \cdot k \cdot V_{vent}} = \frac{\pi \cdot R \cdot n}{30 \cdot k \cdot V_{vent}} \qquad (23.31)$$

k = 1 (m/s e m); k = 0,278 (km/h e m); k = 1,47 (mph e ft); k = 1 (ft/s e ft)

Tabela 23.2 - Máquinas de eixo horizontal

Tipo de máquina	Ω	Tipo de pá	C_L/C_D
Bombeamento de água	1	Placa plana	10
	1	Placa curva	20-40
	1	Asa de tela	10-25
Pequenos geradores eólicos	3-4	Perfil simples	10-50
	4-6	Perfil abaulado	20-100
Geradores eólicos grandes	3-5	Asa de tela	20-30
	5-15	Perfil abaulado	20-100

23.6 Factor de Actividade FA

Mede a capacidade estrutural do rotor para gerar energia:

$$FA = \frac{100\,000}{32} \int_{raiz}^{ponta} \frac{L}{R} \left(\frac{r}{R}\right)^3 d\left(\frac{r}{R}\right) \qquad (23.32)$$

- L – corda média da pá; R – raio do rotor; r – distância ao eixo.
- Valores admissíveis: **15 a 60**. Abaixo de 15 as pás são demasiado esbeltas e estruturalmente frágeis.
- FA grande → pás largas; FA pequeno → pás esbeltas.
- FA > 15 corresponde a $\Omega \approx 6{,}5\text{–}10$, $D/L \approx 60$ e $C_N \approx 0{,}4$.

23.7 Rendimento Aerodinâmico

Razão entre a potência gerada e a potência do vento que atravessa o rotor:

$$\eta_{aerod} = \frac{P}{\frac{\rho A v^3}{2}}$$

O rendimento aumenta com Ω e com o número de pás, mas tende para um patamar abaixo do limite de Betz.

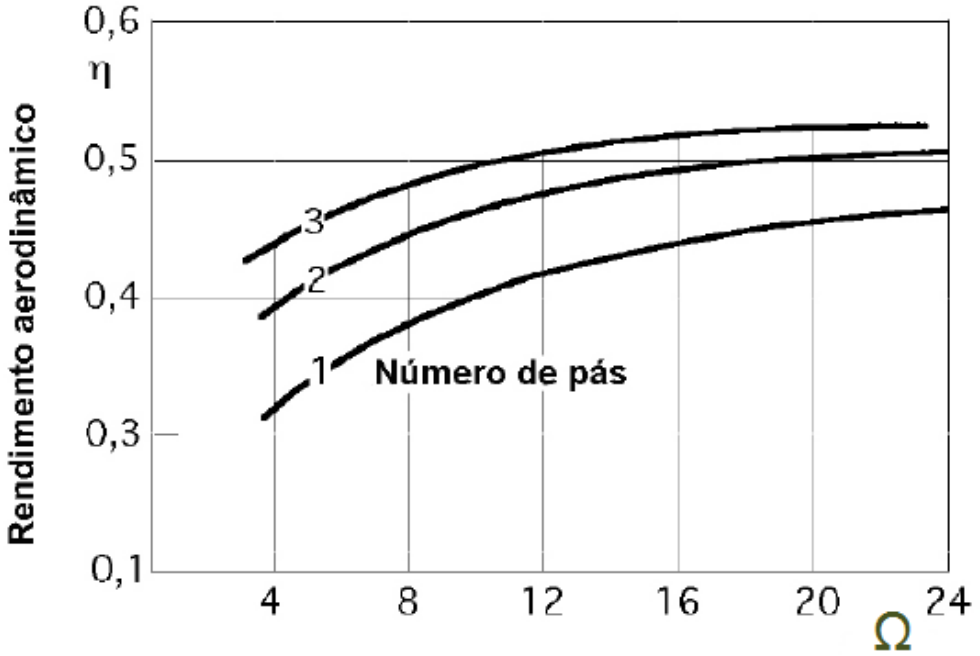


Figura 23.13 – η_{aerod} em função de Ω e do número de pás ($D/L \rightarrow \infty$)

23.8 Coeficiente de Torque CM

Define-se o coeficiente de torque pela equação:

$$C_M = \frac{C}{\frac{1}{2}\rho A v^3 \frac{R}{v}} = \frac{C}{\frac{1}{2}\rho A v^2 R} = \frac{\frac{P_{util}}{P_{vento}}}{\frac{R\omega}{v}} = \frac{\eta_{aerod}}{\Omega} = \frac{C_N}{\Omega} \quad (23.34)$$

Para um rotor de hélice ($A = \pi R^2$):

$$C_M = \frac{C}{\frac{1}{2}\pi\rho v^2 R^3} \quad (23.35)$$

Em função do coeficiente de potência C_N:

$$C_M = \frac{P_u}{\omega} = \frac{\eta_{aerod} P_{vento}}{\omega} = \frac{C_N P_{vento}}{\omega} \quad (23.36)$$

23.8 Classificação das Máquinas Eólicas

1. Multipás e Savonius têm o rendimento máximo a Ω pequeno: giram devagar e arrancam com vento fraco, com grande binário.
2. Darrieus e hélices de 2–3 pás têm maior rendimento aerodinâmico e, portanto, maior potência útil.
3. O rendimento fica sempre abaixo do limite de Betz e só se aproximaria dele com $\Omega \rightarrow \infty$.
4. $\Omega > 3{,}5$: as pás trabalham sobretudo por **sustentação** (forças aerodinâmicas de elevação); $\Omega < 3{,}5$: sobretudo por **arrasto**.

23.9 Área Frontal Varrida

- Superfície varrida pelas pás, perpendicular ao vento. Para um rotor de hélice de diâmetro d:
- Dimensionamento: fixa-se a energia a gerar, avalia-se o recurso eólico do local e calcula-se a área necessária e, daí, o comprimento das pás.

$$A = \frac{\pi d^2}{4} \tag{23.37}$$

Potência útil e área necessária:

$$P_{util} = P_{vento}\eta_{aerod} = \frac{1}{2}\rho A v^3 \eta_{aerod} \tag{23.38}$$

$$A = \frac{2\,P_{util}}{\rho\, v^3\, \eta} \tag{23.39}$$

23.9 Densidade do Ar e Eficiência

Densidade do ar no local (p – pressão, T – temperatura absoluta, z – altitude em m):

$$\rho = \frac{p}{R_{ar}\,T} \approx 1{,}225\; e^{-z/8434} \quad [\mathrm{kg/m^3}] \qquad (23.40)$$

R_{ar} = 287 J/(kg·K). Ex.: Lichinga (≈ 1 360 m) → ρ ≈ 1,04 kg/m³, cerca de 15% menos do que ao nível do mar.

Tabela 23.3 – Eficiência estimada de máquinas eólicas (η na eq. 23.39)

Máquina eólica	Eficiência em %	
	Construção simplificada	Projeto ótimo
Bomba dágua multipá	10	30
Bomba dágua multipá de tela	10	25
Bomba dágua Darrieus	15	30
Aerogerador Savonius	10	20
Aerogeradores pequenos ($< 2kW$)	20	30
Aerogeradores médios (2 a 10kW)	20	30
Aerogeradores grandes ($> 10kW$)	—	30 a 40
Gerador Darrieus	15	35

23.10 Tamanho das Pás e Solidez Cs

Área total das pás = Z·S = C_S × A

A solidez é a razão entre a área das pás (S = R·L por pá) e a área varrida.

Área de cada pá = área total / Z.

$$Cs = \frac{ZS}{\pi R^2} = \frac{ZLR}{\pi R^2} = \frac{ZL}{\pi R} \qquad (23.41)$$

C_S varia em sentido inverso de Ω: rotores rápidos têm poucas pás e esbeltas; multipás lentos têm solidez elevada.

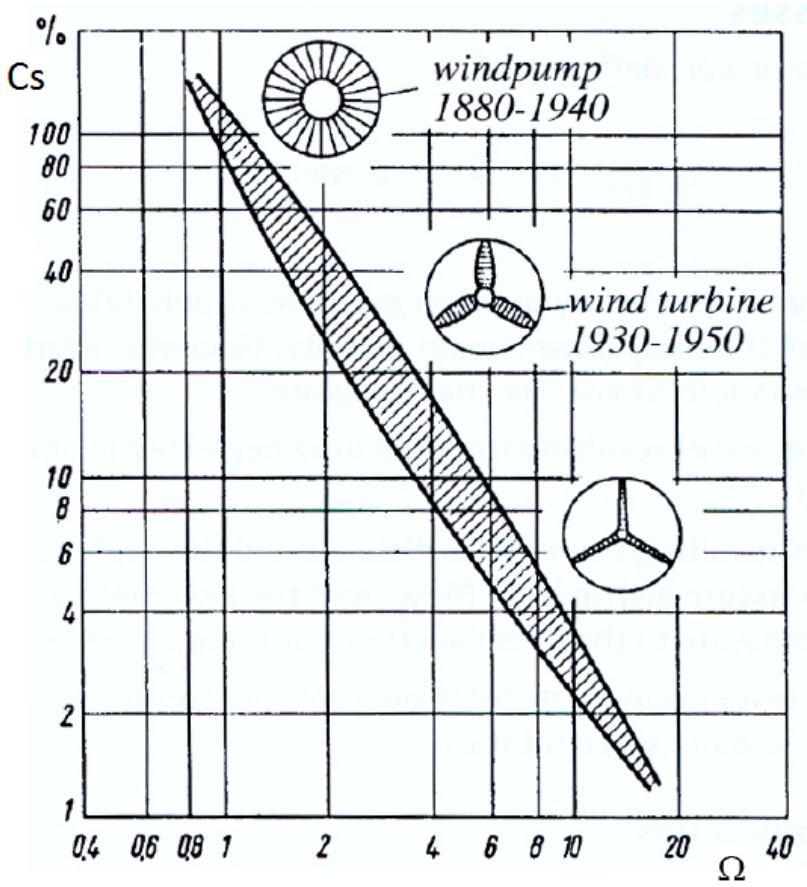


Figura 23.14 – Solidez C_S em função de Ω

23.11 Força Centrífuga

Tende a arrancar as pás do cubo. Para uma pá de massa m com centro de gravidade a r_G do eixo:

$$F_{cent} = \frac{m\,u_G^2}{r_G} = m\,r_G\left(\frac{\pi n}{30}\right)^2 = \frac{m\,(\Omega_G\,v)^2}{r_G} \quad [\mathrm{N}] \qquad (23.42)$$

- u_G – velocidade tangencial no centro de gravidade; n – rotação [rpm]; Ω_G – relação de velocidades a r_G.
- Com Ω fixo, F_{cent} cresce com o **quadrado** da velocidade do vento: uma rajada aumenta-a muito.
- Verificar: (1) a velocidade máxima do vento antes de o regulador limitar a rotação; (2) a sobrevelocidade se o regulador falhar.
- Máquinas pequenas suportam até ≈ 50% de excesso de rotação; as grandes ficariam destruídas.

23.12 Momentos Flector e Torsor

Momento flector – forças aerodinâmicas paralelas ao eixo, aplicadas a r_G:

$$M_{flector} = r_G F_{aerod} \tag{23.43}$$

Momento torsor (binário motor), com $\omega = 2\Omega v/d$:

$$M_{torsor} = \frac{P_{util}}{\omega} = \frac{P_{util}\, d}{2\,\Omega\, v} \quad [\mathrm{N \cdot m}] \tag{23.44}$$

Forma prática, com P_{util} em kW, d em m, v em m/s e M em kgf·m:

$$M_{torsor} = \frac{51 P_{util} d}{\Omega \cdot v} \tag{23.45}$$

- O esforço máximo (e a fadiga) está no **encastramento da pá no cubo**.
- Binário por pá = binário total / Z; usar a potência no eixo do rotor, não na saída do gerador.

23.14 Energia Eólica em Moçambique

- O melhor recurso está na **faixa costeira** e nas **zonas altas** do Sul e do Centro, onde o vento médio a 80–100 m pode atingir 6–8 m/s.
- **Central eólica da Namaacha** (província de Maputo, ≈ 87 km de Maputo): 120 MW, em fase final de desenvolvimento (Globeleq / Source Energia).
- Aplicações de pequena escala: bombagem de água com multipás e carregamento de baterias em zonas rurais isoladas.
- A eólica complementa a hídrica (Cahora Bassa) e a solar: o vento é muitas vezes mais forte à noite e na estação seca.

Exemplo 23.1 – Turbina em Maputo (1)

Dados (ilustrativos): $V_{10} = 6$ m/s; terreno com relva baixa ($a = 0{,}16$); cubo a 80 m; rotor $D = 90$ m; $C_P = 0{,}42$; $\Omega = 7$; $\varrho = 1{,}225$ kg/m³.

Grandeza	Cálculo	Resultado
Vento à altura do cubo (23.17)	$6 \times (80/10)^{0{,}16}$	8,37 m/s
Área varrida (23.37)	$\pi \times 90^2 / 4$	6 362 m²
Potência do vento (23.2)	$0{,}5 \times 1{,}225 \times 6\,362 \times 8{,}37^3$	2,28 MW
Máximo de Betz (23.12)	$0{,}593 \times 2{,}28$	1,35 MW
Potência extraída (23.13)	$0{,}42 \times 2{,}28$	**0,96 MW**
Velocidade angular (23.16)	$7 \times 8{,}37 / 45$	1,30 rad/s = 12,4 rpm
Binário no veio (23.44)	959 kW / 1,30	737 kN·m

Exemplo 23.1 – Turbina em Maputo (2)

Vento com distribuição de Rayleigh ($k = 2$) e média 8,37 m/s à altura do cubo; turbina de 2,5 MW com a curva da Figura 23.12.

Grandeza	Cálculo	Resultado
Factor de escala c (23.24)	$8{,}37 \,/\, \Gamma(1{,}5) = 8{,}37 \,/\, 0{,}886$	9,44 m/s
Velocidade cúbica média (23.25)	$c \times [\Gamma(2{,}5)]^{1/3}$	10,38 m/s
Densidade de potência (23.28)	$0{,}5 \times 1{,}225 \times 10{,}38^3$	686 W/m²
Energia anual (23.29)	$8760 \int P(v) \cdot h(v)\, dv$	**9,7 GWh/ano**
Factor de capacidade (23.30)	9,67 GWh / (2,5 MW × 8760 h)	44%

Um local com vento médio de 8,4 m/s a 80 m é muito bom; a média mundial em terra é ≈ 34%.

23.15 Vantagens e Desvantagens

Vantagens

- Sem combustível nem emissões na operação.
- Energia mais barata em terra (≈ 0,034 USD/kWh em 2024).
- Construção rápida e modular; o terreno continua a servir para agricultura ou pastagem.

Desvantagens

- Produção intermitente: factor de capacidade ≈ 25–45%; exige reserva ou armazenamento.
- Investimento inicial elevado e acesso à rede.
- Ruído de baixa frequência e impacto visual perto de habitações.
- Risco para aves e morcegos em rotas migratórias; interferência pontual em sinais de TV e radar.

23.16 Maiores Parques Eólicos



a) Em terra: Gansu Wind Farm (China ≈ 20 GW)



b) Hollandse Kust Zuid (Países Baixos, ≈ 1,5 GW)



c) O maior parque eólico offshore do mundo, localizado Yangjiang Shaba (China, ≈ 1,7 GW)

Figura 23.15 – Maiores parques eólicos