Sistemas Energéticos

3º ano 6º semestre

Aula 24

Aula 24: Energia Eólica (Prática)

Problemas desta aula

Problema	Tema	Equações (Aula 23)
24.1	Potência do vento, limite de Betz, rotação, binário e impulso	23.2 · 23.12 · 23.13 · 23.15 · 23.16
24.2	Coeficiente de potência de uma turbina comercial (Vestas V52)	23.13 · 23.16 · curva P(v)
24.3	Parque eólico para uma comunidade: n.º de turbinas e área	23.2 · 23.13 · 23.37
24.4	Recurso eólico: Hellmann, Weibull, energia anual e FC	23.17 · 23.24–23.30
24.5	Dimensionamento de um pequeno aerogerador em Lichinga	23.39–23.45

No fim: síntese, erros frequentes e problemas propostos com respostas.

FORMULÁRIO DA AULA 23 (1)

Grandeza	Expressão	Eq.
Potência do vento	$P = \frac{1}{2} \rho A v^3$	23.2
Limite de Betz	$C_{P,máx} = 16/27 = 0{,}593$	23.12
Potência extraída	$P = C_P \cdot \frac{1}{2} \rho A v^3$	23.13
Potência eléctrica	$P_{el} = C_P \eta_{mec} \eta_{gen} \cdot \frac{1}{2} \rho A v^3$	23.14
Força axial (impulso)	$T = C_T \cdot \frac{1}{2} \rho A v^2$	23.15
Velocidade específica	$\Omega = \omega R / v = \pi R n / (30 v)$	23.16 / 23.31
Área varrida	$A = \pi D^2 / 4$	23.37
Densidade do ar	$\rho = p / (R_{ar} T) \approx 1{,}225\ e^{-z/8434}$	23.40

T em kelvin, $R_{ar} = 287\ J/(kg \cdot K)$; ω em rad/s; n em rpm ($\omega = 2\pi n/60$).

FORMULÁRIO DA AULA 23 (2)

Grandeza	Expressão	Eq.
Lei de Hellmann	$v_h = v_{10}\,(h/10)^{\alpha}$	23.17
Weibull: velocidade média	$V_{med} = c \cdot \Gamma(1 + 1/k)$	23.24
Weibull: velocidade cúbica média	$V_{mc} = c \cdot [\Gamma(1 + 3/k)]^{1/3}$	23.25
Factor de forma	$k \approx (\sigma / V_{med})^{-1,086}$	23.26
Probabilidade de exceder v	$P(V > v) = \exp[-(v/c)^k]$	23.27
Energia anual / factor de capacidade	$E = 8760 \int P(v)\, h(v)\, dv$; $FC = E/(P_{nom} \cdot 8760)$	23.29–30
Binário (momento torsor)	$M = P/\omega = P\, d / (2\, \Omega\, v)$	23.36 / 23.44
Área necessária	$A = 2\, P_{útil} / (\rho\, v^3\, \eta)$	23.39
Solidez	$C_S = Z\, S / (\pi\, R^2)$	23.41
Força centrífuga numa pá	$F = m\, r_G\, \omega^2$	23.42

Valores úteis: $\Gamma(1,5) = 0,886$; $\Gamma(2,5) = 1,329$; *1 acre* $= 4\,046,9\ m^2$

Prof. Doutor Engº Jorge Nhambiu ◊ Sistemas Energéticos

PROBLEMA 24.1

Vento à velocidade de 15 m/s, temperatura de 20 ºC e pressão de 101,3 kPa atinge uma turbina eólica de duas pás com 15 m de diâmetro. Admita C_P = 0,45 e Ω = 11. Calcule:

a) A potência disponível do vento;

b) A potência máxima extraída;

c) A potência possível da turbina;

d) A velocidade de rotação da turbina em rpm;

e) O binário (torque) a que a turbina está sujeita;

f) A força axial (impulso) sobre o rotor, admitindo C_T = 0,8.

Prof. Doutor Engº Jorge Nhambiu ◊ Sistemas Energéticos

PROBLEMA 24.1- RESOLUÇÃO

Dados:

v = 15 m/s

P = 101300 Pa

d = 15 m

T = 20 °C

R = 287 J/kg.K

a) A potência disponível do vento determina-se de:

$$\rho = \frac{P}{RT} = 101300 / (287 \times 293) = 1{,}205 \text{ kg/m}^3 \quad \text{(eq. 23.40)}$$

$P_{vento} = ½ \rho A v^3 = P \pi d^2 v^3 / (8 R T)$ (eq. 23.2)

$P_{vento} = 101300 \times \pi \times 15^2 \times 15^3 / (8 \times 287 \times 293) = 359{,}2$ kW

PROBLEMA 24.1- RESOLUÇÃO

b) Potência máxima extraída – limite de Betz (eq. 23.12):

$$P_{Beltz} = Cp_{Beltz} \cdot P_{vento} = 0{,}593 \cdot 359{,}233 = 212{,}881\ kW$$

c) Potência possível da turbina (eq. 23.13):

$$P_{poss} = Cp_{turbina} \cdot P_{vento} = 0{,}45 \cdot 359{,}233 = 161{,}655\ kW$$

d) Velocidade de rotação (eq. 23.16):

$$\Omega = \frac{r\omega}{v} = 11$$

Para uma hélice rápida de 2 pás admite-se $\Omega = 11$ (Figura 23.10 e Tabela 23.2 da Aula 23). Com R = 7,5 m:

$$\Omega = \frac{r\omega}{V_{vent}} \Rightarrow \omega = \frac{\Omega V_{vent}}{r}$$

$$\omega = \frac{11 \cdot 15}{7{,}5} = 22 \left[\frac{1}{s}\right]$$

PROBLEMA 24.1- RESOLUÇÃO

$$rpm = \omega \frac{60}{2\pi} = 210{,}085\ rpm$$

e) Binário no veio (eq. 23.36):

$$\tau = \frac{P_{poss}}{\omega} = \frac{161655}{22} = 7348\left[N \cdot m\right]$$

f) Força axial (impulso) sobre o rotor (eq. 23.15):

$$\mathbf{T = C_T \cdot \tfrac{1}{2}\, \rho\, A\, v^2 = 0{,}8 \times 0{,}5 \times 1{,}205 \times 176{,}7 \times 15^2 \approx 19{,}2\ kN}$$

O rotor gira a ≈ 210 rpm: rotor pequeno ⇒ rotação alta e binário moderado (7,3 kN·m). Os rotores grandes giram a 10–20 rpm, com binários de centenas de kN·m.

PROBLEMA 24.2

Calcule o coeficiente de potência Cp para uma turbina Vestas V52-850 kW, para velocidades do vento de 10 m/s e 15 m/s. Considere a relação de velocidade periférica de 10 e as especificações da turbina:

Velocidade mínima admissível = 4 m/s

Velocidade máxima admissível = 25 m/s

Velocidade nominal = 16 m/s

Área varrida = 2124 m^2

Velocidade angular do rotor (tabelada) = 14 – 31,4 rpm

Outros dados:

P = 101300 Pa

T = 303 K

R = 287 J/kg.K

$$\rho = \frac{P}{RT} = \frac{101300}{287 \cdot 303} = 1{,}165\ kg/m^3$$

Prof. Doutor Engº Jorge Nhambiu ◊ Sistemas Energéticos

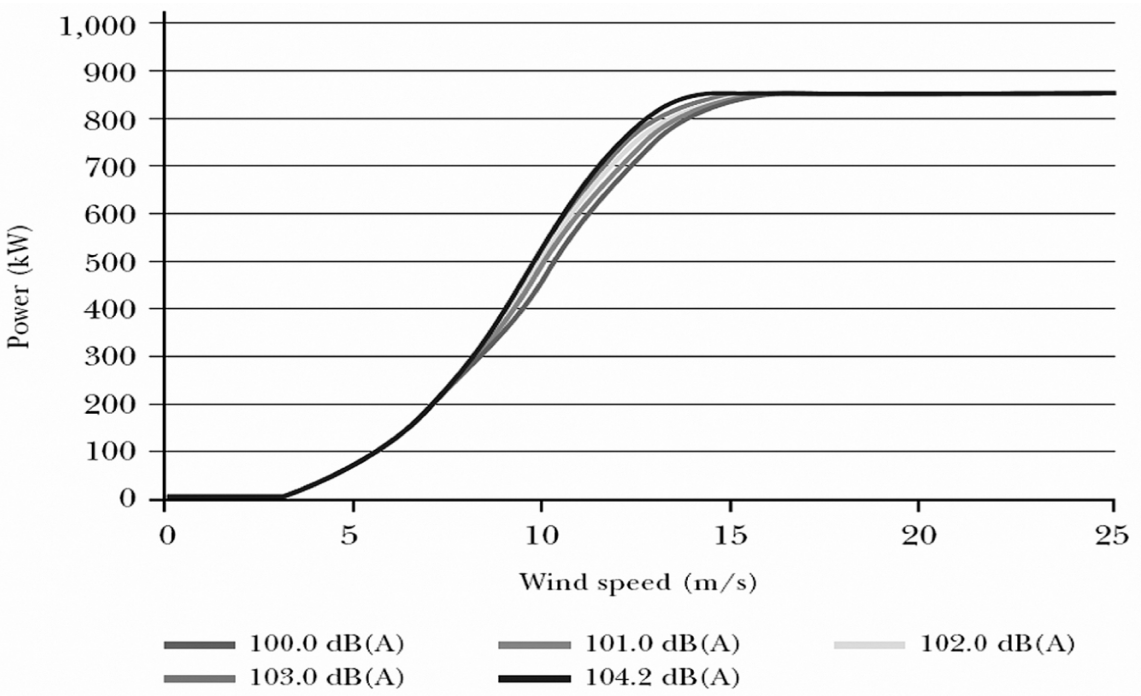
PROBLEMA 24.2 - RESOLUÇÃO

$$A = \frac{\pi d^2}{4} \rightarrow d = \sqrt{\frac{4 \cdot 2124}{\pi}} = 52\ m$$

Para v = 10 m/s:

$$P_{vento} = \frac{\rho A v^3}{2} = \frac{1{,}165 \cdot 2124 \cdot 10^3}{2} = 1{,}237 \cdot 10^3\ kW$$

Do gráfico lê-se a **potência de 500 kW (v=10 m/s) e 840 kW (v= 15 m/s).**



PROBLEMA 24.2 - RESOLUÇÃO

E calcula-se o coeficiente de potência **para a velocidade de 10 m/s**

$$C_p = \frac{P_{turb}}{P_{vento}} = \frac{500}{1237} = 0{,}404$$

E considerando a relação de velocidade dada, a velocidade angular será:

$$\omega = \frac{\Omega v}{r} = \frac{10 \cdot 10}{26} = 3{,}846 \ \ 1/s$$

$$rpm = \omega \frac{60}{2\pi} = 36{,}73 \ rpm$$

PROBLEMA 24.2 - RESOLUÇÃO

Para velocidade de 15 m/s

$$P_{vento} = \frac{\rho A v^3}{2} = \frac{1{,}165 \cdot 2124 \cdot 15^3}{2} = 4{,}175 \cdot 10^3 \ kW$$

Coeficiente de potência a 15 m/s:

$$C_p = \frac{P_{turb}}{P_{vento}} = \frac{840}{4175} = 0{,}201$$

E considerando a relação de velocidade dada, a velocidade angular será:

$$\omega = \frac{\Omega v}{r} = \frac{10 \cdot 15}{26} = 5{,}769 \ \ 1/s$$

$$rpm = \omega \frac{60}{2\pi} = 55{,}092 \ rpm$$

PROBLEMA 24.2 - DISCUSSÃO

	v = 10 m/s	v = 15 m/s
P_{vento}	1 237 kW	4 175 kW
$P_{turbina}$ (curva)	500 kW	840 kW
C_P	0,404	0,201
n com $\Omega = 10$	36,7 rpm	55,1 rpm
Ω real a 31,4 rpm	8,5	5,7

- A 10 m/s, $C_P = 0{,}404$ (≈ 68% do limite de Betz): a turbina opera perto do C_P máximo, na zona em que $P \propto v^3$.
- A 15 m/s a potência já está quase no valor nominal (840 de 850 kW): o sistema de passo (pitch) rejeita o excesso de vento e C_P baixa para 0,201.
- Com $\Omega = 10$ as rotações excedem o máximo tabelado (31,4 rpm). $\Omega = 10$ é típico de rotores de 2 pás; a V52 tem 3 pás e opera com $\Omega \approx 6$–8,5.

PROBLEMA 24.3

Uma turbina com rotor de 40 m de diâmetro tem um coeficiente de potência de 0,3 quando a velocidade do vento é de 8 m/s. A turbina é usada num parque eólico que deve abastecer uma comunidade de 100 mil habitantes (cada residência tem 4 membros e consome, em média, 3 kW). As turbinas dispostas perpendicularmente à direcção do vento estão espaçadas a 2,4 × o diâmetro do rotor, e as dispostas na direcção do vento estão espaçadas a 8 × o diâmetro do rotor. A densidade do ar na zona é de 1,2 kg/m^3 e o número de filas de turbinas na direcção do vento é de 10. Pretende-se calcular:

PROBLEMA 24.3

a) A potência produzida por uma turbina.

b) O número de turbinas necessárias no parque eólico.

c) A área ocupada pelo parque eólico em acres.

d) Se cada casa ocupar 0,25 acres, compare a área da comunidade com a área do parque eólico.

e) Que lição se tira quanto à localização de parques eólicos junto das comunidades?

PROBLEMA 24.3 - RESOLUÇÃO

Dados:

d = 40 m

v = 8 m/s

CP = 0,3

ρ = 1,2 kg/m³

$$\rho = 1{,}2\ kg/m^3$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 40^2}{4} = 1257\ m^2$$

a) Potência do vento (eq. 23.2):

$$P_{vento} = \frac{\rho A v^3}{2} = \frac{1{,}2 \cdot 1257 \cdot 8^3}{2} = 386{,}039\ kW$$

b) Potência da turbina (eq. 23.13):

$$P_{poss} = Cp_{turbina} \cdot P_{vento} = 0{,}3 \cdot 386{,}039 = 115{,}812\ kW$$

PROBLEMA 24.3 - RESOLUÇÃO

c) Potência pedida pela comunidade:

$$P_{total} = \frac{100000}{4} \cdot 3\ kW = 7{,}5 \cdot 10^4\ kW$$

d) Número de turbinas necessárias:

$$N_{turb} = \frac{7.5 \cdot 10^4}{115{,}812} = 647{,}6 = 648$$

e) Área ocupada por uma turbina (2,4D × 8D):

$$A_{foot_print} = 2.4D \cdot 8D = 30720\ m^2$$

f) Área total do parque eólico:

$$A_{Tot} = N_{turb} A_{foot_print} = 648 \cdot 30720 = 1.991 \cdot 10^7\ m^2$$

$$A_{Tot} = 4{,}92 \cdot 10^3\ \ acre$$

Prof. Doutor Engº Jorge Nhambiu ◊ Sistemas Energéticos

PROBLEMA 24.3 - RESOLUÇÃO

g) Área ocupada pela comunidade:

$$A_{comun} = \frac{100000}{4} \cdot 0{,}25 = 6{,}25 \cdot 10^3 \ \ acre$$

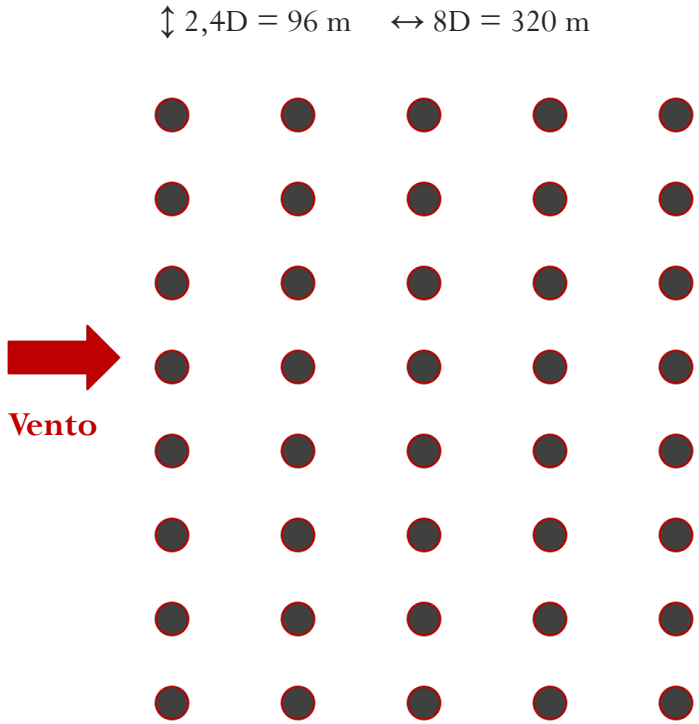
h) Razão entre as áreas (parque / comunidade):

$$Raz = \frac{4{,}92 \cdot 10^3}{6{,}25 \cdot 10^3} = 0{,}787$$

Conclusão (alínea e)

- O parque ocupa ≈ 79% da área da própria comunidade: instalado em zona urbana ou periurbana, entra em conflito pelo uso da terra.
- O terreno entre turbinas pode continuar a servir para agricultura ou pastagem, mas não para habitação.
- O vento é variável (FC ≈ 25–45%): é preciso reserva, armazenamento ou complementaridade com a hídrica.

PROBLEMA 24.3 - DISPOSIÇÃO DO PARQUE



10 filas na direcção do vento

(esquema parcial – 65 turbinas por fila)

Grandeza	Resultado
Turbinas por fila	648 / 10 ⟶ 65
Total instalado	650 turbinas
Largura (⊥ vento)	65 × 96 m = 6,24 km
Profundidade (∥ vento)	10 × 320 m = 3,2 km
Área do parque	≈ 20 km² ≈ 4 930 acres

Atenção

115,8 kW é a potência com vento constante de 8 m/s. Com vento real (variável), a produção média é menor e seriam precisas mais turbinas – ver Problema 24.4.

PROBLEMA 24.4

Numa estação na costa de Inhambane mediu-se, a 10 m de altura, uma velocidade média do vento de 5,5 m/s, com desvio-padrão de 2,9 m/s (dados ilustrativos). Pretende-se instalar uma turbina de 3 MW, com rotor de 112 m e cubo a 100 m. Terreno: costa plana e aberta ($\alpha = 0{,}14$); $\rho = 1{,}225\ \text{kg/m}^3$.

Curva de potência simplificada: $v_{conex} = 3$ m/s; $v_{nom} = 12$ m/s; $v_{desc} = 25$ m/s; entre v_{conex} e v_{nom}: $P = P_{nom}\,(v^3 - 3^3) \,/\, (12^3 - 3^3)$.

a) A velocidade média à altura do cubo;

b) Os parâmetros de Weibull k e c;

c) A velocidade cúbica média e a potência disponível no rotor;

d) As horas por ano com a turbina parada e à potência nominal;

e) A energia anual produzida e o factor de capacidade;

f) Compare com a estimativa simplificada $E \approx 0{,}40 \cdot P_{disp} \cdot 8760$ h.

PROBLEMA 24.4 - RESOLUÇÃO (1)

Grandeza	Cálculo	Resultado
a) Vento no cubo (23.17)	$5{,}5 \times (100/10)^{0{,}14}$	**7,59 m/s**
b) Factor de forma k (23.26)	$(2{,}9 \,/\, 5{,}5)^{-1{,}086}$	**2,00 (Rayleigh)**
b) Factor de escala c (23.24)	$7{,}59 \,/\, \Gamma(1{,}5) = 7{,}59 \,/\, 0{,}886$	**8,57 m/s**
c) Vel. cúbica média (23.25)	$8{,}57 \times [\Gamma(2{,}5)]^{1/3}$	**9,41 m/s**
c) Densidade de potência (23.28)	$0{,}5 \times 1{,}225 \times 9{,}41^3$	**511 W/m²**
c) Potência disponível	$511 \times \pi \times 112^2 \,/\, 4$	**5,03 MW**
d) Parada, v < 3 m/s (23.27)	$8760 \times [1 - e^{-(3/8{,}57)^2}]$	**1 007 h**
d) Parada, v > 25 m/s	$8760 \times e^{-(25/8{,}57)^2}$	**≈ 2 h**
d) À potência nominal (12–25)	$8760 \times [e^{-(12/8{,}57)^2} - e^{-(25/8{,}57)^2}]$	**1 227 h**

A turbina produz em ≈ 7 750 h/ano (88% do tempo), mas só ≈ 1 230 h à potência nominal.

PROBLEMA 24.4 - RESOLUÇÃO (2)

e) Energia anual por classes de velocidade: $E \approx \Sigma\ 8760 \cdot P(V_i < V < V_{i+1}) \cdot P(v_{médio})$

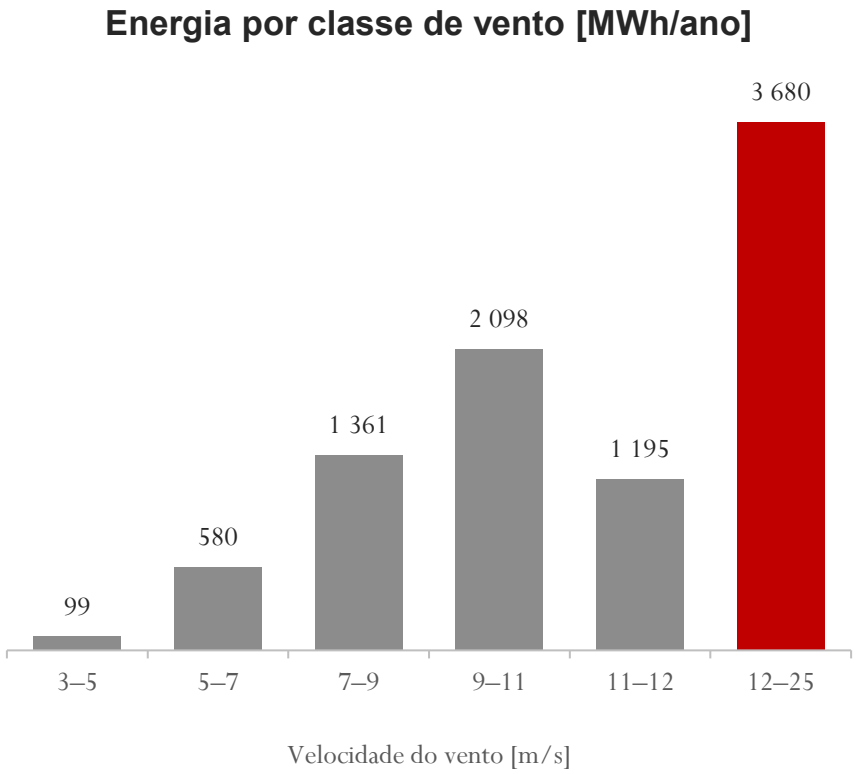
Classe [m/s]	Probabilidade	Horas/ano	$P(v_{médio})$ [kW]	Energia [MWh]
3 – 5	0,173	1 517	65	99
5 – 7	0,199	1 740	333	580
7 – 9	0,182	1 591	855	1 361
9 – 11	0,140	1 223	1 716	2 098
11 – 12	0,052	454	2 635	1 195
12 – 25	0,140	1 227	3 000	3 680
Total	**0,885**	**7 752**	—	**9 013**

E ≈ 9,0 GWh/ano (integração exacta da eq. 23.29: 9,04 GWh)

FC = 9 013 MWh / (3 MW × 8760 h) ≈ 34% (eq. 23.30)

Igual à média mundial em terra (≈ 34%) – um local razoável.

PROBLEMA 24.4 - DISCUSSÃO



41%

da energia vem de ventos ≥ 12 m/s, que só ocorrem 14% do tempo.

17,6 GWh

estimativa simplificada 0,40 × 5,03 MW × 8760 h – quase o dobro do valor real.

f) A estimativa simplificada falha porque ignora que a turbina não produz abaixo de v_{conex} e limita a potência a 3 MW acima de v_{nom}. A energia anual calcula-se sempre com a curva P(v) e a distribuição do vento (eq. 23.29).

PROBLEMA 24.5

Pretende-se dimensionar um pequeno aerogerador de 3 pás para uma escola em Lichinga (altitude ≈ 1 360 m). Potência útil pretendida: 5 kW com um vento de projecto de 7 m/s.

Admita: $\eta = 0{,}35$ (Tabela 23.3); $\Omega = 6$; solidez $C_S = 0{,}07$ (Figura 23.14); massa de cada pá 25 kg, com o centro de gravidade a 2,0 m do eixo.

a) A densidade do ar no local;

b) A área varrida e o diâmetro do rotor;

c) A velocidade de rotação (rad/s e rpm);

d) O momento torsor total e por pá (N·m e kgf·m);

e) A área de cada pá e a sua corda média;

f) A força centrífuga em cada pá: à velocidade de projecto, com 50% de sobrevelocidade e com uma rajada de 10 m/s (Ω fixo).

PROBLEMA 24.5 - RESOLUÇÃO (1)

Grandeza	Cálculo	Resultado
a) Densidade (23.40)	$1{,}225 \times e^{-1360/8434}$	**1,043 kg/m³**
b) Área varrida (23.39)	$2 \times 5000 / (1{,}043 \times 7^3 \times 0{,}35)$	**79,9 m²**
b) Diâmetro (23.37)	$\sqrt{(4 \times 79{,}9 / \pi)}$	**10,1 m (R = 5,04 m)**
c) Velocidade angular (23.16)	$\omega = \Omega\, v / R = 6 \times 7 / 5{,}04$	**8,33 rad/s**
c) Rotação	$n = 60 \times 8{,}33 / (2\pi)$	**79,5 rpm**
d) Momento torsor (23.44)	$M = P / \omega = 5000 / 8{,}33$	**600 N·m**
d) Forma prática (23.45)	$51 \times 5 \times 10{,}1 / (6 \times 7)$	**61,2 kgf·m**
d) Momento por pá	600/3	**200 N·m**

Ao nível do mar ($\rho = 1{,}225$) bastariam 68 m²: a altitude obriga a um rotor ≈ 17% maior em área.

PROBLEMA 24.5 - RESOLUÇÃO (2)

Grandeza	Cálculo	Resultado
e) Área total das pás (23.41)	$C_S \times A = 0{,}07 \times 79{,}9$	**5,59 m²**
e) Área de cada pá	5,59 / 3	**1,86 m²**
e) Corda média	L = S / R = 1,86 / 5,04	**0,37 m**
f) F_{cent} a 7 m/s (23.42)	$25 \times 2{,}0 \times 8{,}33^2$	**3,47 kN**
f) Sobrevelocidade +50%	$3{,}47 \times 1{,}5^2$	**7,80 kN**
f) Rajada de 10 m/s (Ω fixo)	$3{,}47 \times (10/7)^2$	**7,08 kN**

A força centrífuga cresce com o quadrado da rotação: 50% de sobrevelocidade mais do que duplica o esforço na raiz da pá (×2,25). Uma pá de 25 kg fica sujeita a ≈ 0,8 t de tracção – o regulador de rotação é essencial.

SÍNTESE E ERROS FREQUENTES

O que reter

- $P \propto D^2$ e $P \propto v^3$: local e altura do cubo são decisivos.
- $C_P \leq 0{,}593$ (Betz); turbinas reais: 0,40–0,50.
- $\omega = \Omega v/R$ liga o vento à rotação; rotores grandes são lentos e têm binário elevado.
- Energia anual = curva P(v) × distribuição de Weibull; FC típico 25–45%.
- Parques eólicos ocupam muita área: espaçamento de 2,4–3D × 8–10D.

Erros frequentes

- Temperatura em °C em $\rho = p/(RT)$ – usar kelvin.
- Diâmetro, em vez do raio, em $\Omega = \omega R/v$.
- Esquecer a conversão de rad/s ↔ rpm ($n = 60\omega/2\pi$).
- Calcular a energia com V_{med}^3 (subestima) ou com C_P constante sem limite nominal (sobrestima).
- Confundir potência (kW) com energia (kWh).

PROBLEMAS PROPOSTOS

P1. Turbina com D = 80 m, v = 9 m/s, $\rho = 1{,}225$ kg/m^3, $C_P = 0{,}44$ e $\eta_{mec} = \eta_{gen} = 0{,}96$. Calcule a potência eléctrica.

P2. Em zona rural com culturas baixas ($\alpha = 0{,}18$), $v_{10} = 5$ m/s. Qual a velocidade a 90 m e quantas vezes aumenta a potência disponível?

P3. O vento num local segue a distribuição de Rayleigh, com média de 6,5 m/s. Quantas horas por ano excedem 4 m/s?

P4. Uma turbina de 2 MW produz 5,6 GWh/ano. Qual o factor de capacidade?

P5. Rotor de 3 pás com D = 60 m, $\Omega = 7$, v = 10 m/s e $P_{útil} = 900$ kW. Calcule a rotação (rpm) e o torque por pá.

PROBLEMAS PROPOSTOS - RESPOSTAS

Problema	Resolução resumida	Resposta
P1	$A = 5\,027\ m^2$; $P_{vento} = 2\,244\ kW$; $\times\ 0{,}44 \times 0{,}96^2$	**≈ 910 kW**
P2	$5 \times 9^{0{,}18}$; $(7{,}43/5)^3$	**7,43 m/s; × 3,3**
P3	$c = 6{,}5/0{,}886 = 7{,}34$; $8760 \times e^{-(4/7{,}34)^2}$	**≈ 6 510 h**
P4	5 600 / (2 × 8760)	**32%**
P5	$\omega = 7 \times 10/30 = 2{,}33$ rad/s; $M = 900/2{,}33 = 386$ kN·m	**22,3 rpm; 129 kN·m**

Próxima aula: mini-teste sobre energia eólica (Aulas 23 e 24).